

# 含约束和通信时滞的多智能体系统包含控制

张 旺,侯海良

(湖南人文科技学院 信息学院,湖南 娄底 417000)

**摘 要:**随着人工智能的发展,包含控制成为近年来研究的热点问题。为了解决有向切换通信拓扑下含非凸输入约束和通信时滞的采样多智能体系统包含控制问题,设计了一种基于投影的分布式非线性包含控制算法。该算法只需要利用智能体自身和相邻智能体的交互信息就能实现输入受限跟随者的包含。首先将跟随者与领导者构成的凸区域的最大距离选定为李雅普诺夫函数,接着引入约束算子描述跟随者的非凸约束,并将系统的非凸模型转化时变线性模型,然后运用李雅普诺夫稳定性理论、凸分析等方法证明了在通信拓扑的并集中只要每个跟随者至少有一条从领导者到该跟随者的有向路径,李亚普诺夫函数就能收敛到0,也就是带输入约束和通信时滞的跟随者最终能够保留在领导者所形成的凸区域内。最后通过数值仿真证明了所提出的控制算法能够解决输入受限的包含控制问题。

**关键词:**多智能体;包含控制;采样系统;输入约束;通信时滞

中图分类号:TP273;TP18

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2022)03-0034-06

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2022.03.006

## Containment Control for Sampling Multi-Agent System with Input Constraints and Communication Delays

ZHANG Wang, HOU Hai-liang

(School of Information, Hunan University of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000, China)

**Abstract:** With the development of artificial intelligence, containment control has become a hot topic in recent years. In order to solve the containment control problem of sampled-data multi-agent systems with nonconvex input constraints, communication delays and directed switching topologies, a distributed nonlinear containment control algorithm based on projection is designed. The containment control of each follower with input constraint can be achieved by using the information of itself and the local interaction information. Firstly, the maximum distance from the followers to the convex region formed leaders is chosen as the Lyapunov function. A constraint operator is introduced to describe the nonconvex constraint of the follower. The nonconvex system model is transformed into a time-varying linear model. Then, by using Lyapunov stability theory and convex analysis, it is proved that the Lyapunov function converges to 0 as long as each follower has at least one directed path from leaders to it in the union of communication topologies, namely, the followers with input constraints and communication delays can eventually remain in the convex region formed by leaders. Finally, a numerical simulation is given to show that the proposed control algorithm can solve this input-constrained containment control problem.

**Key words:** multi-agent; containment control; sampled system; input constraints; communication delays

## 0 引 言

近几年来,随着人工智能的普及,多智能体系统协同控制受到了广泛关注。包含控制作为其中一个重要的分支,在实际中有着广泛的应用前景,如无人机护航编队、多机器人协同避障等。文献[1]提出了一种走走停停的控制策略,解决了固定无向通信拓扑下的包含问题,并首次明确了包含控制的目标是将一组跟随者智能体驱动到由领导者构成的凸区域内。文献[2-4]研究

了固定网络下的包含控制问题。文献[5-6]研究了无向切换网络的包含控制问题。文献[7]分别研究了领导者运动和静止两种情况下有向切换网络的包含控制问题。以上研究均未考虑时滞问题,实际上由于信息采集、传输、处理等需要时间,时滞问题不可避免,必定会对控制产生影响。文献[8-11]研究了固定网络下考虑通信时滞的包含控制问题。文献[12]提出了一种基于投影的非线性包含控制算法,解决了有向切换网络中存

收稿日期:2021-03-25

修回日期:2021-07-26

基金项目:湖南省教育科学重点项目(18A410);湖南省教育厅优秀青年项目(19B294);湖南省研究生科研创新项目(CX20200204)

作者简介:张 旺(1997-),男,硕士研究生,CCF会员(G8218G),从事多智能体系统协同控制研究;通信作者:侯海良(1980-),男,博士,硕士,副教授,从事复杂系统的建模与控制,以及大型系统的协调控制研究。

在通信时滞的包含控制问题。文献[13]分别针对一阶和二阶系统提出了两种不同的包含控制算法,解决了有向切换网络中存在通信时滞的包含控制问题。文献[14]将文献[13]的研究内容拓展到离散系统中,并改进了包含控制算法。

