Vol. 33 No. 12 Dec. 2023

基于群稀疏正则化的高光谱图像去噪

姜斌,叶军

(南京邮电大学 理学院,江苏 南京 210023)

摘 要:高光谱图像(HSI)具有良好的光谱识别能力,但在采集过程中易受到混合噪声的污染,严重影响了后续任务的精度,因此 HSI 去噪是重要的预处理过程。针对现有去噪方法对空间—光谱先验信息利用不足、条纹噪声建模不合理的问题,提出一种新的基于群稀疏正则化的高光谱图像去噪算法。该算法将干净 HSI 的空间—光谱低秩特性和各波段上条纹噪声的低秩结构融入一个新框架,实现了干净 HSI 与高强度结构化条纹噪声的分离;同时为了有效保持图像的边缘信息,在去噪模型中引入新的群稀疏正则化,即基于 $L_{2,1}$ 范数的增强型三维全变分正则化(enhanced 3D total variation,E3DTV), 充分挖掘 HSI 差分图像的稀疏先验信息,进一步提升了图像的分段平滑性。采用交替方向乘子法对变量优化求解,在仿真和真实数据集上进行数值实验表明,所提模型具有更好的去噪和去条纹性能,在视觉效果和定量评价结果上都明显优于其他对比算法。

关键词:高光谱图像:图像去噪:群稀疏正则化:低秩约束:条纹噪声

中图分类号:TP751

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2023)12-0171-07

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2023.12.024

Hyperspectral Image Denoising Based on Group Sparse Regularization

JIANG Bin, YE Jun

(School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract; Hyperspectral image (HSI) has good spectral recognition ability, but it is easily polluted by mixed noise during the acquisition process, which seriously affects the accuracy of subsequent tasks, so HSI denoising is an important preprocessing process. Aiming at the problems of insufficient utilization of spatial–spectral prior information and unreasonable modeling of stripe noise in existing denoising methods, a new hyperspectral image denoising algorithm based on group sparse regularization is proposed. The algorithm integrates the spatial–spectral low–rank characteristics of clean HSI and the low–rank structure of stripe noise in each band into a new framework, and realizes the separation of clean HSI and high–intensity structured stripe noise; at the same time, in order to effectively maintain the edge information of the image, a new group sparse regularization is introduced into the denoising model, that is, enhanced 3D total variation (E3DTV) based on the $L_{2,1}$ norm, which can fully explore the sparse prior information of HSI difference images. Alternate direction multiplier method is used to optimize the solution of variables. Numerical experiments on simulation and real data sets show that the proposed model has better performance in denoising and destriping, and its visual effect and quantitative evaluation results are significantly better than that of other comparison algorithms.

Key words: hyperspectral images; images denoising; group sparse regularization; low-rank constraint; stripe noise

0 引言

高光谱图像(hyperspectral image, HSI)在遥感通信领域占有重要的地位,包含数十至数百个对目标区域连续的窄波段成像结果^[1]。因含有丰富的光谱信息和全面的空间信息, HSI 在食品安全、质量控制、工业等领域有着十分广泛的应用^[2]。但图像在采集过程中会受到各类噪声的污染,如高斯、椒盐、条纹噪声等,使

得图像质量严重退化^[3]。被混合噪声污染的 HSI 视觉效果下降,将丢失大量有用的信息,对后续应用造成非常严重的影响,因此对 HSI 进行去噪算法的研究是后续步骤实施的前提^[4]。

迄今为止,许多不同的去噪方法被提出用于恢复 高光谱图像。传统方法是将 HSI 看作许多二维灰度图 像的叠加,对每个波段的图像单独去噪,代表方法有块

收稿日期:2023-02-25

修回日期:2023-06-27

基金项目:国家自然科学基金(61971234);南京邮电大学校内基金(NY220209)

匹配三维滤波算法^[5]、K-SVD 算法^[6]等,然而这些方法忽略了不同光谱波段之间的强相关性,容易造成HSI中的光谱特征失真。此外,将HSI空间低秩性和光谱低秩性相结合的方法也取得了显著的发展。低秩矩阵恢复方法(low-rank matrix recovery,LRMR)^[7]将张量结构的HSI数据沿光谱维转化为Casorati矩阵,再对其施加低秩约束进行去噪。但是LRMR方法忽略了条纹噪声的低秩结构,对于条纹噪声去除效果不佳,因此有必要在HSI的去噪过程中单独考虑条纹的独特低秩性质。

