

# 基于传播者心理差异的随机谣言传播模型

仓林青,王友国\*,孙先莉

(南京邮电大学理学院,江苏南京 210023)

**摘要:**社交网络已经成为信息时代的主流媒体,因此研究社交网络上的谣言传播动力学行为有助于更好地理解谣言传播机理。考虑到社交网络经常受环境因素的影响,导致网络拓扑结构是时变的,引入随机扰动的噪声,针对一些传播者由于心理差异因素,选择保持沉默,在谣言传播过程中引入沉默者个体,基于此建立一个考虑沉默-复发机制的随机 Si-SIR (Silent-Susceptible-Infected-Removed) 谣言传播模型,并对复杂社交网络中随机谣言传播动力学方程进行了研究。通过对随机模型进行稳定性分析,推导了谣言消亡的充分条件,讨论了同质网络和异质网络上谣言的传播阈值。通过蒙特卡洛方法分别在 WS (Watts-Strogatz) 小世界网络、BA (Barabási-Albert) 无标度网络、Facebook 真实社交网络上进行模拟仿真。仿真实验表明,添加适当强度的噪声,加速了谣言扩散的过程,扩大了谣言的最终规模;与 WS 和 BA 网络相比,Facebook 网络的谣言扩散速度更快,谣言的最终规模更高;更强的沉默-复发机制能够提高传播节点密度峰值和延迟谣言消亡的时间。

**关键词:**随机谣言传播模型;社交网络;噪声;沉默-复发机制;蒙特卡洛方法

中图分类号:TP393

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2022)12-0142-08

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2022.12.022

## Stochastic Rumor Propagation Model Based on Psychological Difference of Spreaders

CANG Lin-qing, WANG You-guo\*, SUN Xian-li

(School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Social network has become the mainstream media in the information age. Therefore, studying the rumor propagation dynamics in social network is helpful to better understand the rumor transmission mechanism. Considering that social networks are often affected by environmental factors, resulting in time-varying network topology, random disturbance noise is introduced. Aiming at some spreaders who choose to remain silent due to psychological differences, silent nodes are introduced in the process of rumor spreading. Based on this, a stochastic Si-SIR (Silent-Susceptible-Infected-Removed) rumor propagation model by considering silent-return mechanism is established, and the dynamics equations of stochastic rumor propagation model in complex social networks are studied. Based on the stability analysis of stochastic model, the sufficient condition of rumor extinction is deduced, and the spreading threshold of rumor on homogeneous network and heterogeneous network is discussed. Simulations are conducted in the WS (Watts-Strogatz) small-world network, BA (Barabási-Albert) scale-free network, and Facebook real social network by Monte Carlo method, showing that the rumor diffusion process can be accelerated and expand final scale of rumor as long as add the appropriate noise intensity. The rumor spreading speed of the Facebook network is faster and the higher of final scale of the rumor as long than that in WS network and BA network. Stronger silence-return mechanism can increase the peak of spread nodes density and delay the time of rumor extinction.

**Key words:** stochastic rumor propagation model; social network; noise; silent-return mechanism; Monte Carlo method

## 0 引言

在互联网科技发展的时代,在线社交网络已经成为人们分享信息和相互交流的一种重要途径。由于在线社交网络的便利性、匿名性和开放性,信息可以自由

且快速地传播。不幸的是,谣言也将在社交网络上大量传播<sup>[1-2]</sup>。谣言是指在社会中出现并流传的未经官方公开证实或已被官方所辟谣的信息<sup>[3-5]</sup>。例如,“5G 高速技术导致新冠肺炎快速传播、酒精能够预防新冠

收稿日期:2022-01-17

修回日期:2022-05-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62071248);江苏省研究生科研创新计划(KYCX20\_0730)

作者简介:仓林青(1996-),女,硕士,研究方向为复杂社交网络谣言传播;通讯作者:王友国(1968-),男,博士,教授,研究方向为复杂社交网络信息传输与监控、信息理论与应用、随机共振理论与应用。

肺炎”等一系列不实谣言不仅混淆公众认知而且对个人和社会造成有害的影响<sup>[6-7]</sup>。因此,探索复杂社交网络中的谣言扩散规律具有非常重要的现实意义。

考虑到谣言传播过程与传染病扩散过程的高度相似性,许多学者通过改良传染病模型来构建谣言传播模型,探究谣言传播的内在规律<sup>[8-12]</sup>。后来复杂网络理论逐渐应用于谣言传播领域,以刻画网络拓扑结构对社交网络谣言传播的影响<sup>[13]</sup>。Yu 等人<sup>[14]</sup>在复杂社交网络中提出一种考虑讨论者的谣言传播模型,分析了平衡点的稳定性并研究了无谣言平衡点处的临界阈值情况。Xu 等人<sup>[15]</sup>考虑到个体心理因素,在无标度社交网络上构造 SHPRS 谣言传播模型,利用下一代矩阵法推导基本再生数,详细研究了无谣言平衡点的全局稳定性和谣言传播的持久性。Niranjan 等人<sup>[16]</sup>运用平均场理论来构造双重信息扩散模型,研究了传播率对网络谣言传播的影响。在社交网络中,不同的传播机制和个体的社会行为属性会影响谣言传播进程。Xia 等人<sup>[17]</sup>考虑到谣言内容的模糊性和吸引力特征,建立了具有犹豫机制的 SEIR 谣言传播模型,仿真结果表明减小模糊性可以有效提高传播阈值和降低谣言最大影响,且传播阈值与吸引力无关。Wang 等人<sup>[18]</sup>将信任机制引入谣言传播过程中,实验结果显示信任机制不仅扩大了传播阈值还减小了谣言最终规模,从而降低了谣言传播的速度。Zhao 等人<sup>[19-20]</sup>研究了遗忘机制和记忆机制对谣言传播的影响。李燕等人<sup>[21]</sup>将非支持性评论行为考虑到谣言传播模型,探究非支持性评论对网络谣言的影响。另外,复杂社交网络经常受许多环境因素的影响,随机模型才能更加准确地描述真实的网络状态。通过将环境因素抽象为噪声,研究者们建立随机微分方程模型来探讨噪声干扰下的谣言传播动力学过程<sup>[22-23]</sup>。贾芳菊<sup>[24]</sup>提出一个带有白噪声的随机谣言传播模型,研究随机模型中谣言正解的存在性、持久性和熄灭性,得出在白噪声影响下,随机模型的基本再生数  $R_0$  小于确定性系统的。Zhu 等人<sup>[25]</sup>利用标准布朗运动修正节点度来体现噪声干扰,提出一个修正的 SIR 谣言传播模型,探索了噪声干扰下的谣言扩散动力学行为。Chai 等人<sup>[26]</sup>综合考虑人口扰动和连通度变化的情况,建立一个随机信息扩散模型,更加全面地研究了噪声扰动对模型的影响。

