

## 二进小波滤波器的构造及其应用

贺欢,吐尔洪江·阿布都克力木\*,何笑

(新疆师范大学数学科学学院,新疆乌鲁木齐830017)

**摘要:**雾天获取的图像对比度低,图像模糊。为获取较为清晰的图像,利用二进提升格式,分析二进提升方案,提出一种构造提升二进小波滤波器的方法。将构造的二进小波滤波器作为初始二进小波滤波器,通过控制滤波器的提升参数,构造了新的提升二进小波,并将其在图像去雾中进行了应用。首先将雾图像进行二进小波变换一次分解,对低频分量采用灰度线性拉伸,以增强图像的整体对比度,使用阈值函数对高频分量中的细节信息进行增强处理,对处理后的高低频部分进行二进小波逆变换。为了达到更为理想的视觉效果,再利用传统的增强算法对图像进行全局处理。实验结果表明,与原始图像相比,新构造的滤波器在图像去雾中的效果较为理想,其对比度和清晰度都有了极大的提高,而比较两种滤波器,提升二进小波滤波器在效果上好于初始二进小波滤波器。

**关键词:**二进提升方案;消失矩;B-样条二进小波滤波器; $\hat{a}$  trous 算法;二进小波

**中图分类号:** TP391.41

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2020)10-0187-07

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2020.10.033

## Construction and Application of Dyadic Wavelet Filter Based on Dyadic Lifting Scheme

HE Huan, Turghunjan · ABDUKIRIM\*, HE Xiao

(School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi 830017, China)

**Abstract:** The image acquired in foggy days has low contrast and blurry image. To obtain a clear image, with dyadic format to analyze dyadic lifting scheme, a method of constructing the dyadic lifting wavelet filter is proposed. The constructed dyadic wavelet filter is used as the initial dyadic wavelet filter. By controlling the ascension parameters of the filter, a new dyadic wavelet is constructed and applied to image defogging. Firstly, the fog image is decomposed by dyadic wavelet transform, and the gray scale linear stretch is used to enhance the overall contrast of the image. The threshold function is used to enhance the detail information in the high frequency component and the inverse dyadic wavelet transform is carried out for the high and low frequency parts. In order to achieve a more ideal visual effect, the traditional enhancement algorithm is used to process the image globally. The experiment shows that compared with the original image, the newly constructed filter has an ideal effect in image defogging, and its contrast and sharpness are greatly improved. Compared with the two filters, the improved dyadic wavelet filter has a better effect than the original dyadic wavelet filter.

**Key words:** dyadic lifting scheme; vanishing moment; B-spline dyadic wavelet filter;  $\hat{a}$  trous algorithm; dyadic wavelet

### 0 引言

雾天空气中含有的颗粒物影响着拍摄时获取的图像的质量,导致图像中含有的重要信息无法准确获取,尤其是在交通方面,异物无法精确检测,存在许多的安全隐患,同时也对人们日常的出行造成了很多的不便,因此用什么方法能够准确地获取图像的重要信息是当前必不可少的。当前主要的方法是直接提高图像对比度的图像增强方法和考虑图像降质原因的图像复原方

法。小波分析<sup>[1]</sup>因为具有良好的优势,即局部化能力和多分辨率分析能力,使得它的应用范围非常广泛。例如对受其他影响的信号进行去噪<sup>[2-4]</sup>,图像也是一种信号,在获取图像的过程中,受到器材等设备的影响,这些影响也可以看作是噪声;在故障诊断中<sup>[5-7]</sup>,当波形出现间断时,就是奇异部分;还有在图像的压缩<sup>[8-9]</sup>,在图像增强和图像分割中的应用<sup>[10-13]</sup>,以及在医学等方面的应用<sup>[14-18]</sup>。将其应用在图像去雾中,在

收稿日期:2019-12-08

修回日期:2020-04-10

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(11261061,61362039,10661010);新疆维吾尔自治区自然科学基金资助项目(200721104);新疆师范大学数学教学资源共享重点实验室招标课题(XJNUSY082017B03);新疆师范大学研究生科研创新项目(XSY202002001)