除了全局低秩性外,局部平滑性是 HSI 的另一个重要性质。全变分(total variation, TV)^[8]作为平滑保留的一种有效方法,通过最小化相邻像素之间的差值来实现图像去噪,如全变分正则化低秩矩阵分解方法(total - variation - regularized low - rank matrix factorization,LRTV)^[9]、增强型三维全变分正则化方法(enhanced 3D total variation,E3DTV)^[10]。虽然这两种基于 TV 的方法能够保持图像边缘信息,但是在去除强烈混合噪声时图像空谱维的平滑性降低。针对此缺陷,文献[11]在低秩张量分解的框架下分别探索HSI 空间因子的群稀疏性和光谱因子的连续性,提高了 HSI 的整体平滑性。然而,上述方法仅针对空间维的群稀疏性进行恢复,没有利用光谱维的平滑性。

为了充分利用 HSI 的内在先验信息并减少混合噪声产生的影响,提出新的基于群稀疏正则化的高光谱图像去噪算法。一方面,针对条纹噪声的独特低秩性质将其单独建模,提升结构化条纹噪声的去除效果。另一方面,采用一种新的群稀疏正则化约束 HSI 的空间-光谱平滑性,有效保持了图像的边缘信息。该文的贡献如下:

- (1)综合考虑干净 HSI 和各波段上条纹噪声的低 秩特性,利用 HSI 每个波段上条纹的低秩结构对条纹 单独建模,解决了条纹难以与干净图像分离的问题。
- (2)构造一种新的群稀疏正则化,即基于 $L_{2,1}$ 范数的 E3DTV 正则化,该正则化不仅能够有效地去除混合噪声,还提高了空谱维的平滑性。
- (3)采用交替方向乘子法求解所提出的模型,推导了交替迭代规则,形成了相应的算法。大量实验结果表明,提出的算法在结构化混合噪声去除、图像平滑性恢复方面都有优秀表现。

1 高光谱模型

1.1 扩展的高光谱退化模型

HSI 在成像过程中会受到高斯噪声、脉冲噪声、死线、条纹噪声等多种类型噪声的污染,现有的去噪方法[7-10]将矩阵形式的 HSI 退化模型表示为:

$$Y = X + S + G \tag{1}$$

其中,Y为受噪声污染的高光谱图像,X为干净图像,S表示稀疏噪声,G表示高斯噪声。它们都是大小为 $mn \times p$ 的 Casorati 矩阵(对所有 HSI 数据列按字典顺序重新排列的矩阵),m和n分别表示高光谱图像的宽和高,p表示波段数。

式1假设条纹噪声仅占图像的一小部分而将其归属为稀疏噪声,然而在复杂的混合噪声场景下,特别是当出现高强度结构化条纹噪声时,往往无法有效地去噪和去条纹,甚至会造成空间和光谱的畸变^[12]。因此,考虑到条纹噪声的产生和分布不同于其他类型的稀疏噪声,在式1的HSI恢复框架中对条纹噪声单独建模以利用其独特的先验信息,将式1扩展为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{S} + \mathbf{G} + \mathbf{B} \tag{2}$$

其中, B 表示条纹噪声, 大小为 $mn \times p$ 。去噪目标是从受损的 Y 中恢复干净的 X , 优化模型表示为:

$$\underset{X,S,B}{\operatorname{argmin}} \tau f(\boldsymbol{X}) + \beta g(\boldsymbol{S}) + \lambda q(\boldsymbol{B})$$
s. t. $\|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X} - \boldsymbol{S} - \boldsymbol{B}\|_F^2 \leqslant \varepsilon, \operatorname{rank}(\boldsymbol{X}) \leqslant r$ 其中, τ , β , λ 是正则项参数。

1.2 群稀疏正则化

对于干净的 HSI 矩阵 $X \in \mathbb{R}^{mn \times p}$,其沿光谱维聚合为立方体 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{m \times n \times p}$,满足 $X = \text{unflod}(\mathcal{X})$ 和 $\mathcal{X} = \text{flod}(X)$,E3DTV 范数定义为:

$$\|X\|_{\text{E3DTV}} = \sum_{j=1}^{3} \min_{U_{j}, V_{j}} \|U_{j}\|_{1}$$
s. t. $\nabla_{j}X = U_{j}V_{j}^{\text{T}}, V_{j}^{\text{T}}V_{j} = I$

$$U_{j} \in \mathbf{R}^{mn \times r}, V_{j} \in \mathbf{R}^{p \times r}, j = 1, 2, 3$$

$$(4)$$

式中, ∇表示矩阵上的特殊差分算子,即:

$$\nabla_{j} X = \operatorname{unfold}(D_{j}(\mathcal{X})), \forall j = 1, 2, 3$$
 (5)
其中, D_{1}, D_{2}, D_{3} 可定义为:

$$\begin{cases} D_1 = \mathcal{X}(x+1,y,z) - \mathcal{X}(x,y,z) \\ D_2 = \mathcal{X}(x,y+1,z) - \mathcal{X}(x,y,z) \\ D_3 = \mathcal{X}(x,y,z+1) - \mathcal{X}(x,y,z) \end{cases}$$
(6)