以上的研究成果对谣言传播机制做出了巨大贡献,但大多数模型没有将传播者个体内在的心理差异因素考虑进谣言传播模型。在复杂社交网络中,不同心理敏感程度的传播者在面对信息时将会有不同的反应。当一个心理敏感度高的传播者在传播谣言时,由于听到与其所传谣言相悖的言论或出于“自我保护”意识的敏感心理,心理敏感度高的传播者将会自发地

变成沉默者,暂时不传播谣言。然而,沉默者个体再次接触传播者后,也会受“随波逐流”心理的影响而转变成传播者,再次开始传播谣言。基于以上分析,该文在基本 SIR 谣言传播模型的基础上,通过考虑传播者心理差异因素而引入沉默者个体,同时考虑噪声干扰的影响,构建随机 Si-SIR 谣言传播模型,研究随机 Si-SIR 谣言传播模型的动力学过程,证明谣言消亡的充分条件,并进行稳态分析来研究传播阈值的情况。利用蒙特卡洛方法进行仿真实验,分析噪声干扰和传播者心理差异因素对谣言传播造成的影响。该模型考虑的因素更加全面且贴合真实社交网络的特点,为探究复杂社交网络的谣言传播规律和谣言有效防控提供坚实的基础。

## 1 噪声干扰下的随机 Si-SIR 谣言传播模型

根据社交网络谣言传播的特征,假设在一个由  $N$  个个体组成的社交网络中,将个体状态分为以下四类:未知者  $S$  (从未接触过谣言的个体,但易受谣言的影响)、传播者  $I$  (相信并传播谣言的个体)、沉默者  $Si$  (保持沉默状态的个体,来源于传播者个体但暂时不传播谣言)和免疫者  $R$  (知道谣言但从传播者个体但从不传播谣言的个体)。假设传播者通过与其他个体直接接触而传播谣言,由于谣言的生存周期远小于个体的生命周期,即在谣言扩散的整个过程中不考虑个体的出生率和死亡率。考虑传播者心理差异的 Si-SIR 谣言传播规律描述如下:

(1) 当未知者与传播者接触,一部分未知者以传播率  $\lambda$  转化为传播者,另一部分未知者以拒绝率  $\gamma$  转化为免疫者。

(2) 考虑到传播者心理差异因素,心理敏感度高的传播者自发地以沉默率  $\beta$  转变为沉默者;另一方面,当沉默者接触传播者,沉默者以复发率  $\theta$  转变为传播者。将这两者之间的转换关系称为沉默-复发机制。

(3) 当传播者与沉默者、免疫者和其他传播者接触时,初始传播者将以概率  $\alpha$  转化成免疫者,其中  $\alpha$  称为抑制率。

### 1.1 同质网络上的随机 Si-SIR 谣言传播模型

在同质网络中,个体节点的度服从泊松分布,即每个节点的度近似等于平均度  $\langle k \rangle$ 。将环境因素对网络的影响体现在连通度变化上,因此,在同质网络中噪声干扰下的平均度  $\langle k \rangle$  描述为加性噪声形式:  $\langle k \rangle \rightarrow \langle k \rangle + \sigma B(t)$ , 其中  $B(t)$  是满足独立同分布的标准布朗运动,  $\sigma$  是噪声强度,用于描述网络度分布的稳定性。设  $S(t)$ 、 $I(t)$ 、 $Si(t)$ 、 $R(t)$  分别是  $t$  时刻未知者、传播者、沉默者和免疫者的密度,满足  $S(t) + I(t) +$

$Si(t) + R(t) = 1$ 。根据上述假设和传播规律,建立同质网络上的随机 Si-SIR 谣言传播模型动力学方程如下:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -(\lambda + \gamma)(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \lambda(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))S(t)I(t) + \theta(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))I(t)Si(t) - \beta I(t) - \alpha(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))I(t)(I(t) + Si(t) + R(t)) \\ \frac{dSi(t)}{dt} = \beta I(t) - \theta(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))I(t)Si(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))S(t)I(t) + \alpha(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))I(t)(I(t) + Si(t) + R(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中,初始条件为  $S(0) = (N - 1)/N \approx 1$ ,  $I(0) = 1/N \approx 0$ ,  $Si(0) = R(0) = 0$ ,  $N$  表示网络规模。图 1 示意的是随机 Si-SIR 谣言传播模型的状态转移过程。