**作者简介:**贺欢(1994-),女,硕士研究生,研究方向为小波分析及其应用;通信作者:吐尔洪江·阿布都克力木(1962-),男,教授,博士,研究方向为小波理论及其在图像处理与计算机视觉中的研究及应用。

对雾图的处理中,利用滤波可以从含有复杂内容的雾图中提取所感兴趣的内容,并抑制无用的内容。对于滤波器而言,具备正交性、紧支撑、对称性、高阶消失矩等<sup>[1]</sup>性质是很必要的。理论上已经证明同时具有正交性、对称性和紧支撑性的只有 Haar 小波,而 Haar 小波的光滑性非常差。于是为了满足小波函数具有紧支撑,同时具有线性相位的要求,必须研究另一类小波即双正交小波,若不具有紧支撑,滤波器在实际应用中会出现截断效应。从理论上来说,二进提升方案在很大程度上扩展了小波分析的研究范围;在应用上来说,二进小波分析构造也可以根据研究者自身的实际情况来构造不同的二进小波或双正交小波。该文根据二进提升方案,构造出二进小波滤波器,将其作为初始滤波器,再对其进行提升,并将这些新构造的二进小波滤波器应用到图像去雾中,从主观分析和客观评价两方面来对比二者的去雾效果。

## 1 二进小波滤波器

本节所使用的定理和命题选自文献[1]。

### 1.1 二进提升方案

定义 1<sup>[1]</sup>:若  $\psi(t)$  满足  $\int_R t^k \psi(t) dt = 0, 0 \leq k < p$ , 且  $\int_R t^p \psi(t) dt \neq 0$  成立,则称  $\psi(t)$  为具有  $p$  阶消失矩的小波。

定义 2<sup>[1]</sup>:滤波器  $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$  的计算产生两个尺度函数和小波  $(\varphi, \psi, \tilde{\varphi}, \tilde{\psi})$ , 它们的傅里叶变换满足:

$$\begin{cases} \hat{\varphi}(2\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{h}(\omega) \tilde{\varphi}(\omega) \\ \hat{\tilde{\varphi}}(2\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{h}(\omega) \hat{\varphi}(\omega) \\ \hat{\psi}(2\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{h}(\omega) \tilde{\psi}(\omega) \\ \hat{\tilde{\psi}}(2\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{h}(\omega) \hat{\psi}(\omega) \end{cases} \quad (1)$$

称上式为二尺度关系。由二尺度关系可知,可以通过研究滤波器来得到对应的尺度函数和小波  $(\varphi, \psi, \tilde{\varphi}, \tilde{\psi})$ 。

定义 3:若滤波器  $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$  的傅里叶变换满足:

$$\hat{h}(\omega) \hat{h}^*(\omega) + \hat{g}(\omega) \hat{g}^*(\omega) = 2 \quad (2)$$

其中,上标“\*”表示复共轭,则滤波器  $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$  为二进小波滤波器,称该式为二进完全重构条件。

### 1.2 B-样条二进小波的构造

该方法构造的 B-样条二进小波是将 Mallat 方法进行了推广。

$M$  次 B-样条函数  $\varphi(t)$  是特征函数  $\chi_{[0,1]}(t)$  与其自身的  $m+1$  卷积的平移:  $\varphi(t) = \chi^* \chi^* \chi^* \cdots \chi^* \chi_{[0,1]}(t)$ ,  $\chi_{[0,1]}$  的  $m+1$  次。其傅里叶变换为:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(\omega) &= \left( \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right)^{m+1} e^{-j\alpha\omega/2} \\ \alpha &= \begin{cases} 1, m = 2n \\ 0, m = 2n + 1 \end{cases} \quad m \in Z, m \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

由式(1),有:

$$\hat{h}(\omega) = \sqrt{2} \frac{\hat{\varphi}(2\omega)}{\hat{\varphi}(\omega)} = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\omega}{2} \right)^{m+1} e^{-j\alpha\omega/2} \quad (4)$$