E3DTV 模型虽然可以保留图像边缘信息,但面对强噪声干扰时会将结构化噪声视为边缘结构而保留,图像空谱维的平滑性明显下降。因此,考虑到高光谱图像在不同波段上的稀疏性是独立且不均匀的,通过探索其差分图像低秩子空间的群稀疏先验信息来进一步加强图像空谱维的平滑性,该文提出一种新的群稀疏正则化,该正则化能够较好地利用空谱维的内部联系性,提升混合噪声的去除效果以及保证空谱维的平滑性。对于干净图像 X,群稀疏正则化表述为:

$$\| \boldsymbol{X} \|_{GS} = \sum_{j=1}^{3} \min_{\boldsymbol{U}_{j}, \boldsymbol{V}_{j}} \| \boldsymbol{W}_{j} \odot \operatorname{fold}(\boldsymbol{U}_{j}) \|_{2,1}$$

s. t. $\nabla_{j} \boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_{j} \boldsymbol{V}_{j}^{T}, \boldsymbol{V}_{j}^{T} \boldsymbol{V}_{j} = \boldsymbol{I}$

 $U_{j} \in \mathbf{R}^{mn\times r}, V_{j} \in \mathbf{R}^{p\times r}, j = 1,2,3$ (7) 其中, $W_{j}(j = 1,2,3)$ 表示权重张量,作用是进一步促进 X的群稀疏性; $\|\cdot\|_{2,1}$ 表示 $L_{2,1}$ 范数,其具体表述为 $\|\mathcal{X}\|_{2,1} = \sum_{j=1}^{n} |\mathcal{X}(m,n,\pm)|_{2}$; ② 表示分量乘积。

1.3 基于群稀疏正则化的 HSI 去噪模型

将群稀疏正则化(式7)融入到扩展的 HSI 去噪模型(式3)中,即:

$$\min_{\boldsymbol{X},\boldsymbol{S},\boldsymbol{B}} \tau \| \boldsymbol{X} \|_{GS} + \beta \| \boldsymbol{S} \|_{1} + \lambda \sum_{i=1}^{p} \| \boldsymbol{B}_{i} \|_{*}$$
s. t.
$$\| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X} - \boldsymbol{S} - \boldsymbol{B} \|_{F}^{2} \leq \varepsilon$$

$$\operatorname{rank}(\boldsymbol{X}) \leq r, \operatorname{rank}(\boldsymbol{B}_{i}) \leq r_{B}$$
(8)

其中, \mathbf{B}_i 表示第 i 波段上的条纹噪声矩阵,正则项 $\sum_{i=1}^{r}$ $\|\mathbf{B}_i\|_*$ 用于描述条纹噪声的低秩性;r 和 r_B 分别表示干净 HSI 矩阵 X、条纹噪声矩阵 \mathbf{B}_i 的上界秩; $\|S\|_1$ 表示 S 的稀疏先验。

2 基于交替方向乘子法的算法求解

采用交替方向乘子法(ADMM)^[13]求解所提出的 HSI去噪和去条纹模型,首先将式8转化为 Lagrange 函数:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{U}_{j}, \boldsymbol{V}_{j}, \boldsymbol{N}_{j}, \boldsymbol{\Lambda}) =$$

$$\tau \sum_{j=1}^{3} \| \boldsymbol{W}_{j} \odot \operatorname{fold}(\boldsymbol{U}_{j}) \|_{2,1} + \beta \| \boldsymbol{S} \|_{1} +$$

$$\lambda \sum_{i=1}^{p} \| \boldsymbol{B}_{i} \|_{*} + \sum_{j=1}^{3} \langle \boldsymbol{N}_{j}, \nabla_{j} \boldsymbol{X} - \boldsymbol{U}_{j} \boldsymbol{V}_{j}^{T} \rangle +$$

$$\frac{\mu}{2} \| \nabla_{j} \boldsymbol{X} - \boldsymbol{U}_{j} \boldsymbol{V}_{j}^{T} \|_{F}^{2} + \langle \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X} - \boldsymbol{S} - \boldsymbol{B} \rangle +$$

$$\frac{\mu}{2} \| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X} - \boldsymbol{S} - \boldsymbol{B} \|_{F}^{2}$$
(9)