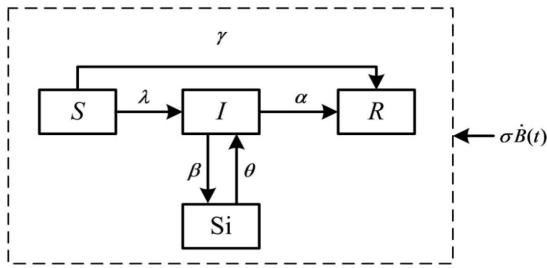


图 1 随机谣言传播模型状态转移图

## 1.2 异质网络上的随机 Si-SIR 谣言传播模型

在异质网络上,网络拓扑结构存在高度异质性,考虑到这种网络特征,假设  $S_k(t)$ 、 $I_k(t)$ 、 $Si_k(t)$ 、 $R_k(t)$  分别代表  $t$  时刻度为  $k$  的未知者、传播者、沉默者和免疫者的密度,则满足  $S(t) = \sum_k S_k(t)P(k)$ ,  $I(t) = \sum_k I_k(t)P(k)$ ,  $Si(t) = \sum_k Si_k(t)P(k)$ ,  $R(t) = \sum_k R_k(t)P(k)$ ,其中  $P(k)$  表示度分布。类似文献[25],假设相同度的节点受相同噪声的干扰,不同度的节点所受的噪声满足独立同分布的条件,所以,异质网络中节点度  $k' = f(k, B_k(t))$ ,基于以上假设,建立异质网络上的随机 Si-SIR 谣言传播模型动力学方程如下:

$$\frac{dS_k(t)}{dt} = -(\lambda + \gamma)k'S_k(t)\Theta(t) \quad (2)$$

$$\frac{dI_k(t)}{dt} = \lambda k'S_k(t)\Theta(t) + \theta k'Si_k(t)\Theta(t) - \beta I_k(t) - \alpha k'I_k(t)\Phi(t) \quad (3)$$

$$\frac{dSi_k(t)}{dt} = \beta I_k(t) - \theta k'Si_k(t)\Theta(t) \quad (4)$$

$$\frac{dR_k(t)}{dt} = \gamma k'S_k(t)\Theta(t) + \alpha k'I_k(t)\Phi(t) \quad (5)$$

其中,  $k' = f(k(t), B_k(t)) = k(t+1) = k(t) + \sigma \dot{B}_k(t)$  只取决于前一时刻的度和标准布朗噪声。 $\Theta(t) = (1/\langle k' \rangle) \sum_k k' P(k') I_k(t)$  表示  $t$  时刻任给度为  $k'$  的节点连接到传播者的条件概率,  $\Phi(t) = (1/\langle k' \rangle) \sum_k k' P(k') (I_k(t) + Si_k(t) + R_k(t))$  表示  $t$  时刻任给度为  $k'$  的节点连接到传播者、沉默者、免疫者的条件概率。

## 2 随机模型的稳态分析

### 2.1 谣言消亡的充分条件

定理 1:对于任意给定的初值条件  $(S(0), I(0), Si(0), R(0)) \in R_+^4$ ,随机模型具有以下性质:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(t)}{t} \leq \frac{(2\theta^2 + 2\alpha^2 - \theta\alpha) \langle k \rangle^2}{(\theta^2 + \alpha^2) \sigma^2} - \beta < 0 \quad (6)$$

这意味着当  $t \rightarrow \infty$  时,谣言将依概率 1 消亡。

证明:定义函数  $F(I(t)) = \ln I(t)$ ,则  $F(I(t))$  关于  $t$  连续可微,关于  $I$  二阶可微,由伊藤引理可得(简记  $B(t)$ ,  $S(t)$ ,  $I(t)$ ,  $Si(t)$ ,  $R(t)$  分别为  $B_t$ ,  $S_t$ ,  $I_t$ ,  $Si_t$ ,  $R_t$ ):

$$\begin{aligned} dF = & [\lambda \langle k \rangle S_t + \theta \langle k \rangle Si_t - \beta - \alpha \langle k \rangle (I_t + Si_t + R_t) - \\ & \frac{1}{2}(\lambda^2 \sigma^2 S_t^2 + (\theta^2 + \alpha^2) \sigma^2 Si_t^2 + \alpha^2 \sigma^2 I_t^2 + \\ & \alpha^2 \sigma^2 R_t^2)] dt + (\lambda \sigma S_t + (\theta - \alpha) \sigma Si_t - \alpha \sigma I_t - \\ & \alpha \sigma R_t) dB_t \leq \left( \frac{(2\theta^2 + 2\alpha^2 - \theta\alpha) \langle k \rangle^2}{(\theta^2 + \alpha^2) \sigma^2} - \right. \\ & \left. \beta \right) dt + (\lambda \sigma S_t + (\theta - \alpha) \sigma Si_t - \alpha \sigma I_t - \alpha \sigma R_t) dB_t \end{aligned} \quad (7)$$

对式两边求定积分,再取极限,可得:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(t)}{t} & \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(0)}{t} + \\ & \left( \frac{(2\theta^2 + 2\alpha^2 - \theta\alpha) \langle k \rangle^2}{(\theta^2 + \alpha^2) \sigma^2} - \beta \right) + \lim_{t \rightarrow \infty} \\ & \frac{\int_0^t (\lambda \sigma S_\tau + (\theta - \alpha) \sigma Si_\tau - \alpha \sigma I_\tau - \alpha \sigma R_\tau) dB_\tau}{t} \end{aligned}$$