选取滤波器  $\hat{h}(\omega)$ :  $\tilde{h}(\omega) = \bar{h}(\omega)$ , 根据前文的二进完全重构有:  $\hat{g}(\omega) = (-j)^\tau \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{2}\tau\omega} \left( \sin \frac{\omega}{2} \right)^\tau$ , 其中  $r=1, 2$ , 若  $\tau=1$ , 则  $r$  为奇数;  $\tau=0$ , 则  $r$  为偶数。

由二进完全重构条件(式(2)),有:

$$\hat{g}(\omega) = (-j)^\tau \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{2}\tau\omega} \left( \sin \frac{\omega}{2} \right)^{2-\tau} \sum_{l=0}^m \left( \cos \frac{\omega}{2} \right)^{2l} \quad (5)$$

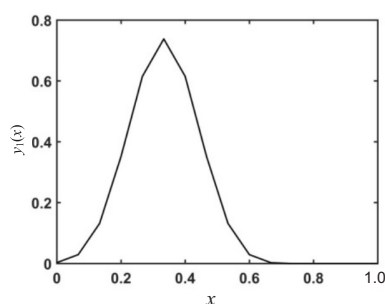
因此,由二尺度关系(式(1)),有:

$$\hat{\psi}_r = \left( -\frac{\omega}{4} \right)^r e^{-j\left(\frac{2+\alpha-\tau}{4}\omega - \frac{\pi}{2}\tau\right)} \left( \frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4} \right)^{m+r+1} \quad (6)$$

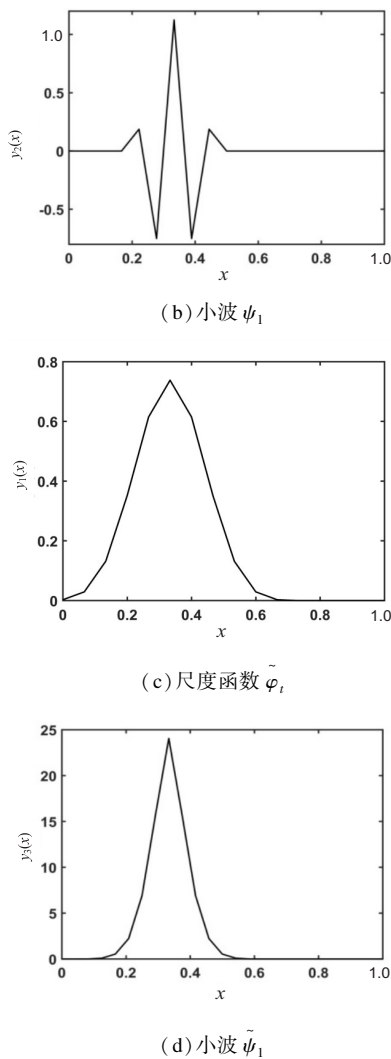
当  $r=2, m=4$  时的尺度函数  $\varphi(t)$  与小波  $\psi_r(t)$  的 B-样条二进小波滤波器系数如表 1 所示,图像如图 1 所示。

表 1 B-样条二进小波滤波器系数

$k$	$h_k$	$g_k$	$\tilde{h}_k$	$\tilde{g}_k$
-5				0.003 906 25
-4				0.046 875
-3	0.031 25		0.031 25	0.265 625
-2	0.156 25	-0.25	0.156 25	0.953 125
-1	0.312 5	0.50	0.312 5	2.460 937 5
0	0.312 5	-0.25	0.312 5	0.953 125
1	0.156 25		0.156 25	0.265 625
2	0.031 25		0.031 25	0.046 875
3				0.003 906 25