式中, Λ 和 N_j (j = 1, 2, 3) 是拉格朗日乘子, μ 是惩罚 参数。对 Lagrange 函数中的某一变量迭代优化而其余变量单步固定的方法对式 9 进行求解。在第 k+1 次迭代中, 按如下方式更新变量:

(1)更新变量X。

 $X^{(k+1)}$ 的解可以通过式 10 获得:

$$\left(\sum_{j=1}^{3} \nabla_{j}^{T} \nabla_{j} + I\right) \boldsymbol{X}^{(k+1)} = \sum_{j=1}^{3} \nabla_{j}^{T} \left(\left(\boldsymbol{U}_{j} \boldsymbol{V}_{j}^{T}\right)^{(k)} - \frac{\boldsymbol{N}_{j}^{(k)}}{\mu}\right) + \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{S}^{(k)} - \boldsymbol{B}^{(k)} + \frac{\boldsymbol{\Lambda}^{(k)}}{\mu}$$
(10)

其中, ∇_j^T 表示 ∇_j 的转置算子,式 10 可以通过快速傅里叶变换^[14]进行求解:

$$X^{(k+1)} =$$

$$F^{-1}\left(\frac{F(\text{fold}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{S}^{(k)}-\boldsymbol{B}^{(k)}+\frac{\boldsymbol{\Lambda}^{(k)}}{\mu}))+\boldsymbol{H}}{1+\sum_{j=1}^{3}|F(\nabla_{j})|^{2}}\right) (11)$$

其中, $H = \sum_{j=1}^{3} F(\nabla_{j})^{*} \odot F(\text{fold}((U_{j}V_{j}^{T})^{(k)} - \frac{N_{j}^{(k)}}{\mu}))$, $F(\cdot)$ 表示快速傅里叶变换算子, $F^{-1}(\cdot)$ 表示其逆变换,1 表示所有元素为 1 的张量, $|\cdot|^{2}$ 表示张量逐元素平方运算。

(2) 更新变量 U_{j} , V_{j} (j = 1, 2, 3)。 首先, 固定其他变量, $U_{j}^{(k+1)}$ 可以表示为: $U_{j}^{(k+1)} = \underset{U_{j}}{\operatorname{argmin}} \tau \parallel W_{j} \odot \operatorname{fold}(U_{j}) \parallel_{2,1} + \frac{\mu}{2} \parallel \nabla_{j} X^{(k+1)} - U_{j} (V_{j}^{T})^{(k)} + \frac{N_{j}^{(k)}}{\mu} \parallel_{F}^{2}$ (12)

式 12 可以使用 shrink 算子[11] 来求解,即:

$$U_{j}^{(k+1)}(m,n,:) = \operatorname{shrink}_{2,1}(\hat{U}_{j}^{(k)}(m,n,:), \frac{\tau}{\mu})$$

$$|W_{j}(m,n)| \cdot \frac{\tau}{\mu}$$
(13)

其中, $\hat{\boldsymbol{U}}_{j}^{(k)} = \nabla_{j} \boldsymbol{X}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{N}_{j}^{(k)}}{\mu}$ 。 shrink 算子的定义如下:

$$\operatorname{shrink}_{2,1}(x,\Delta) = \begin{cases} \frac{\parallel x \parallel_2 - \Delta}{\parallel x \parallel_2}, & \text{if } \Delta < \parallel x \parallel_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(14)

其次,固定其他变量, $V_i^{(k+1)}$ 可以表示为:

$$V_{j}^{(k+1)} =$$

 $\underset{V_{j}}{\operatorname{argmin}} \frac{\mu}{2} \| \nabla_{j} \boldsymbol{X}^{(k+1)} - \boldsymbol{U}_{j}^{(k+1)} \boldsymbol{V}_{j}^{T} + \frac{\boldsymbol{N}_{j}^{(k)}}{\mu} \|_{F}^{2} \quad (15)$

式 15 的解由以下定理获得:

定理 $1^{[15]}$:对于任意矩阵 $A \in R^{m \times n}$, $\min_{V^T=1} \langle A, V \rangle$ 的全局解为 $V^* = CE^T$,其中 $A = CDE^T$ 表示 A 的奇异值分解。

因此 V_i 的更新方程为:

$$\begin{cases} [\boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{E}] = \operatorname{svd}((\nabla_{j} \boldsymbol{X}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{N}_{j}^{(k)}}{\mu})^{T} \boldsymbol{U}_{j}^{(k+1)}) \\ \boldsymbol{V}_{j}^{(k+1)} = \boldsymbol{C} \boldsymbol{E}^{T} \end{cases}$$
(16)