由于  $B_t$  为标准布朗运动,即  $B_t \sim N(0, 1)$ ,因此,

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(t)}{t} \leq \frac{(2\theta^2 + 2\alpha^2 - \theta\alpha) \langle k \rangle^2}{(\theta^2 + \alpha^2) \sigma^2} - \beta$$

特别地,对  $\sigma > \sigma_0 = \sqrt{(2\theta^2 + 2\alpha^2 - \theta\alpha) \langle k \rangle^2 / (\beta(\theta^2 + \alpha^2))}$ ,有  $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$  成立,意味着当时间  $t \rightarrow \infty$  时,谣言将依概率 1 在网络中消亡,系统达到稳定状态。

## 2.2 同质网络上的稳态分析

在定理 1 的条件下,当同质网络中不存在传播者个体时( $I(t) = 0$ ),即谣言停止传播,此时系统中仅有免疫者个体,整个系统达到稳定状态。因此,将最终的

$$\frac{dR(t)}{dS(t)} = \frac{\gamma(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))S(t)I(t) + \alpha(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))I(t)(I(t) + Si(t) + R(t))}{-(\lambda + \gamma)(\langle k \rangle + \sigma \dot{B}(t))S(t)I(t)} =$$

$$\frac{\alpha - \gamma}{\lambda + \gamma} - \frac{\alpha}{(\lambda + \gamma)S(t)}$$

即:

$$dR(t) = \frac{\alpha - \gamma}{\lambda + \gamma} dS(t) - \frac{\alpha}{(\lambda + \gamma)S(t)} dS(t) \quad (8)$$

同时,终止时刻有  $S(\infty) = 1 - R(\infty)$ ,对方程左右两端关于  $R(t)$  和  $S(t)$  从初始状态到稳定状态积分,再对两端取以  $e$  为底的指数,得到超越方程:

$$R = 1 - e^{-\frac{\lambda + \alpha}{\alpha} R} \quad (9)$$

显然,方程始终有平凡解  $R = 0$ 。此外,若求解非平凡解,则必须满足:

$$\frac{d}{dR} (1 - e^{-\frac{\lambda + \alpha}{\alpha} R}) \big|_{R=0} > 1 \quad (10)$$

由于等价条件  $(\lambda + \alpha)/\alpha > 1$  对非零的参数  $\lambda$  和  $\alpha$  总是成立的,所以,当  $\lambda > 0$  时,方程存在非平凡解。

观察图 2 可知,谣言的最终规模  $R$  随着传播率  $\lambda$  的增加而增加,越大的抑制率  $\alpha$  导致越小的谣言的最终规模。这是由于传播率越大,促进越多的未知者转变为传播者,从而提高了谣言的最终规模。然而,抑制率越高,越多的传播者停止传播谣言,成为免疫者,从而导致系统中留下的传播者越少,传播者与未知者的接触概率减小,导致谣言的最终规模降低。当  $\lambda = 0$  时,才有  $R = 0$ ,这表明当传播率  $\lambda > 0$  时系统中有谣言传播,意味着随机模型不存在传播阈值,这与文献[19]的结论一致。

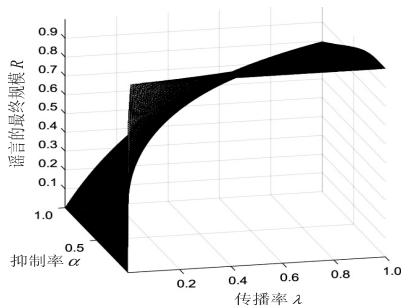


图 2 谣言的最终规模  $R$  随传播率  $\lambda$  和抑制率  $\alpha$  的变化趋势

## 2.3 异质网络上的稳态分析

在异质网络上,设置  $q(k') = k'P(k')/\langle k' \rangle$ ,假设初始条件  $S_k(0) \approx 1$ ,对方程直接积分可得  $S_k(t) = e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t)}$ ,其中  $\varphi(t) = \int_0^t \sum_k I_k(t')q(k')dt' =$

免疫节点密度表示为谣言的最终规模  $R$ ,该文通过研究谣言的最终规模  $R$  来讨论传播阈值,进而分析系统的稳定性。对方程进行化简,可得:

$\int_0^t \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt'$ , 缩写形式定义为  $\langle \langle O(k') \rangle \rangle = \sum_k O(t')q(k')$ 。另外,定义  $\psi(t) = \int_0^t \sum_k Si_k(t')q(k')dt' = \int_0^t \langle \langle Si_k(t') \rangle \rangle dt'$ 。通过计算出  $\varphi_\infty$  研究谣言的最终规模  $R$ ,令方程乘上  $q(k')$ ,对  $k'$  求和,再对  $t$  求积分,可得:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\lambda}{\lambda + \gamma} [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t)} \rangle \rangle] +$$

$$\theta \int_0^t \langle \langle kSi_k(t') \rangle \rangle \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' +$$

$$\theta \sigma \int_0^t \langle \langle \dot{B}_k(t') Si_k(t') \rangle \rangle \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' -$$

$$\beta \varphi(t) - \alpha \int_0^t \langle \langle kI_k(t') \rangle \rangle [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t)} \rangle \rangle] dt' -$$

$$\alpha \sigma \int_0^t \langle \langle \dot{B}_k(t') I_k(t') \rangle \rangle [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t)} \rangle \rangle] dt' \quad (11)$$

利用以上方法对方程进行化简,可得:

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \beta \varphi(t) - \theta \int_0^t \langle \langle kSi_k(t') \rangle \rangle \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' -$$

$$\theta \sigma \int_0^t \langle \langle \dot{B}_k(t') Si_k(t') \rangle \rangle \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' \quad (12)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时,有  $d\varphi(t)/dt = 0$ ,  $d\psi(t)/dt = 0$ 。因此,化简并联立方程和可以得到:

$$\frac{\lambda}{\lambda + \gamma} [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(\infty)} \rangle \rangle] -$$

$$\alpha \int_0^\infty \langle \langle kI_k(t') \rangle \rangle [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t')} \rangle \rangle] dt' -$$

$$\alpha \sigma \int_0^\infty \langle \langle \dot{B}_k(t') I_k(t') \rangle \rangle [1 - \langle \langle e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t')} \rangle \rangle] dt' = 0 \quad (13)$$

分别对方程和进行积分,可得:

$$I_k(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \gamma} [1 - e^{-(\lambda + \gamma)k\varphi(t)}] +$$

$$\theta \int_0^t kSi_k(t') \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' +$$

$$\theta \sigma \int_0^t \dot{B}_k(t') Si_k(t') \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' -$$



$$\beta \int_0^t I_k(t') dt' - \alpha \int_0^t k I_k(t') \langle \langle 1 - e^{-(\lambda+\gamma)k\varphi(t')} \rangle \rangle dt' - \alpha \sigma \int_0^t \dot{B}_k(t') I_k(t') \langle \langle 1 - e^{-(\lambda+\gamma)k\varphi(t')} \rangle \rangle dt' \quad (14)$$

$$Si_k(t) = \beta \int_0^t I_k(t') dt' - \theta \int_0^t k Si_k(t') \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' - \theta \sigma \int_0^t \dot{B}_k(t') Si_k(t') \langle \langle I_k(t') \rangle \rangle dt' \quad (15)$$

对式和式关于  $\alpha$  取高阶无穷小, 联立后化简可得关于  $I_k(t)$  的表达式:

$$I_k(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \gamma} [1 - e^{-(\lambda+\gamma)k\varphi(t)}] + O(\theta) + O(\alpha) - \frac{\beta\lambda}{\lambda + \gamma} \int_0^t (1 - e^{-(\lambda+\gamma)k\varphi(t')}) e^{\beta(t-t')} dt' \quad (16)$$

令  $\varphi(t) = \varphi_\infty f(t)$ , 其中  $f(t)$  是有限函数。因此, 式可化简为:

$$I_k(t) = \lambda \varphi_\infty [(k + \sigma \dot{B}_k(t)) f(t) - \beta \int_0^t (k + \sigma \dot{B}_k(t')) f(t') e^{\beta(t-t')} dt'] + O(\varphi_\infty^2) + O(\theta) + O(\alpha) \quad (17)$$

通过将式代入方程化简可得:

$$\lambda \varphi_\infty [\langle \langle (k + \sigma \dot{B}_k(t)) \rangle \rangle - (\lambda + \gamma) \langle \langle (k + \sigma \dot{B}_k(t))^2 \rangle \rangle \varphi_\infty (\frac{1}{2} + \alpha C)] + O(\varphi_\infty^3) + O(\theta) + O(\alpha^2) = 0 \quad (18)$$

其中,  $C = \int_0^t f(t') [\langle \langle (k + \sigma \dot{B}_k(t')) \rangle \rangle f(t') e^{\beta(t-t')} dt'] dt'$  是一个有限且

正定的积分。显然地,  $\varphi_\infty = 0$  是方程的解, 则另一个正解为:

$$\varphi_\infty = \frac{\langle \langle (k + \sigma \dot{B}_k(t))^2 \rangle \rangle}{(\lambda + \gamma) \langle \langle (k + \sigma \dot{B}_k(t))^3 \rangle \rangle (\frac{1}{2} + \alpha C)}$$

以上结果表明在异质网络上无传播阈值, 即谣言可以扩散并影响系统中的个体, 这与文献[20]的结论一致。

### 3 仿真结果

为了验证所提随机谣言传播模型的正确性, 分别在人工网络(WS 网络、BA 网络)和 Facebook 真实社交网络中进行仿真实验, 具体的特征参数见表 1。利用蒙特卡洛方法模拟谣言传播的演化过程, 分析参数对社交网络谣言传播的影响。为减小随机误差, 所有模拟结果都是经过 100 次独立仿真得到的平均结果, 且在实验过程中设定一个初始传播者。同时, 系统中的噪声设定为独立同分布的零均值高斯白噪声。网络中的传播率  $\lambda$ 、拒绝率  $\gamma$ 、沉默率  $\beta$ 、复发率  $\theta$ 、抑制率  $\alpha$  和噪声强度  $\sigma$  设置为 0.6, 0.2, 0.5, 0.5, 0.8 和 11 (满足定理 1 的条件)。

表 1 WS、BA 和 Facebook 网络的特征参数

特征	WS	BA	Facebook
节点	5 000	5 000	4 039
边	15 000	14 994	88 234
平均度	6	5.998	43.691
最大度	12	263	1 045
最小度	6	3	1
平均路径长度	5.293	4.035	3.693
平均聚类系数	0.081	0.010	0.617