(a) 尺度函数  $\varphi_r$

图 1 尺度函数与小波  $\{\varphi_t, \psi_1, \tilde{\varphi}_t, \tilde{\psi}_1\}$  的图像

### 1.3 提升二进小波的构造

根据 T. Abdukirim 提出的二进提升方案, 并调整方案中的自由参数, 便可以构造出 B-样条二进小波滤波器。

命题 1: 若滤波器  $(h^o, g^o, \tilde{h}^o, \tilde{g}^o)$  是二进小波滤波器, 则由,

$$\begin{aligned} h_k &= h_k^o, g_k = g_k^o - \sum_m s_m h_{k-m}^o \\ \tilde{h}_k &= \tilde{h}_k^o + \sum_m s_{-m} \tilde{g}_{k-m}^o, g_k = g_k^o \end{aligned} \quad (7)$$

提升后的滤波器  $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$  也称为二进小波滤波器。其中  $s_m$  是提升参数, 称式(7)为二进提升方案。

命题 2: 若滤波器  $(h^o, g^o, \tilde{h}^o, \tilde{g}^o)$  是二进小波滤波器, 由,

$$\begin{aligned} h_k &= h_k^o + \sum_m r_{-m} g_{k-m}^o, g_k = g_k^o \\ \tilde{h}_k &= \tilde{h}_k^o, g_k = g_k^o - \sum_m r_m \tilde{h}_{k-m}^o \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $(h^o, g^o, \tilde{h}^o, \tilde{g}^o)$  为初始二进小波滤波器,  $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$  也称为二进小波滤波器, 则式(8)为二进对偶提升方案,  $r_m$  为提升参数。

该方案是一个利用已知的二进小波滤波器作为模板来构造一个新的二进小波滤波器的系统的方法。

定理 1: (1) 若命题 1 中满足  $\hat{g}^o(0) \neq 0$ , 则  $\hat{g}(0) = 0$  的充分条件是  $\hat{s}(\omega) = \frac{\hat{g}^o(\omega)}{\hat{h}^o(\omega)}$ ;

(2) 若二进小波分解高通滤波器  $g^o$  有  $p$  阶消失矩, 则提升后的二进小波分解高通滤波器  $g$  至少有  $p + 1$  阶消失矩的充分条件  $\hat{s}(\omega)$  满足:

$$\left. \frac{d^k \hat{s}(\omega)}{d\omega^k} \right|_{\omega=0} = 0, 0 \leq k < p \quad (9)$$

$$\left. \frac{d^p \hat{s}(\omega)}{d\omega^p} \right|_{\omega=0} = \frac{1}{\hat{h}^o(0)} \left. \frac{d^p \hat{g}^o(\omega)}{d\omega^p} \right|_{\omega=0} \quad (10)$$

定理 2: (1) 若命题 2 中的二进小波重构高通滤波器  $\tilde{g}^o$  的傅里叶变换满足:  $\hat{g}^o \neq 0$ , 则  $\hat{g}(0) = 0$  的充分条件是  $\hat{r}(\omega) = \frac{\hat{g}^o(\omega)}{\hat{\tilde{h}}^o(\omega)}$ ;

(2) 若对偶二进小波重构高通滤波器  $\tilde{g}^o$  有  $p$  阶消失矩, 那么提升后的对偶二进小波重构高通滤波器  $\tilde{g}$  有至少  $p + 1$  阶消失矩的充分条件是  $r_m$  的傅里叶变换  $\hat{r}_m$  满足:

$$\left. \frac{d^k \hat{r}(\omega)}{d\omega^k} \right|_{\omega=0} = 0, 0 \leq k < p \quad (11)$$

$$\left. \frac{d^p \hat{r}(\omega)}{d\omega^p} \right|_{\omega=0} = \frac{1}{\hat{\tilde{h}}^o(\omega)} \left. \frac{d^p \hat{g}^o(\omega)}{d\omega^p} \right|_{\omega=0} \quad (12)$$

以 1.1 节构造的  $r=2, m=4$  的滤波器为新的 B-样条二进小波滤波器作为初始二进小波滤波器 (见表 1)。利用本节的定理, 将得到比初始小波具有更高阶消失矩的提升二进小波。以下是对偶提升后的滤波器系数。