上述研究<sup>[1-14]</sup>假定智能体的控制输入和状态可以任意变化。但在实际应用中,受物理条件的限制,智能体运动不可避免地要受到一些约束,如受能耗影响,机器人的速度只可能在一定范围内变化。文献[15-16]研究了受约束的多智能体系统控制问题,其所受约束为凸性,这往往与实际不符。例如舰艇在水中可以朝各个方向运动,速度最快的方向为舰艇的前进方向,各个方向的运动速度形成了一个非凸区域。在文献[15-16]研究的基础上,文献[17-19]进一步研究了受非凸速度约束以及非凸输入约束的控制问题。需要强调的是文献[15-19]都是研究多智能体系统一致性问题。文献[20]提出了一种基于投影的非线性包含控制算法,解决了连续系统输入受约束的包含控制问题。

文献[1-20]中提到的系统均是离散的或者连续的。在实际应用中通常智能体使用的控制器为计算机或微处理器,智能体的状态信息需要经过采样后传输给邻居智能体,且在某些特定的环境中只能获得采样数据。与连续系统相比,采样系统只需要对采样数据进行传输,减少了通信能耗。与离散系统相比,采样系统不需要将控制系统做离散化处理,且进行周期采样得到的数据便于处理。文献[21-22]研究了固定网络下采样系统的包含控制问题。文献[23]研究了切换网络和通信时滞的采样系统包含控制问题,但都没有考虑采样系统的约束问题。

该研究受输入约束和通信时滞影响的采样多智能体系统包含控制问题,提出了一种基于投影的分布式协调控制算法。首先针对跟随者智能体设计了一种基于投影的非线性包含控制算法,将所有跟随者智能体到凸包的最大距离定义为李雅普诺夫函数,根据李雅普诺夫稳定性理论证明只要每个跟随者智能体能直接或间接至少收到一个领导者的信息,受限包含控制问题就能解决。最后通过数字案例证明了该包含控制方法的有效性。

## 1 图论与预备知识

$G(\nu, \varepsilon, A)$  表示含  $n$  个节点的有向图,  $\varepsilon \subseteq \{(i, j) : i, j \in \nu\}$  表示边集,  $\nu = \{1, 2, \dots, n\}$  表示节点集,  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  表示邻接矩阵的权值。 $a_{ij} \geq 0$  表示边的权值,  $(j, i) \in \varepsilon$  表示节点  $i$  能接收到节点  $j$  接收的消息,当  $(j, i) \in \varepsilon$  且  $i \neq j$  时有  $a_{ij} > 0$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。在有向图  $G(\nu, \varepsilon, A)$  中,有向路径由有序边序列  $(i_1, i_2),$

$(i_2, i_3), \dots$  构成,其中  $(i_j, i_{j+1}) \in \nu$ 。多个有向图  $G_1, G_2, \dots, G_N$  的并集为  $G_M$ ,  $G_M$  仍是一个有向图,且  $G_M$  的边集等于全部有向图  $G_j, j = 1, 2, \dots, M$  边集的并集。 $\mathbb{Z}^+$  表示所有正整数的集合,  $\mathbb{R}^g$  表示  $g$  维实列向量的集合。 $\|x\|$  表示向量  $x$  的标准欧几里得范数。 $P_Y(x)$  表示  $x$  在封闭区域  $Y$  上的投影,定义为:  $P_Y(x_i(k)) = \arg \min_{\bar{x}_i(k) \in Y} (x_i(k) - \bar{x}_i(k))$ 。

引理1: 设凸集  $Q \in \mathbb{R}^r$  为非空封闭凸集,  $\gamma_i \in \mathbb{R}^r$  表示任意向量,如果  $a_i \geq 0, i = (1, 2, \dots, n)$  满足  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ , 那么有  $\|\sum_{i=1}^n a_i \gamma_i - P_Q(\sum_{i=1}^n a_i \gamma_i)\| \leq \sum_{i=1}^n a_i \|\gamma_i - P_Q(\gamma_i)\|$ 。

定义1: 设  $U_i \subseteq \mathbb{R}^r$  是一个有界的非空封闭集合, 当  $x = 0$  时,  $S_{U_i}(0) = 0$ , 当  $x \neq 0$  时,  $S_{U_i}(x) = x / \|x\| \max_{0 \leq \varphi \leq \|x\|} \{\varphi \mid \varphi \theta x / \|\varphi \theta x\| \in U_i, \forall 0 \leq \theta \leq 1\}$ , 则将  $S_{U_i}(x)$  称为约束算子。此外  $0 \in U_i, \max_{x \in U_i} \|S_{U_i}(x)\| = \bar{\delta}_i, \inf_{y \in U_i} \|S_{U_i}(y)\| = \delta_i$ , 其中  $\bar{\delta}_i, \delta_i$  均是正常数。