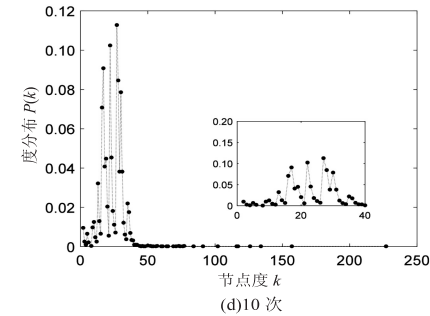
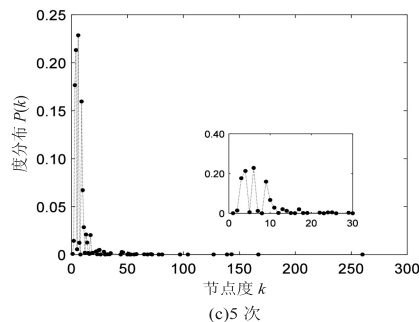
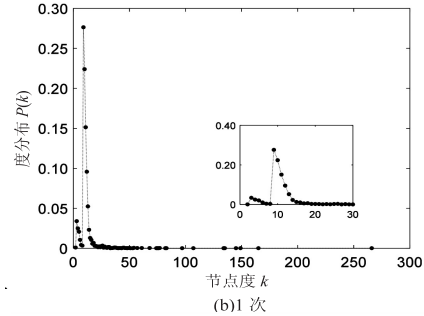
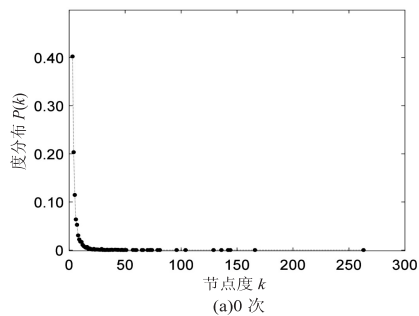


图 3 BA 网络中不同噪声扰动次数下的度分布(弱噪声)

考虑到真实社交网络显著的无标度特征<sup>[27-28]</sup>,主要研究噪声对BA无标度网络拓扑结构的影响。图3分别展示了在经历0次、1次、5次、10次弱噪声( $\sigma = 1$ )干扰下的BA无标度网络的拓扑结构演化趋势。其中子图(a)表示初始时刻的网络度分布,近似服从幂律分布即网络中大部分节点的度较小,存在少量的高连通度节点(称为hub节点),具有显著的长尾特征。在子图(b)中,经历一次弱噪声扰动后,度分布出现轻微震荡,节点度 $k$ 与度分布 $P(k)$ 不再完全满足指数下降关系,但整体依然近似满足幂律分布。通过观察图3(c)和图3(d)发现,经历多次弱噪声干扰后,BA无标度网络的度分布出现多个局部峰值,即网络中出现大量次级中心节点,原hub节点的分布变得稀疏,网络的无标度特征被破坏。这些现象表明即使很小的噪声也会影响网络的度分布。

图4分别显示在WS、BA人工网络和Facebook真实网络中,噪声干扰对谣言传播演化过程的影响。在不考虑噪声扰动时,从图4(a)、4(c)、4(e)可以看出,Facebook网络上谣言的最终规模是最大的,WS网络第二,BA网络最小。但是,谣言在Facebook网络上达

到稳态和峰值所需的时间比WS和BA网络短。此外,谣言在WS网络中的最终规模 $R$ 稍大于BA网络,而BA网络中的扩散速度明显比WS网络快。这是由于BA网络中的hub节点使得更多的邻居节点更容易获得谣言并更有效的向其他节点传播谣言,这在一定程度上加速谣言的传播,然而,当hub节点转化为免疫节点后也会在一定程度上阻碍谣言的传播,这与文献[29]中的结论一致。Facebook网络拥有比BA网络更多的hub节点,这些hub节点可以使得谣言在更短的时间内蔓延到整个网络,从而造成更大的谣言最终规模。因此,谣言在Facebook网络中传播的速度最快,也是最早开始衰落的,并最终趋于消亡。在考虑噪声扰动时,通过图4(b)、4(d)、4(f)与图4(a)、4(c)、4(e)对比可以发现,添加适量噪声进行干扰可以促使人工网络和Facebook真实网络中谣言的最终规模 $R$ 更大,传播节点达到峰值的时间更早且峰值更高,即噪声干扰可以有效促进谣言的扩散。此外,网络中添加噪声干扰,使得沉默节点最终趋于消亡,这表明噪声干扰在沉默节点复发为传播节点方面起到促进作用,从而降低了系统中沉默节点的比例。