表 2 对偶提升后的滤波器系数

$k$	$h_k^l$	$g_k$	$\tilde{h}_k$	$\tilde{g}_k^l$
-5				-0.027 343 75
-4				-0.109 375
-3	0.031 25		0.031 25	0.078 125
-2	-0.093 75	-0.25	0.156 25	0.484 375
-1	0.812 5	0.50	0.312 5	1.992 187 5
0	-0.187 5	-0.25	0.312 5	0.687 5

续表 2

$k$	$h_k^l$	$g_k$	$\tilde{h}_k$	$\tilde{g}_k^l$
1	0.656 25		0.156 25	0.078 125
2	-0.218 75		0.031 25	0.015 625
3				0.003 906 25

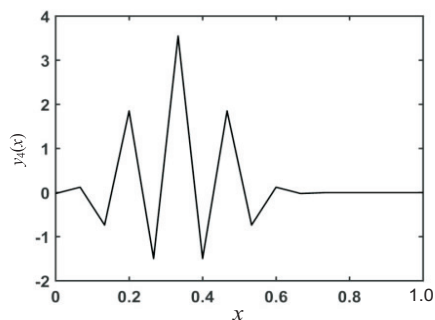
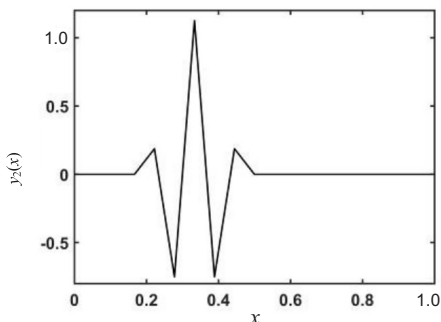
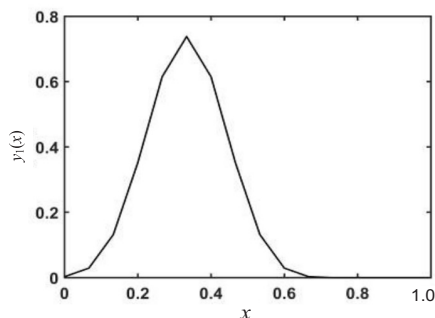
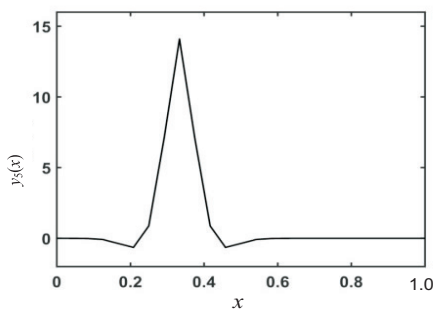
(a) 尺度函数  $\varphi_1^l$ (b) 小波  $\psi_1$ (c) 尺度函数  $\tilde{\varphi}_1$ (d) 小波  $\tilde{\psi}_1^l$ 

图 2 尺度函数与小波  $\{\varphi_1^l, \psi_1, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\psi}_1^l\}$  的图像  
根据表 2 中的滤波器系数和图 2 中的图像,可以

得出提升后的滤波器也具有对称性、紧支性,消失矩的阶数也有明显的提高,继续应用本节的定理,可以构造出更高阶的二进小波滤波器。

其中,图中的函数表示如下:

$$\varphi_i(x) = \tilde{\varphi}_i(x) = y_1(x), \psi_1(x) = y_2(x),$$

$$\tilde{\psi}_1(x) = y_3(x), \varphi_i^l(x) = y_4(x), \tilde{\psi}_1^l(x) = y_5(x)$$

## 2 算法实现

### 2.1 二进小波域的高频子带的非线性增强

雾图经二进小波变换分解得到的高频子带在小波域中,包含着雾图大量的细节信息和噪声,噪声的含量严重影响着雾图的质量。为了更好地去除雾图中的噪声,并具有较好的去噪效果,选取具有噪声抑制功能的小波阈值增强函数进行高频子带的去噪处理。在分解过程中,分解层数的多少也影响着处理效果,若分解层数较多,图像便会出现模糊,分解层数不足,又达不到预期的去雾效果。经过大量的实验和分析,该文对雾图分解一层,且雾图的噪声主要集中在分解的第一层,因此,将小波阈值增强函数应用到分解一层的高频子带系数。