约束算子  $S_{U_i}(x)$  的物理意义是找到与矢量  $x$  方向相同的矢量  $S_{U_i}(x)$  使其满足  $\|S_{U_i}(x)\| \leq \|x\|$ , 并且对于任意  $\theta \in [0, 1]$ , 都满足  $\theta S_{U_i}(x) \in U_i$ 。值得指出的是,该约束算子不要求  $U_i$  为凸性(如图1所示)。

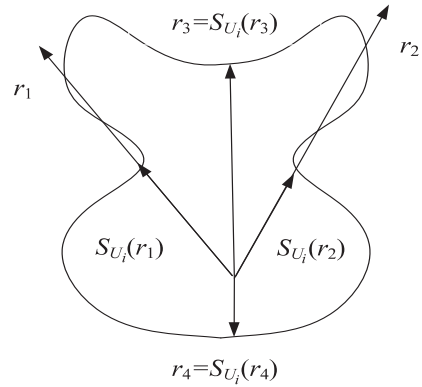


图1 约束算子示意图

## 2 问题提出及系统设计

设多智能体系统由  $l + n$  个智能体组成,包括  $l$  个领导者智能体(下文简称领导者)和  $n$  个跟随者智能体(下文简称跟随者),  $F = \{1, 2, \dots, n\}$  表示跟随者集合,  $L = \{n + 1, n + 2, \dots, n + l\}$  表示领导者集合。 $x_i(k) \in \mathbb{R}^r$  表示跟随者在  $kT$  时刻的位置,  $u_i(k) \in \mathbb{R}^r$  表示跟随者在  $kT$  时刻的控制输入。 $T > 0$  表示采样周期,为了简便起见,后面统一用  $k$  表示  $kT$ 。所有领导者和跟随者构成了通信拓扑图  $G(\nu, \varepsilon, A)$  的节点集。

如一阶多智能体系统为连续系统,控制输入为采

样数据,则动力学方程为:  $\dot{x}(t) = u(t)$ , 采样周期  $[kT, (k+1)T]$  内的位移为  $\Delta x = u(k)T$ 。因此受输入约束的一阶采样系统模型为:

$$x_i(k+1) = x_i(k) + S_{U_i}(u_i(k))T \quad (1)$$

考虑通信时滞影响,设计包含控制算法为:

$$u_i(k) = \sum_{j \in F} a_{ij}(k) [x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)] - c_i(k) [x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))] \quad (2)$$

式中,  $\tau_{ij}(i \neq j)$  为跟随者  $i$  与  $j$  之间的通信时滞,  $\tau_{ij} <$

$$h_i(k) = \frac{\| S_{U_i} [ \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) ] \|}{\| \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) \|}$$

当  $\sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) = 0$  时,令  $h_i(k) = 1$ ,  $0 < h_i(k) \leq 1$  显然。由欧几里得范数定义可得:  $S_{U_i} [ \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) ] = h_i(k) [ \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) ]$ 。由式(1)、式(2)可得:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= x_i(k) + h_i(k) [ \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) ] T = \\ &= x_i(k) + h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) (x_j(k - \tau_{ij}) - x_i(k)) - h_i(k) T c_i(k) (x_i(k) - P_{Y(k)}(x_i(k))) = \\ &= x_i(k) + h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) x_j(k - \tau_{ij}) - h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) x_i(k) - h_i(k) T c_i(k) x_i(k) + h_i(k) T c_i(k) P_{Y(k)}(x_i(k)) = \\ &= [ 1 - h_i(k) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(k) + c_i(k) ) ] x_i(k) + h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) x_j(k - \tau_{ij}) + h_i(k) T c_i(k) P_{Y(k)}(x_i(k)) \end{aligned} \quad (3)$$

假设 1: 在  $kT$  时刻,通信拓扑图的并集中任意跟随者与领导者之间至少存在一条有向的路径。

假设 2: 令  $\Psi_{\max} T < 1$ ,  $\Psi_{\max}$  为  $\sum_{j \in F \cup L} a_{ij}(k) + c_i(k)$  的最大值,即  $\Psi_{\max} = \max_{i \in F, k \geq 0} [ \sum_{j \in F \cup L} a_{ij}(k) + c_i(k) ]$ 。