(3)更新变量 B,S 和拉格朗日乘子。

首先,将包含变量B的子问题表示为:

$$\underset{B}{\operatorname{argmin}} \lambda \sum_{i=1}^{p} \|B_{i}\|_{*} + \frac{\mu}{2} (Y - X^{(k+1)} - S^{(k)} - K^{(k+1)})$$

$$(17)$$

考虑到各波段条纹噪声都具有特殊的低秩结构^[12],因此对条纹噪声逐波段优化处理,将式 17 表示为:

$$\underset{\boldsymbol{B}_{i}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{p} (\lambda \parallel \boldsymbol{B}_{i} \parallel_{*} +$$

$$\frac{\mu}{2} \| \boldsymbol{Y}_{i} - \boldsymbol{X}_{i}^{(k+1)} - \boldsymbol{S}_{i}^{(k)} - \boldsymbol{B}_{i} + \frac{\boldsymbol{\Lambda}_{i}^{(k)}}{\mu} \|_{F}^{2})$$
(18)

其中, Y_i , X_i , S_i , Λ_i 表示第 i 波段的矩阵。式 18 的解由以下定理获得。

定理 $2^{\lceil 16 \rceil}$: 对于秩为 r 的矩阵 $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $M = U \sum_{r} V^{r}$ 为它的奇异值分解,其中 $\sum_{r} = \operatorname{diag}(\sigma_{1}, \sigma_{2}, \dots, \sigma_{i}, \dots, \sigma_{r})$ 。则 M 的奇异值收缩算子为 $P_{\gamma}(M) = \underset{\operatorname{rank}(E) \leq r}{\operatorname{argmin}} \delta \parallel I \parallel_{*} + \frac{1}{2} \parallel I - M \parallel_{F}^{2}$,其中 $P_{\gamma}(M) = UP_{\gamma}(\sum_{r})V^{*} = \operatorname{diag}\{\max((\sigma_{i} - \gamma), 0)\}$ 。那么式 18的解为:

$$\boldsymbol{B}_{i}^{(k+1)} = P_{\lambda/\mu} (\boldsymbol{Y}_{i} - \boldsymbol{X}_{i}^{(k+1)} - \boldsymbol{S}_{i}^{(k)} + \frac{\boldsymbol{\Lambda}_{i}^{(k)}}{\mu})$$
 (19)

其次,将包含变量 S 的子问题表示为: $\underset{\alpha}{\operatorname{rgmin}}\beta \parallel S \parallel_{1} +$

$$\frac{\mu}{2} \| Y - X^{(k+1)} - S - B^{(k+1)} + \frac{\Lambda^{(k)}}{\mu} \|_F^2$$
 (20)

式19可以使用软阈值收缩算子[17]来求解:

$$S^{(k+1)} = \Re_{\beta/\mu} (Y - X^{(k+1)} - B^{(k+1)} + \frac{\Lambda^{(k)}}{\mu})$$
 (21)

软阈值收缩算子的具体定义如下:

$$\mathfrak{R}_{\delta}(X) = \begin{cases} X - \delta, & \text{if } X > \delta \\ X + \delta, & \text{if } X < -\delta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
 (22)

最后,更新拉格朗日乘子:

$$\begin{cases}
\mathbf{N}_{j}^{(k+1)} = \mathbf{N}_{j}^{(k)} + \mu \left(\nabla_{j} \mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{U}_{j}^{(k+1)} \left(\mathbf{V}_{j}^{T} \right)^{(k+1)} \right) \\
\mathbf{\Lambda}^{(k+1)} = \mathbf{\Lambda}^{(k)} + \mu \left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{S}^{(k+1)} - \mathbf{B}^{(k+1)} \right)
\end{cases}$$
(23)

算法1:高光谱图像去噪算法

输入:含噪高光谱图像 Y ,秩 r 和 r_B ,最大迭代步数 k_{\max} ,迭代停止条件 ε ,正则项参数 τ , β 和 λ

初始化: X=S=B=0 , $\Lambda=0$, $N_1=N_2=N_3=0$, $\rho=1.2$, $\mu=0.05$, $\mu_{\rm max}=10^6$

令 k = k + 1, 迭代下列步骤:

- (1)根据式11,更新X
- (2)根据式 13 和式 15,更新 $U_i, V_i (j = 1,2,3)$
- (3)根据式19,更新B
- (4)根据式21,更新S
- (5)根据式23,更新拉格朗日乘子
- (6)更新惩罚因子: $\mu = \min(\rho \mu, \mu_{max})$