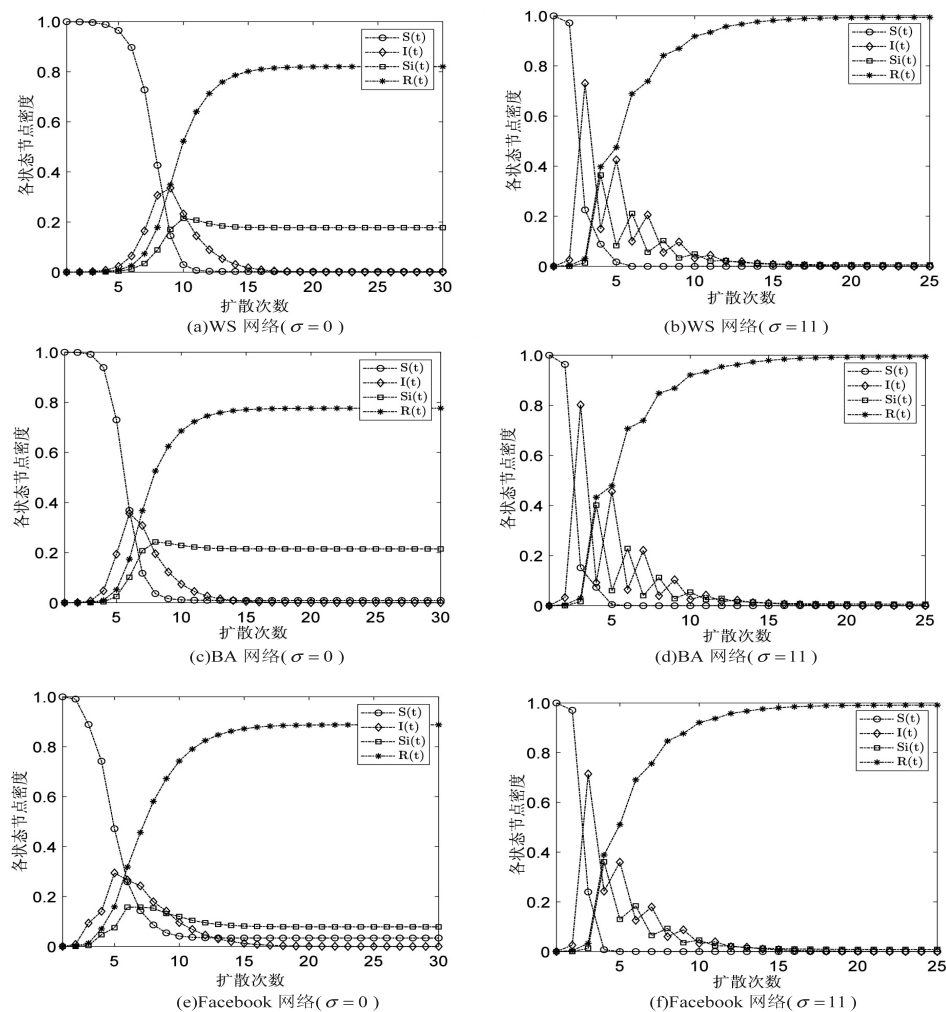


图4 不同网络中谣言传播的演化过程

为了更加有针对性地研究沉默-复发机制对谣言传播的影响,假设此时忽略噪声对网络拓扑结构的影响,系统中模型参数为:  $\lambda = 0.6$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\alpha = 0.8$ 。图 5 表示在不同的沉默率  $\beta$  和复发率  $\theta$  情况下,传播节点密度随时间的变化趋势。图 5 中传播节点密度的峰值表示谣言的最大影响  $I_{\max}$ 。仿真实验表明,沉默-复发机制越强烈,谣言的最大影响  $I_{\max}$  的值越大,且谣言消亡的时间越晚。这是因为越强的沉默-复发机制削弱了抑制率  $\alpha$ ,从而使得系统中谣言的最大影响  $I_{\max}$  提高。相比于传播者的自发沉默行为,沉默者的复发行

为起着更为重要的作用。不难理解,随着互联网技术的发展,个体之间进行信息交流变得更加频繁、便捷。在传播者因心理差异因素而自发变成沉默者时,沉默者又会频繁地接触到外界的谣言信息并再次进行谣言传播。沉默-复发机制在谣言传播过程中起着促进作用,但延迟了谣言消亡的时间。此外,BA 网络和 Facebook 真实网络中谣言达到最大影响  $I_{\max}$  所需的时间短于 WS 网络,这是由于 BA 网络和 Facebook 网络的无标度特征所引起的。

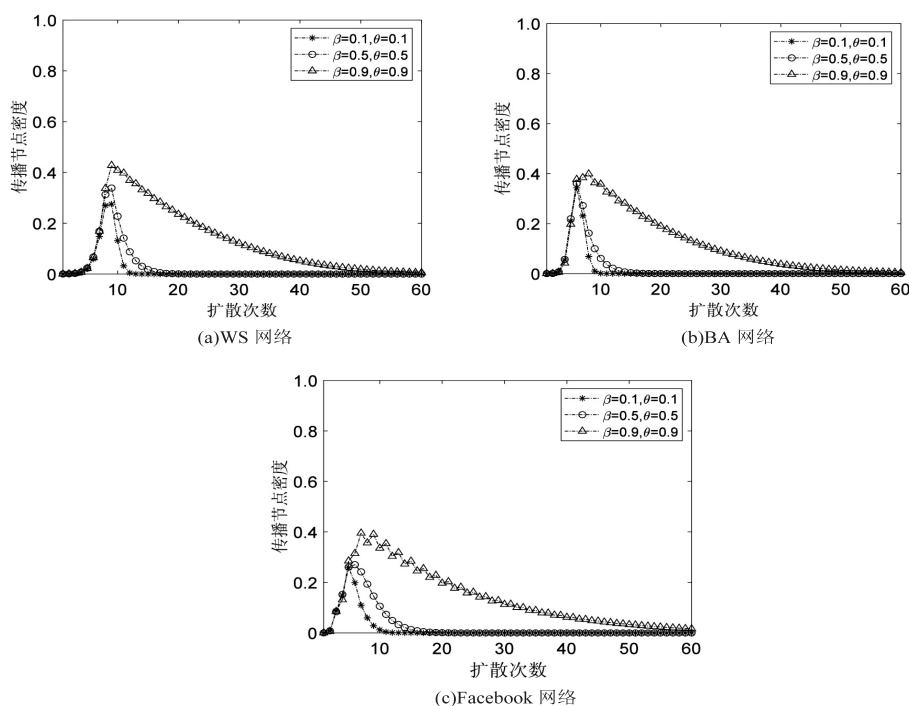


图 5 沉默-复发机制对传播节点密度的影响

## 4 结束语

考虑到复杂社交网络受环境因素的影响以及传播者个体存在的心理差异,该文在基本 SIR 谣言传播模型的基础上,建立一个随机 Si-SIR 谣言传播模型。利用平均场理论在同质网络和异质网络中构建随机微分方程,证明了谣言消亡的充分条件,并对随机模型进行稳态分析来研究传播阈值情况。利用蒙特卡洛方法模拟谣言在 WS 小世界网络、BA 无标度网络和 Facebook 真实社交网络中的传播演化,分析了噪声干扰和沉默-复发机制对谣言传播过程的影响。仿真实验表明,适量的噪声干扰可以加速谣言的传播演化,扩大谣言的最大影响和谣言的最终规模。沉默-复发机制提高了谣言的最大影响,但延长了谣言消亡的时间。此外,随机 Si-SIR 谣言传播模型不存在传播阈值。因此政府部门或有公信力的媒体平台要加强辟谣网站的建设,及时发布辟谣信息,降低沉默节点出现的机率,弱化传