本研究需要解决的包含问题是,在假设 1 和假设 2 下,设计控制算法使受通信时滞和输入约束影响的跟随者进入到领导者构成的凸区域  $Y$  中,即  $\lim_{k \rightarrow \infty} \| x_i(k) - P_Y(x_i(k)) \| = 0$ 。为了证明以上结论,将李雅普诺夫函数构建为:

$$V(k) = \max_i \| x_i(k - n) - P_Y(x_i(k - n)) \| \quad (4)$$

根据式(3)和引理 1 可得:

$$\| x_i(k+1) - P_Y(x_i(k+1)) \| \leq [ 1 -$$

$\tau_{\max}, \tau_{\max}$  为最大通信时滞。如果  $a_{ij} > 0$ , 假设  $a_{ij} > \lambda$ ,  $\lambda$  为一个正常数。跟随者  $i$  如果能至少接收到一个领导者的信息,则有  $c_i(k) > 0$ , 否则  $c_i(k) = 0$ 。同样假设如果  $c_i(k) > 0$ , 则  $c_i(k) \geq \lambda$ 。

### 3 稳定性分析

为了便于后续分析,定义一个新的变量  $h_i(k)$ , 当  $k \geq 0$  时有:

$$\begin{aligned} &h_i(k) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(k) + c_i(k) ) \| x_i(k) - P_Y(x_i(k)) \| + \\ &h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) \| x_j(k - \tau_{ij}) - P_H(x_j(k - \tau_{ij})) \| + \\ &h_i(k) T c_i(k) \| P_{Y(k)}(x_i(k) - P_Y(P_{Y(k)}(x_i(k))) \| \end{aligned} \quad (5)$$

因为  $Y_i(k) \subseteq Y$ , 所以  $P_{Y_i(k)}(x_i(k)) = P_Y(P_{Y_i(k)}(x_i(k)))$ 。

$$\begin{aligned} &\| x_i(k+1) - P_Y(x_i(k+1)) \| \leq \\ &V(k) - h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) V(k) - \\ &h_i(k) T \sum_{j \in F} a_{ij}(k) V(k) - \\ &h_i(k) T c_i(k) V(k) + h_i(k) T c_i(k) \leq \\ &(1 - h_i(k) c_i(k) T) V(k) \end{aligned} \quad (6)$$

由假设 2 可得  $0 \leq (1 - h_i(k) c_i(k) T) \leq 1$ , 即  $V(k) \leq V(k+1) = \| x_i(k+1) - P_Y(x_i(k+1)) \|$ , 可得出  $V(k)$  为单调非增,即跟随者到凸区域  $Y$  的最大距离不会增大。为了最终能实现包含控制,必须证明  $V(k)$  会随时间减小,下面分两步来证明。

第一步:对于任意跟随者  $i \in F$ , 当  $k \leq \kappa$  且  $0 \leq \zeta_1 < 1$  时,如果有  $\| x_i(\kappa) - P_Y(x_i(\kappa)) \| \leq \zeta_1 V(k)$ , 那么对于  $0 \leq \zeta_2 < 1$ , 有  $\| x_i(\kappa+1) - P_Y(x_i(\kappa+1)) \| \leq \zeta_2 V(k)$ 。

根据公式(6)有:

$$\begin{aligned} &\| x_i(\kappa+1) - P_Y(x_i(\kappa+1)) \| \leq \\ &[ 1 - h_i(\kappa) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) + c_i(\kappa) ) ] \zeta_1 V(k) + \\ &h_i(\kappa) T \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) V(\kappa) \leq [ 1 - \\ &h_i(\kappa) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) + c_i(\kappa) ) ] \zeta_1 V(k) + \\ &h_i(\kappa) T \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) V(k) \leq - [ 1 - \\ &h_i(\kappa) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) + c_i(\kappa) ) ] (1 - \zeta_1) V(k) + \\ &V(k) \leq [ 1 - (1 - h_i(\kappa) T ( \sum_{j \in F} a_{ij}(\kappa) + \\ &c_i(\kappa) ) ) ] (1 - \zeta_1) V(k) \leq [ 1 - (1 - \\ &\Psi_{\max} T) ] (1 - \zeta_1) V(k) \end{aligned} \quad (7)$$

根据假设 2 和式(7)可推导出  $\| x_i(\kappa+1) -$

$P_Y(x_i(\kappa+1)) \parallel \leq \zeta_2 V(k)$ , 此时  $\zeta_2 = 1 - (1 - \Psi_{\max} T)(1 - \zeta_1)$ 。