选取的阈值为:

$$T = \frac{\sigma \sqrt{2 \ln(M \times N)}}{M \times N}$$

其中,  $M \times N$  为图像的大小,  $\sigma$  为图像的均方差。

采用的阈值函数为:

$$Q(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) \left[ |x| - \frac{kT}{1 - e^{m(|x| - T)}} \right], & |x| \geq T \\ 0, & |x| < T \end{cases} \quad (13)$$

其中  $m, n$  是可以调节的参数,经过大量的实验分析证明,当  $k \in [0, 1]$ ,  $m \in [0, +\infty]$  时,该阈值函数具有明显的连续性,而且也保留了传统阈值函数的优势,即软阈值函数和硬阈值函数的优势。

### 2.2 二进小波域的低频子带的线性增强

雾图经二进小波变换分解产生的低频分量中包含了原始图中大量的内容信息,雾也主要集中在低频子带,低频子带类似于原始雾图的缩略图。雾图像最主要的特点就是对比度很低,并且低频部分基本去除了噪音,因此通过对低频子带系数进行对比度的拉伸来提高雾图像的整体对比度。该文使用的映射函数为:  $Q(x) = 255 * (x - u) / (v - u)$ , 其中  $u, v$  分别表示为雾图像灰度值的最小值和最大值。

## 3 实验过程及分析

该文以 Matlab 2016a 为实验平台,选取六幅大小



均为  $336 \times 552$  的雾天图像进行相同方法的处理。首先提取出雾图像的三个颜色通道,并对其分别使用两种二进小波滤波器进行二进小波变换分解和二进小波逆变换重构处理,并从主观评价和客观分析两方面进行分析比较。记初始滤波器为滤波器 1,提升滤波器

为滤波器 2。

### 3.1 主观分析

主观评价是一种简单、直接、又快速的方法,可以瞬间感知图像的质量好坏。对处理效果先进行主观评价。



图 3 两种滤波器处理图像的效果图

如图 3 所示,选取六组图像,原始图像的亮度都很低,视觉模糊,图像里的事物边缘轮廓不清晰,受雾的影响,图像整体给人以灰蒙蒙的感觉,无法准确获取图

像的信息。利用该文得到的两种二进小波滤波器进行去雾处理,图像的清晰度和对比度等方面与原始图像相比均得到了提高,图像的视觉效果较好。例如在天

安门图中,原图中的建筑物与天空的颜色较接近,建筑物的顶部边缘不够突出,经过两种滤波器的处理,建筑物的边缘轮廓突出很多,人眼几乎可以一眼看清建筑物的结构;在堵车图中,原始图像中的车辆个数不够清楚,比较模糊,路上的白线也比较模糊,而经过两种滤波器的处理,车辆的边缘突出了,路上的白线明显很多;在老人锻炼图中,原始图像中的老人和周边的树木几乎融为一体,较远处的老人和树木基本没有什么明显区分的特征,肉眼无法看清具体的老人和树木,图像整体偏灰暗,利用该文构造的滤波器处理过的图像,图像的层次感增强了,明亮的地方凸显了,老人的身形也清晰了,树木的形状也明显了,图像的亮度也提高了很多;在傍晚堵车图中,由于是在傍晚,图像的亮度很低,车辆也很模糊,肉眼很难区分车辆,经过处理后,图像的亮度得到提高,车辆也能分清,并且车辆的颜色也可以看出来;在一个人图中,原始图像整体亮度偏暗,远处的天安门城楼若隐若现,图像里所有的事物分界线不够明显,基本属于连成一片的感觉,而处理后的图像,首先在亮度上就已经远远超过了原始图像,远处的天安门城楼的轮廓也已现显,图像里的事物信息基本可以获得;在其他的效果图中,也可以明显看出提出的两种滤波器在图像去雾方面均有一定的效果。