迭代终止条件: $\|X + S + B - Y\|_F^2 / \|Y\|_F^2 < \varepsilon$ 输出: 干净的 HSI X

3 实验与分析

3.1 对比算法

在对比实验上,选取 5 种主流的 HSI 去噪算法进

行比较,即 LRMR 方法^[7]、LRTV 方法^[9]、3DLogTNN 方法^[18]、E3DTV 方法^[10]和 LRTFDFR 方法^[11]。其中,LRMR 方法将三维 HSI 立方体分割成多个小块,采用 RPCA 算法进行去噪;LRTV 方法将核范数、TV 正则 化和 L₁ 范数集成为统一的框架,分别探索光谱低秩特性和空间分段平滑性;3DLogTNN 方法采用 log 簇函数近似表示张量的纤维秩,以实现更准确的 HSI 秩表征;E3DTV 方法将稀疏性用于沿所有波段的子空间基映射来反映 HSI 差分图像的稀疏性;LRTFDFR 方法在低秩张量分解的框架中分别探索空间维的群稀疏性和光谱维的连续性,通过增强光谱维的连续性来促进 HSI 整体的平滑性。

在实验中,文中方法需要确定的参数是秩 r 和 r_B 以及正则化参数 τ , β 和 λ 。秩 r 表示干净 HSI 低秩子空间的维数,由于干净的 HSI 被各种类型噪声污染,很难直接获得其维数,采用人工调整的方式将 r 初步设为 12;期望秩 r_B 表示每个波段中条纹噪声矩阵的低秩性质,在所有实验中将 r_B 设为 1;正则化参数 τ , β 和 λ 分别表示干净 HSI 群稀疏项、稀疏噪声正则项、条纹噪声正则项的权重,在实验中初步将 τ 设为0.01, β 设为 20/ $\sqrt{m*n}$, λ 设为 1。同时,对于 5 种对比算法涉及到的参数,遵循论文中的规则来调整以获取最佳结果(真实 HSI 的恢复结果由视觉效果衡量)。所有实验都是在 Windows 11 上使用 MATLAB(R2016a)实现的,具有 Intel Core i7–12700H 2.30–GHz 处理器 16–GB RAM。

3.2 评价指标

采用峰值信噪比(PSNR)、结构相似性(SSIM)、平均光谱角距离(MSA)和相对无量纲全局误差(ERGAS)(详见文献[10,12])进行定量评估。MPSNR和MSSIM是所有波段图片的PSNR和SSIM求和平均值,其定义如下:

$$PSNR_{i} = 10 \times \lg \frac{mn}{\sum_{x=1}^{m} \sum_{y=1}^{n} [\boldsymbol{B}_{i}(x,y) - \boldsymbol{A}_{i}(x,y)]^{2}}$$
(24)

$$SSIM_{i} = \frac{(2\mu_{A}\mu_{B_{i}} + C_{1})(2\sigma_{AB_{i}} + C_{2})}{(\mu_{A}^{2} + \mu_{B}^{2} + C_{1})(\sigma_{A}^{2} + \sigma_{B}^{2} + C_{2})}$$
(25)

$$MPSNR = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} PSNR_{i}$$
 (26)

$$MSSIM = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} SSIM_i$$
 (27)

其中, A_i 和 B_i 分别为第 i 波段的干净图像和去噪后图像; μ_{A_i} 和 μ_{B_i} 代表对应波段的像素值均值, $\sigma_{A_i}^2$ 和 $\sigma_{B_i}^2$ 代表对应的方差, σ_{AB_i} 为 A_i 和 B_i 的协方差。总的来说,MPSNR、MSSIM 的值越高并且 MSA、ERGAS 的值

越低,图像的去噪效果越好。

3.3 仿真数据实验

选取 Indian pines 数据集^[19]作为仿真实验对象, 它包含空间尺寸为 145 × 145 的图片 224 张。在去噪前,将 HSI 的灰度值逐波段归一化为 [0,1]。

由于 HSI 中的噪声通常表现为实际噪声场景中几种噪声的混合,在 Indian pines 数据集上模拟添加高斯

噪声、脉冲噪声、死线和条纹:

Case1(高斯+脉冲+死线+周期性条纹):在所有波段添加方差为0.05的高斯噪声和百分比为0.05的脉冲噪声;在第51~54波段添加死线,死线的数量随机选取为1~3;同时,选取50个波段加入条纹噪声,且条纹的数量为图像宽度的20%,均匀分布在所选波段上以呈现其周期性。