第二步:对于任意跟随者  $i_z \in F$ , 设  $i_z$  能接收到  $i_w \in F \cup L$  的信息, 即  $a_{i_z i_w}(\kappa) > 0$ , 有  $a_{i_z i_w}(\kappa) \geq \lambda$ ;  $c_{i_z}(\kappa) > 0$ , 有  $c_{i_z}(\kappa) \geq \lambda$ 。当  $k \leq \kappa$  时, 如果有  $\parallel x_{i_w}(\kappa - \tau_{i_z i_w}) - P_Y(x_{i_w}(\kappa - \tau_{i_z i_w})) \parallel \leq \zeta_1 V(k)$ , 那么有  $\parallel x_{i_z}(\kappa+1) - P_Y(x_{i_z}(\kappa+1)) \parallel \leq \zeta_2 V(k)$ , 此时  $0 \leq \zeta_1 < 1, 0 \leq \zeta_2 < 1$ 。

证明过程如下:

$$\begin{aligned} \parallel x_{i_z}(\kappa+1) - P_Y(x_{i_z}(\kappa+1)) \parallel &\leq \\ &[1 - h_{i_z}(\kappa)T(\sum_{j \in F} a_{i_z j}(\kappa) + \\ &c_{i_z}(\kappa))]V(k) + h_{i_z}(\kappa)T \sum_{j \in F} a_{i_z j}(\kappa)V(k) + \\ &a_{i_z i_w}(\kappa)TV(k) - a_{i_z i_w}(\kappa)T(1 - \zeta_1)V(k) \leq \\ &[1 - h_{i_z}(\kappa)Tc_{i_z}(\kappa)]V(k) - a_{i_z i_w}(\kappa)T(1 - \\ &\zeta_1)V(k) \leq (1 - a_{i_z i_w}(\kappa)T(1 - \zeta_1))V(k) \leq \\ &(1 - \lambda T(1 - \zeta_1))V(k) \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可得  $\parallel x_{i_z}(\kappa+1) - P_Y(x_{i_z}(\kappa+1)) \parallel \leq \zeta_2 V(k)$ , 此时  $\zeta_2 = 1 - \lambda T(1 - \zeta_1)$ , 很显然  $0 < \zeta_2 < 1$ 。

根据假设1至少存在一个跟随者  $i_{f_1} \in F$  在  $kT$  时刻能接收到领导者的消息, 即  $c_{i_{f_1}}(k) \geq \lambda$ 。由第二步可得  $\parallel x_{i_{f_1}}(k+1) - P_Y(x_{i_{f_1}}(k+1)) \parallel < \zeta_{f_1,1} V(k)$ , 通过第一步运用递归法则可得, 对于任意  $S \geq 1$  有  $\zeta_{i_{f_1},S} V(k) > \parallel x_{i_{f_1}}(k+S+1) - P_Y(x_{i_{f_1}}(k+S+1)) \parallel$ , 此

时  $0 < \zeta_{i_{f_1},S} < 1$ 。

同理, 存在一个跟随者  $i_{f_2}, f_2 \neq f_1$  在  $(k+1+\tau_{i_{f_2}})T$  时刻能接收到  $i_{f_1}$  或者部分领导者的消息。根据第二步可得  $\parallel x_{i_{f_2}}(k+\tau_{i_{f_2}}+1) - P_Y(x_{i_{f_2}}(k+\tau_{i_{f_2}}+1)) \parallel < \zeta_{i_{f_2},1} V(k)$ , 此时  $0 < \zeta_{f_2,1} < 1$ 。通过使用递归法则可得,  $\parallel x_{i_{f_2}}(k+\tau_{i_{f_2}}+1+S) - P_Y(x_{i_{f_2}}(k+\tau_{i_{f_2}}+1+S)) \parallel < \zeta_{i_{f_2},S+1} V(k)$ , 此时  $0 < \zeta_{i_{f_2},S+1} < 1, S \geq 1$ 。

在跟随者集合  $F$  中有  $n$  个跟随者。由假设1可得在足够大的时刻  $\hat{S}T$  ( $\hat{S} > 0$  为有界整数)任意跟随者至少能收到一个领导者的消息, 有  $\parallel x_{i_{\hat{S}}}(k+\tau_{\max} - d + \hat{S}) - P_Y(x_{i_{\hat{S}}}(k+\tau_{\max} - d + \hat{S})) \parallel < \zeta_{\hat{S}} V(k)$ , 其中  $d=0, 1, \dots, \tau_{\max}, 0 < \zeta_{\hat{S}} < 1$ 。因此可得  $V(k+\hat{S}+\tau_{\max}) \leq \zeta_{\hat{S}} V(k)$ , 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} V(k) = 0$ 。