但是,分别比较两种滤波器的去雾效果可得,由初始滤波器处理的图像效果虽然对比度有了一些提高,去雾也有较好的效果,但是图像中物体的边缘光滑性不够好。例如堵车图中的图像,车辆的轮廓边缘不够连续,视觉上有杂乱的感觉,不够光滑,而对偶提升的二进小波滤波器处理的图像,图像整体的对比度得到一定的提高,雾除的效果也有,图像里的物体的边缘较光滑,整体感觉较整齐,轮廓较连续,给人视觉上较舒适;在高速堵车图中初始滤波器处理的图像也是光滑性不足,边缘的连续性也不足,而提升后的滤波器处理的图像边缘较为光滑,视觉感较整齐;除了这两组图外,其他组效果图也出现了同样的效果。在当前所有的效果图中,人眼也可以直接看出提升后的二进小波滤波器处理的图像边缘较光滑,杂乱性较弱,处理效果较好,适合于人眼观察。

### 3.2 客观分析

主观分析虽然可以较快地感知图像的质量,但是较容易受到个人情绪的影响,较为片面和武断,无法获取较准确的评价结论。为了得到较准确的评价,也为更好地说明文中构造的初始二进小波滤波器(滤波器 1)和对偶提升的二进小波滤波器(滤波器 2)在图像去雾方面的应用效果,较好地获取图像的质量,选取均值、标准差和平均梯度三种图像的客观评价标准进行评价,其中平均梯度和标准差越高,说明图像的质量越

好。得到的数据如表 3~表 5 所示。

表 3 几组图像的均值

图像名称	初始均值	滤波器 1	滤波器 2
天安门	143.867 7	131.558 8	132.818 0
堵车	155.174 8	131.439 0	132.322 6
高速堵车	132.745 1	132.209 7	132.872 0
老人锻炼	158.743 6	130.851 8	131.200 7
傍晚堵车	83.601 4	130.394 7	131.324 2
一个人	81.161 2	131.267 8	132.302 3
平均值	125.882 3	131.287 0	132.107 8

表 4 几组图像的标准差

图像名称	初始标准差	滤波器 1	滤波器 2
天安门	38.610 6	74.813 3	75.323 1
堵车	29.730 1	74.243 1	74.158 4
高速堵车	28.539 6	74.841 7	75.036 9
老人锻炼	35.098 8	74.540 2	74.655 2
傍晚堵车	39.572 9	73.218 0	73.129 5
一个人	30.422 0	74.995 9	75.699 4
平均值	33.662 3	74.442 0	74.667 1

表 5 几组图像的平均梯度

图像名称	初始平均梯度	滤波器 1	滤波器 2
天安门	3.747 9	7.571 4	8.181 8
堵车	5.007 0	13.166 5	12.859 3
高速堵车	3.057 1	7.658 3	8.053 5
老人锻炼	3.585 2	8.033 0	8.504 1
傍晚堵车	4.573 6	9.177 4	9.411 7
一个人	1.380 9	3.359 7	3.144 8
平均值	3.558 6	8.161 1	8.359 2

根据上表数据所示,分别计算六组雾图像的均值的平均值、标准差的平均值以及平均梯度的平均值进行比较得出,初始滤波器和提升滤波器处理的图像效果均比原图像好,其客观数据均高于原始图像的数据,尤其是标准差和平均梯度方面,几乎为原始图像的两倍多,都有了很大的提高,较满足人眼的需求;若比较两种滤波器处理图像的客观数据可知,经过对偶提升的二进小波滤波器处理图像的效果在均值、标准差及平均梯度方面的平均值均好于初始的二进小波滤波器,但是二者在数据方面的差别不是很大。

## 4 结束语

雾天获取的图像质量较低,影响交通或异物检测。为了有效获取更多雾图的信息量,提出了二进小波滤波器的构造,并将其应用在图像去雾中。先引入两个参数,得到一种新的构造 B-样条二进小波滤波器的新