表 1 不同方法恢复结果指标 MPSNR, MSSIM, MSA 和 ERGAS

Case	Indexes	Noise	LRMR	LRTV	3DLogTNN	E3DTV	LRTFDFR	Ours
Casel	MPSNR	17.345	38.712	27.987	33.041	40.223	36.419	48.772
	MSSIM	0.341	0.834	0.915	0.816	0.843	0.821	0.999
	MSA	15.125	4.292	3.432	4.664	3.864	3.466	0.668
	ERGAS	325.709	138.841	95.835	141.887	127.330	115.587	15.020
Case2	MPSNR	14.056	29.582	25.098	27.992	33.646	34.068	39.864
	MSSIM	0.213	0.712	0.852	0.699	0.769	0.774	0.993
	MSA	22.953	6.702	6.001	9.383	4.951	4.866	4. 165
	ERGAS	499.487	177.809	142.903	209.506	148.945	151.217	87.763

Case2(高斯+脉冲+死线+随机性条纹):在所有波段加入方差为0~0.2的高斯噪声和百分比为0%~20%的脉冲噪声;随机选取40个波段添加死线,死线的数量随机选取为1~3;同时,在第111~180波段的同一位置添加条纹,且条纹的数量为图像宽度的30%,随机分布在所选波段上以呈现其随机性。

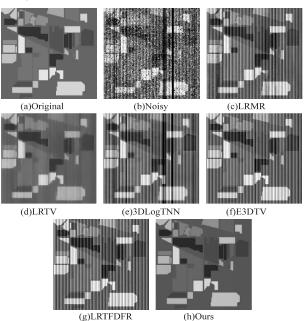


图1 Case2 第124 波段实验数据对比

文中方法和5种主流方法的4个评价指标情况如表1所示。每个评价指标的最优值用粗体标出,次优结果用下划线标注。可以看出,文中方法的4个主要指标在不同加噪情况下都优于对比方法的。

图 1 展示了在受噪声污染较严重的 Case2 情况下第 124 波段去噪结果。5 种对比方法在结构化条纹噪声去除以及图像细节还原上有明显不足,恢复结果包含大量结构化条纹噪声残留,文中方法则能够对混合噪声进行有效处理,很好地保留了图像的全局结构和边缘信息。

3.4 真实数据实验

选取 Urban 图像^[19]作为真实数据集,该数据集大小为 200 × 200 × 210,其中很多波段被死线和条纹噪声严重破坏。图 2 给出了 Urban 数据集第 139 波段的去噪结果,可以看出 LRMR,LRTV 和 3DLogTNN 对于条纹的去除效果不佳;E3DTV 存在条纹去除不完全的问题;LRTFDFR 和文中方法则成功地去除了图像中的混合噪声,并且完整地保留了图像细节。

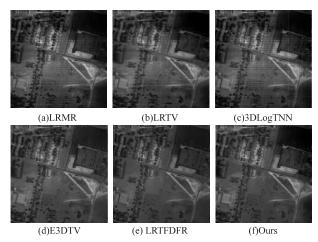
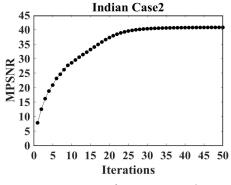


图 2 真实数据集 Urban 第 139 波段去噪效果对比

3.5 收敛性和参数分析

针对所提方法的收敛性,采取实验的方式对 Indian Case2 进行分析。图 3 给出了在 Indian Case2 下 MPSNR 和 MSSIM 随迭代次数的增加而变化的情况。 随着迭代次数的增加,两个量化指标 MPSNR 以及 MSSIM 的提升十分明显,并且在迭代 30 步后该数值 变化逐渐趋于稳定,表明文中方法具有良好的收敛性。



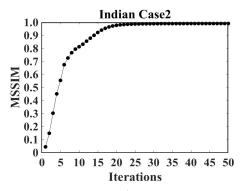
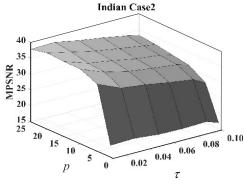


图 3 MPSNR 和 MSSIM 随迭代次数的变化情况

接着对算法中两个重要参数 τ , β 进行分析。参数 β 决定稀疏噪声正则项的权重 ,对于一个大小为 $m \times n$ 的图像 ,可设置 $\beta = p/\sqrt{m \times n}$,其中 p 为可调节参数。该文设定参数 p 的范围是 [1,5,10,15,20,25] ;参数 τ 决定干净的 HSI 项的权重,设定参数 τ 的范围是 [0.01,0.03,0.05,0.07,0.09,0.10]。图 4 展示了在