#### 4 数值仿真

为了证明控制算法的有效性, 本节通过两次仿真案例对设计的算法进行验证。在第一次仿真中考虑由6个智能体  $n_1, n_2, \dots, n_6$  和4个领导者  $m_1, m_2, m_3, m_4$  构成的多智能体系统, 其通信拓扑如图2所示(多智能体系统通信拓扑1), 由三个拓扑结构  $G_1, G_2, G_3$  组成, 在系统运行过程中每隔1秒切换一次拓扑, 显然  $G_1 \cup G_2 \cup G_3$  满足假设1的条件。令  $a_{ij}(k) = 1.5, c_i(k) = 0.23$ , 采样周期  $T = 0.2$ , 显然满足假设2的条件。

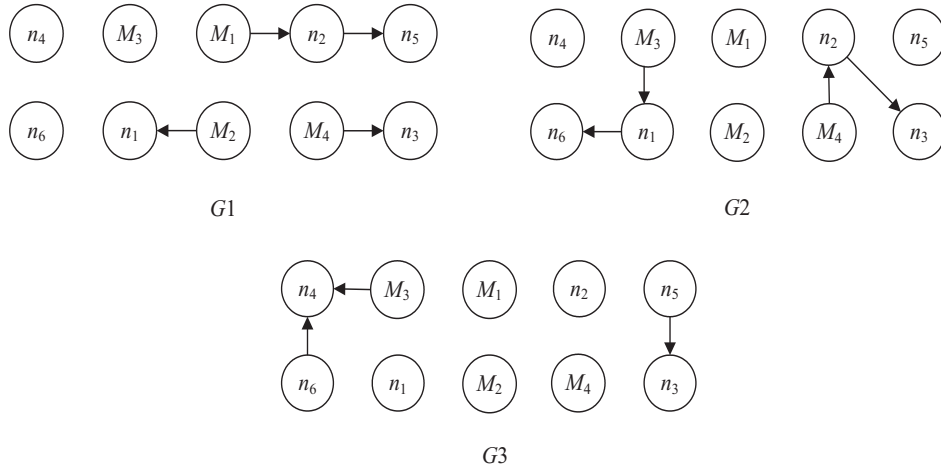


图2 多智能体系统通信拓扑1

将所有跟随者的输入约束范围设置为由半圆  $x^2 + (y - 0.75)^2 = 0.75 (y \geq 0.75)$ 、 $x^2 + (y + 0.75)^2 = 0.75 (y \leq -0.75)$  与四条线段  $y = -x + 1.5 (0.75 < x \leq 1.5)$ 、 $y = x - 1.5 (0.75 < x < 1.5)$ 、 $y = -x - 1.5 (-0.75 > x \geq -1.5)$ 、 $y = x + 1.5 (-0.75 > x > -1.5)$  围成的非凸区域中。如图3所示(跟随者输入约束1), 所有跟随者的控制输入均约束在设置的非凸区域中。运动轨迹结果如图4所示(跟随者运动轨迹1), 6个智能体初始位置不同, 最后均能运动到由4个

领导者构成的凸区域中。

第二次仿真采用的通信拓扑如图5所示(多智能体系统通信拓扑2), 三个拓扑结构对应的通信时滞为  $0.1\text{ s}, 0.2\text{ s}, 0.3\text{ s}$ 。仿真结果如图6、7所示, 假设多智能体系统包括  $n_1, n_2, \dots, n_6$  等6个跟随者和  $L_1, L_2, L_3, L_4$  等4个领导者。通信拓扑按照  $G_a, G_b, G_c$  顺序依次切换, 每个拓扑的持续时间为  $1\text{ s}$ , 显然  $G_a \cup G_b \cup G_c$  满足假设1的条件。假设三个拓扑结构中智能体间的通信时滞分别为  $0.1\text{ s}, 0.2\text{ s}, 0.3\text{ s}$ 。