方法,以新构造的 B-样条二进小波滤波器作为初始二进小波滤波器,经过一次对偶提升得到具有高阶消失矩的提升二进小波滤波器,将初始二进小波滤波器应用到图像去雾中。同时,再将得到的提升二进小波滤波器也应用到图像去雾中,分别对两者的高频部分和低频部分进行相同的处理,即高频部分进行非线性增强,低频部分进行灰度对比度拉伸。经过对效果图的主观评价分析和客观评价分析,得出两种二进小波滤波器均在图像去雾方面有一定的效果,但是经过对偶提升的二进小波滤波器处理图像的去雾效果较好于初始滤波器。由此得出,高阶消失矩的滤波器光滑性较好,该方法是一种较为有效的去雾方法。

#### 参考文献:

- [1] 吐尔洪江·阿布都克力木. 小波信号处理基础[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2014.
- [2] 李 晶, 张方舟. 小波变换在核磁共振测井信号去噪中的应用研究[J]. 计算机与数字工程, 2019, 47(11): 2906–2909.
- [3] 刘 青, 王 直. 基于改进小波阈值函数的光电检测去噪研究[J]. 信息技术, 2018, 42(12): 111–114.
- [4] 李传文, 魏圆圆, 张俊卿, 等. 基于小波变换的非接触式电导信号去噪研究[J]. 仪表技术, 2019(11): 1–6.
- [5] 朱雪雄, 邓良平. 基于小波分析和机器学习的电力电缆故障诊断研究[J]. 信息与电脑, 2019, 31(21): 22–25.
- [6] 刘 冲, 李佳鸿. 基于小波变换与差值能量法相结合的串联故障电弧检测方法[J]. 电气技术, 2017(12): 62–66.
- [7] 赵朋洋, 柯洪昌. 基于小波变换的高压电缆故障定位关键技术研究[J]. 信息系统工程, 2019(09): 128+130.
- [8] 王得芳. 基于小波变换的藏族唐卡图像压缩技术研究[J]. 电脑知识与技术, 2019, 15(26): 198–199.
- [9] 赵 蓉, 王 辉, 张爱华. 基于小波变换的分形图像编码压缩算法[J]. 计算机应用与软件, 2019, 36(11): 262–266.
- [10] 冯小二, 王新赛, 李明明. 基于多尺度形态小波变换的红外图像边缘增强算法[J]. 电子测试, 2019(19): 43–45.
- [11] 贺 欢, 吐尔洪江·阿布都克力木, 何 笑. 一种基于二进小波变换的图像增强方法[J]. 信息通信, 2019(8): 13–15.
- [12] 马 坤, 孙泉雄, 多化琼, 等. 小波和傅里叶相融合的彩色木材图像增强[J]. 西北林学院学报, 2019, 34(3): 196–201.
- [13] 耿艳萍, 郭小英, 王华夏, 等. 基于小波图像融合算法和改进 FCM 聚类的 MR 脑部图像分割算法[J]. 计算机科学, 2017, 44(12): 260–265.
- [14] LI Juan, CUI Xuerong, SONG Houbing, et al. Threshold selection method for UWB TOA estimation based on wavelet decomposition and kurtosis analysis[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2017, 2017(1): 1–10.
- [15] HUSSAIN S, ALALILI A. A hybrid solar radiation modeling approach using wavelet multiresolution analysis and artificial neural networks[J]. Applied Energy, 2017, 208: 540–550.
- [16] HAO Yang, WU Yu, LI Pan, et al. Non-destructive inspection on anchorage defect of hollow grouted rock bolt using wavelet transform analysis[J]. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 2018, 2018(1): 1–12.
- [17] JAN B, YOUSUFZAI M A K, AFRIDI F A K, et al. Study the stratospheric ozone irregularity over Pakistan atmospheric region in perspectives of wavelet analysis[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2019, 12(20): 1–11.
- [18] ZHANG Qinli, SHEN Shuting, SU Xiaoyun, et al. A novel method of medical image enhancement based on wavelet decomposition[J]. Automatic Control and Computer Sciences, 2017, 51(4): 263–269.