播者心理差异造成的影响。虽然研究的多种因素对谣言传播过程的影响具有一定的意义,但是把最优化控制方法考虑到谣言传播模型中,解决谣言控制问题也是未来值得研究的方向。

## 参考文献:

- [1] 王旭丽,吴 恋,刘 然,等. 网络谣言的传播机制研究[J]. 电脑知识与技术,2019,15(5):48-49.
- [2] LAZER D M J, BAUM M A, BENKLER Y, et al. The science of fakenews[J]. Science, 2018, 359(6380):1094-1096.
- [3] 余雅红. 复杂网络系统动力学行为分析及控制研究[D]. 成都:电子科技大学,2015.
- [4] 赵来军. 谣言传播规律与突发事件应对策略研究[M]. 北京:科学出版社,2016.
- [5] 马宇红,赵媛媛,强亚蓉. 社交网络中谣言传播的从众效应和权威效应[J]. 计算机应用,2019,39(1):232-238.
- [6] AI S, HONG S, ZHENG X Y, et al. CSRT rumor spreading model based on complex network[J]. International Journal of

- Intelligent Systems, 2021, 36(5):1903–1913.
- [7] LI M, ZHANG H, GEORGESCU P, et al. The stochastic evolution of a rumor spreading model with two distinct spread inhibiting and attitude adjusting mechanisms in a homogeneous social network[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 562:125321.
- [8] 吴 杨. 基于扩展传染病模型的谣言传播与溯源研究[D]. 上海: 东华大学, 2021.
- [9] 孙玺菁, 司守奎. 复杂网络算法与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015:100–104.
- [10] ZHU L H, ZHAO H Y, WANG H Y. Stability and spatial patterns of an epidemic-like rumor propagation model with diffusions[J]. *Physica Scripta*, 2019, 94(8):085007.
- [11] ZHAN X X, LIU C, ZHOU G, et al. Coupling dynamics of epidemic spreading and information diffusion on complex networks[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2018, 332:437–448.
- [12] 王飞雪, 李 芳. 社交网络中考虑不同传播概率上的谣言传播模型[J]. *计算机应用研究*, 2019, 36(11):3294–3296.
- [13] 李 锋, 魏 莹. 小世界网络环境下谣言传播对产品定价的影响[J]. *系统仿真学报*, 2018, 30(2):533–542.
- [14] YU Z H, LU S, WANG D, et al. Modeling and analysis of rumor propagation in social networks[J]. *Information Sciences*, 2021, 580:857–873.
- [15] XU H, LI T, LIU X D, et al. Spreading dynamics of an online social rumor model with psychological factors on scale-free networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 525:234–246.
- [16] NIRANJAN U, SINGH A, KUMAR A R. A mean-field-theoretic model for dual information propagation in networks[J]. *Journal of Complex Networks*, 2019, 7(4):585–602.
- [17] XIA L L, JIANG G P, SONG B, et al. Rumor spreading model considering hesitating mechanism in complex social networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, 437:295–303.
- [18] WANG Y Q, YANG X Y, HAN Y L, et al. Rumor spreading model with trust mechanism in complex social networks[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2013, 59(4):510–516.
- [19] ZHAO L J, WANG J J, CHEN Y C, et al. SIHR rumor spreading model in social networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2012, 391(7):2444–2453.
- [20] ZHAO L J, QIU X Y, WANG X L, et al. Rumor spreading model considering forgetting and remembering mechanisms in inhomogeneous networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2013, 392(4):987–994.
- [21] 李 燕, 陈巧萍. 考虑非支持性评论的网络谣言传播模型[J]. *计算机应用*, 2021, 41(4):1128–1135.
- [22] SHAIKHET L. Stability of equilibria of rumor spreading model under stochastic perturbations[J]. *Axioms*, 2020, 9(1):24–39.
- [23] JAIN A, DHAR J, GUPTA V. Stochastic model of rumor propagation dynamics on homogeneous social network with expert interaction and fluctuations in contact transmissions[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 519:227–236.
- [24] 贾芳菊. 谣言传播模型的随机动力学分析[D]. 河南: 河南大学, 2018.
- [25] ZHU L, WANG Y G. Rumor spreading model with noise interference in complex social networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2017, 469:750–760.
- [26] CHAI Y, WANG Y G, ZHU L. Astochastic information diffusion model in complex social networks[J]. *IEEE Access*, 2019, 7:175897–175906.
- [27] LI Z P, TANG X J. A study on scale free social network evolution model with degree exponent  $< 2$  [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2020, 33(1):87–99.
- [28] BHATTACHARYA S, SINHA S, ROY S. Impact of structural properties on network structure for online social networks[J]. *Procedia Computer Science*, 2020, 167:1200–1209.
- [29] NEKOVEE M, MORENO Y, BIANCONI G, et al. Theory of rumour spreading in complex social networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2007, 374(1):457–470.