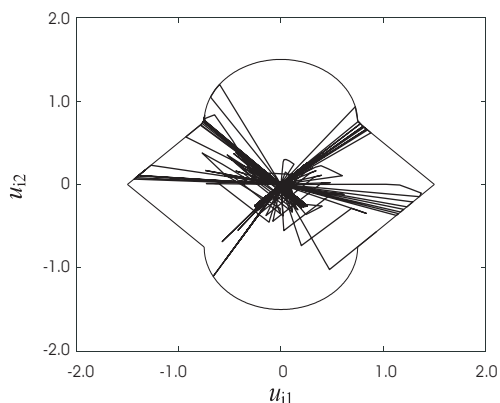


图 3 跟随者输入约束 1

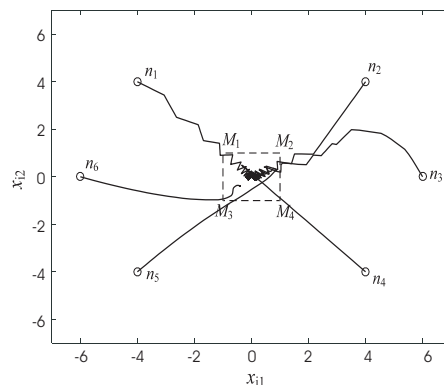


图 4 跟随者运动轨迹 1

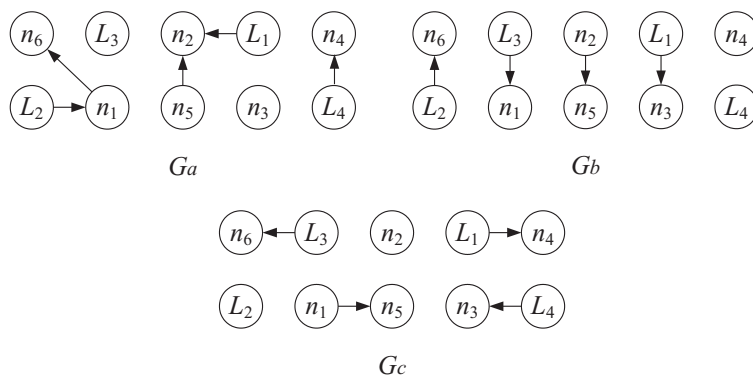


图 5 多智能体系统通信拓扑 2

令  $a_{ij}(k)=0.12$ ,  $c_i(k)=0.1$ , 采样周期  $T=0.2$ , 显然能使假设 2 满足。4 个领导者的初始位置为:  $L_1: (-1, 1)$ ,  $L_2: (1, 1)$ ,  $L_3: (-1, -1)$ ,  $L_4: (1, -1)$ 。6 个跟随者的初始位置分别为:  $n_1: (-3, 3)$ ,  $n_2: (0, 3)$ ,  $n_3: (3, 3)$ ,  $n_4: (-3, -3)$ ,  $n_5: (0, -3)$ ,  $n_6: (3, -3)$ 。将所有跟随者的输入约束范围设置为: 半圆  $(x-0.5)^2 + y^2 = 0.5 (x \geq 0.5)$ 、 $(x+0.5)^2 + y^2 = 0.5 (x \leq -0.5)$  与四条线段  $y = -x + 1 (0 < x < 0.5)$ 、

$y = x - 1 (0 < x < 0.5)$ 、 $y = -x - 1 (0 \geq x > -0.5)$ 、 $y = x + 1 (0 \geq x > -0.5)$  构成的非凸区域中。如图 6 所示 (跟随者输入约束 2), 所有跟随者控制输入均约束在设定的非凸区域内。由图 7 (跟随者运动轨迹 2) 可以看出, 在所提出的控制器的作用下, 6 个跟随者由不同的初始位置出发最终运动到领导者构成的凸区域中。数值仿真结果说明系统在提出的控制器的作用下能解决含输入约束和通信时滞的包含控制问题。

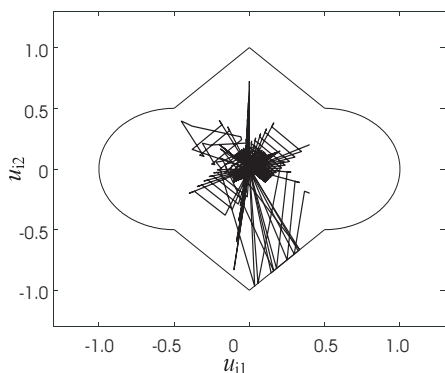


图 6 跟随者输入约束 2

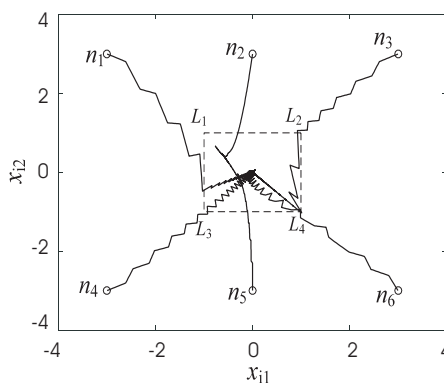


图 7 跟随者运动轨迹 2

## 5 结束语

该文研究了受输入约束的多智能体系统包含控制问题, 考虑了跟随者受通信时滞影响, 同时该系统通信拓扑为有向切换的。针对该问题设计了一种基于邻居位置信息以及投影的包含控制算法, 将跟随者与凸区