上述参数配比下 Indian Case2 的指标 MPSNR 和 MSSIM 的灵敏度分析,可见 MPSNR 和 MSSIM 值随着参数 τ , β 的变化具有相同的变化趋势,这意味着两个主要参数 τ , β 都具有较强的鲁棒性,并且在 τ = 0. 01, β = 20/145 时实验效果达到最佳。



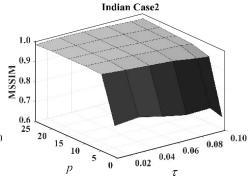


图 4 MPSNR 和 MSSIM 随参数 τ , β 的变化情况

4 结束语

该文提出一种基于群稀疏正则化的高光谱图像去噪算法,充分利用了高光谱图像的内在低秩结构以及空谱维内在关联性。通过扩展 HSI 去噪模型,解决了结构化条纹噪声难以去除的问题,对于高光谱图像恢复效果明显。同时,通过利用 HSI 内部的群稀疏性,很好地保留了图像的边缘和纹理信息。仿真和真实的数据实验表明,所提出的模型在应用中有更好的鲁棒性,并在评价指标和去噪目视效果上,该方法明显优于现有的主流方法。同时,针对 HSI 空间-光谱独特结构进行合理有效的建模,以进一步提升去噪效果,将是未来的研究重点。

参考文献:

[1] CHEN Y, XIAO Z, CHEN G, et al. Detection of oasis soil

composition and analysis of environmental parameters based on hyperspectral image and GIS[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2021, 14(23):1-13.

- [2] XU M, SUN J, ZHOU X, et al. Research on nondestructive identification of grape varieties based on EEMD-DWT and hyperspectral image [J]. Journal of Food Science, 2021, 86 (5):2011-2023.
- [3] 徐 辉,杨 敏.基于低秩矩阵恢复的高光谱图像去噪 [J]. 计算机技术与发展,2022,32(10):46-50.
- [4] 谌柯翰. 基于全变分和低秩表示的高光谱图像去噪模型与 算法研究[D]. 成都:电子科技大学,2022.
- [5] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8):2080– 2095.
- [6] GULSHER B, HUSEYIN O. Image denoising via correlation-based sparse representation[J]. Signal, Image and Video Pro-

- cessing, 2017, 11(8):1501-1508.
- [7] ZHANG H, HE W, ZHANG L, et al. Hyperspectral image restoration using low-rank matrix recovery [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2013, 52(8):4729–4743.
- [8] WEN Y W, MICHAEL K, HUANG Y M. Efficient total variation minimization methods for color image restoration [J].
 IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17 (11): 2081–2088.
- [9] HE W,ZHANG H Y,ZHANG L,et al. Total-variation-regularized low-rank matrix factorization for hyperspectral image restoration[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2015, 54(1):178-188.
- [10] PENG J J, QI X, ZHAO Q, et al. Enhanced 3DTV regularization and its applications on hyperspectral image denoising and compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2020, 29;7889–7903.
- [11] ZHENG Y B, HUANG T Z, ZHAO X L, et al. Double-factor-regularized low-rank tensor factorization for mixed noise removal in hyperspectral image [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2020, 58 (12):8450-8464.
- [12] ZHANG H Y, CAI J. Double low-rank matrix decomposition for hyperspectral image denoising and destriping [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2021, 60:1-19.

- [13] ECKSTEIN J, YAO W. Understanding the convergence of the alternating direction method of multipliers; theoretical and computational perspectives [J]. Pacific Journal of Optimization, 2015, 11(4):619-644.
- [14] DILIP K, ROB F. Fast image deconvolution using hyper—Laplacian priors[J]. Neural Information Processing Systems, 2009,22:1033-1041.
- [15] XIE Q,ZHAO Q,MENG D, et al. Multispectral images denoising by intrinsic tensor sparsity regularization [C]//IEEE conference on computer vision and pattern recognition. Las Vegas; IEEE, 2016;1692-1700.
- [16] CAI J F, CANDÈS E J, SHEN Z. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. SIAM Journal on Optimization, 2010, 20(4):1956–1982.
- [17] LIU G, LIN Z, YAN S, et al. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2012, 35 (1): 171-184.
- [18] ZHENG Y B, HUANG T Z, ZHAO X L, et al. Mixed noise removal in hyperspectral image via low-fibered-rank regularization [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2019, 58(1):734-749.
- [19] FAN H, LI J, YUAN Q, et al. Hyperspectral image denoising with bilinear low rank matrix factorization [J]. Signal Processing, 2019, 163:132–152.