域的距离构建为李雅普诺夫函数, 运用凸分析、模型转换等方法首先证明了领导者与凸区域的距离不会随时间变化增大, 接着证明了所有能与领导者直接或间接通信的跟随者与凸区域间的距离随时间变化减小, 最终所有跟随者与凸区域间的距离收敛到 0, 即所有控制输入受约束的跟随者均能进入到由领导者构成的凸

区域中。最后通过数值仿真证明了理论结果的正确性。文中考虑的系统为一阶采样系统,下一步工作将探究受输入约束和时延影响的二阶采样多智能体系统包含控制问题以及动态领导者的情况。

#### 参考文献:

- [1] JI M, FERRARI-TRECCATE G, EGERSTEDT M, et al. Containment control in mobile networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(8): 1972–1975.
- [2] WANG Y, CHENG L, HOU Z, et al. Containment control of multi-agent systems in a noisy communication environment[J]. Automatica, 2014, 50(7): 1922–1928.
- [3] WANG Q, FU J, WANG J. Fully distributed containment control of high-order multi-agent systems with nonlinear dynamics[J]. Systems & Control Letters, 2017, 99: 33–39.
- [4] 赵学远, 周绍磊, 王帅磊, 等. 基于多无人机组成的编队包含控制[J]. 计算机工程, 2020, 46(8): 284–289.
- [5] NOTARSTEFANO G, EGERSTEDT M, HAQUE M. Containment in leader – follower networks with switching communication topologies[J]. Automatica, 2011, 47(5): 1035–1040.
- [6] 王芳, 陈鑫, 何勇, 等. 联合连通条件下的二阶多智能体系统有限时间一致性控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(7): 981–986.
- [7] CAO Y, REN W, EGERSTEDT M. Distributed containment control with multiple stationary or dynamic leaders in fixed and switching directed networks[J]. Automatica, 2012, 48(8): 1586–1597.
- [8] LI B, CHEN Z, LIU Z, et al. Containment control of multi-agent systems with fixed time-delays in fixed directed networks[J]. Neurocomputing, 2016, 173: 2069–2075.
- [9] LIU K, XIE G, WANG L. Containment control for second-order multi-agent systems with time-varying delays[J]. Systems & Control Letters, 2014, 67(7): 24–31.
- [10] SHEN J, LAM J. Containment control of multi-agent systems with unbounded communication delays[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(9): 2048–2057.
- [11] WANG D, ZHANG N, WANG J, et al. Cooperative containment control of multiagent systems based on follower observers with time delay[J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems, 2017, 47(1): 13–23.
- [12] XIONG Q, LIN P, REN W, et al. Containment control for discrete-time multiagent systems with communication delays and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(10): 3827–3830.
- [13] WANG F, YANG H, LIU Z, et al. Containment control of leader-following multi-agent systems with jointly-connected topologies and time-varying delays[J]. Neurocomputing, 2017, 260: 341–348.
- [14] XIONG Q, LIN P, CHEN Z, et al. Distributed containment control for first-order and second-order multiagent systems with arbitrarily bounded delays[J]. Robust Nonlinear Control, 2019, 29(4): 1122–1131.
- [15] LIN P, REN W, SONG Y. Distributed multi-agent optimization subject to nonidentical constraints and communication delays[J]. Automatica, 2016, 65: 120–131.
- [16] LIN P, REN W, FARRELL J A. Distributed continuous-time optimization; nonuniform gradient gains, finite-time convergence, and convex constraint set[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(5): 2239–2253.
- [17] LIN P, REN W, YANG C, et al. Distributed consensus of second-order multiagent systems with nonconvex velocity and control input constraints[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(4): 1171–1176.
- [18] LIN P, REN W, GAO H. Distributed velocity-constrained consensus of discrete-time multi-agent systems with nonconvex constraints, switching topologies, and delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(11): 5788–5794.
- [19] MO L, LIN P. Distributed consensus of second-order multiagent systems with nonconvex input constraints[J]. Robust Nonlinear Control, 2018, 28: 3657–3664.
- [20] YANG C, DUAN M, LIN P, et al. Distributed containment control of continuous-time multi-agent systems with nonconvex control input constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(10): 7927–7934.
- [21] ZHENG B, MU X. Formation-containment control of second-order multi-agent systems with only sampled position data[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(15): 3609–3618.
- [22] ZHENG B, MU X. Formation-containment control of sampled-data second-order multi-agent systems with sampling delay[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(16): 4369–4381.
- [23] QIU Z, XU J, HOU H. Containment problem for sampled-data agent networks subject to information delays and switching topologies[J]. IEEE Access, 2019, 7: 71007–71012.