

一种非线性权重的自适应鲸鱼优化算法

赵传武¹, 黄宝柱², 阎跃观¹, 代文晨¹, 张 建¹

(1. 中国矿业大学(北京) 地球科学与测绘工程学院, 北京 100083;

2. 开滦(集团)有限责任公司, 河北 唐山 063018)

摘 要:随着现实生活中待优化问题的复杂度增加,种群优化算法得到迅速发展。目前,各种鲸鱼优化算法被提出,但是在不断提高精度的同时,却增加了算法的复杂性。针对鲸鱼优化算法(WOA)收敛速度慢、求解精度低的问题,在优化算法性能的基础上保留鲸鱼优化算法结构简单的特点,提出了基于非线性权重的自适应鲸鱼优化算法(NWAWOA)。通过非线性权重 S_1 和 S_2 对鲸鱼优化算法三个阶段的位置更新公式采用两种不同的加权策略,在平衡算法全局搜索与局部开发能力的同时,加快收敛速度、提高求解精度。在10个经典测试函数上的实验表明,改进的算法与经典粒子群算法(PSO)、WOA、WOAWC算法、EWOA算法相比具有较好的收敛速度、求解精度和稳定性,同时算法结构简单,易于学习。

关键词:非线性权重;位置更新;加权策略;鲸鱼优化算法;结构简单

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2020)10-0007-07

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2020.10.002

An Adaptive Whale Optimization Algorithm of Nonlinear Inertia Weight

ZHAO Chuan-wu¹, HUANG Bao-zhu², YAN Yue-guan¹, DAI Wen-chen¹, ZHANG Jian¹

(1. School of Geoscience and Surveying Engineering, China University of Mining and Technology,

Beijing 100083, China;

2. Kailuan Group Co., Ltd., Tangshan 063018, China)

Abstract: With the increasing complexity of the problems to be optimized in real life, the population optimization algorithm has developed rapidly. At present, various whale optimization algorithms have been proposed, but while the accuracy has been continuously improved, the algorithm complexity has been increased. Aiming at the problem of the slow convergence speed and low solution precision in the whale optimization algorithm (WOA), retaining the simple structure of WOA on the basis of optimizing algorithm performance, an adaptive WOA based on nonlinear weight (NWAWOA) is proposed. Two different weighting strategies are applied to the three-stage position update formula of the whale optimization algorithm by nonlinear weights S_1 and S_2 . While balancing the global search and local exploitation capabilities of the algorithm, the convergence speed is accelerated and the solution precision is improved. Experiments on 10 classic test functions show that the improved algorithm has better convergence speed, solution precision and stability than the classic particle swarm optimization (PSO), WOA, WOAWC and EWOA. At the same time, with simple structure and easy learning.

Key words: nonlinear weight; position update; weighting strategy; whale optimization algorithm; simple structure

0 引 言

近年来,随着现实生活中优化问题的复杂度增加,传统优化算法不能对其进行有效的处理。智能优化算法如蚁群算法(ant colony)、蜂群算法(artificial bee colony, ABC)、粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)等是一类种群迭代寻优算法,具有算法原理简单、参数少、易于实现等特点,在参数优化^[1-3]和遥

感图像处理^[4-6]等领域得到了成功的应用。

鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm, WOA)是由澳大利亚学者 Mirjalili 和 Lewis^[7]于2016年提出的一种启发式搜索算法。算法的本质是模仿座头鲸捕食行为,将包围捕食、泡网攻击、搜寻食物等行为数学模型化。鲸鱼优化算法与其他群智算法一样,也存在易早熟、易陷入局部最优和收敛速度慢等问题。

收稿日期:2019-12-02

修回日期:2020-04-07

基金项目:国家自然科学基金(51574242, 51404272)

作者简介:赵传武(1995-),男,硕士研究生,研究方向为大地测量学与测量工程;通信作者:阎跃观(1981-),男,博士,副教授,研究方向为形变监测。

基于此,许多学者从算法参数、位置公式以及与其他算法结合等不同角度来提高算法性能。龙文等^[8]提出收敛因子随迭代次数非线性变化的鲸鱼优化算法,平衡算法的全局搜索和局部搜索能力,结果表明该算法具有较高的收敛精度和较快的收敛速度;钟明辉等^[9]提出随机调控参数的鲸鱼优化算法(EWOA),利用随机分布的方式调控参数,并对当前最优个体执行变异扰动,仿真实验表明改进方法能有效处理高维优化问题;郭振洲等^[10]提出基于自适应权重和柯西变异的鲸鱼算法(WOAWC),引入自适应权重,并用柯西逆累积分布函数对鲸鱼位置进行变异,实验表明该算法具有较好的收敛精度和稳定性;张永等^[11]利用分段 Logistic 混沌映射初始化种群位置,并引入非线性自适应权重策略,仿真测试结果表明该算法具有更快的收敛速度和更优的收敛精度。上述不同策略从不同角度提升了鲸鱼优化算法的性能,但有些改进策略较复杂,且部分改进算法的收敛速度较慢。

为了加快收敛速度、提高求解精度,同时保留鲸鱼优化算法结构简单的特点,该文提出一种非线性权重的自适应鲸鱼优化算法(NWAWOA)。通过非线性权重 S_1 和 S_2 对鲸鱼优化算法三个阶段的位置更新公式采用两种不同的加权策略,平衡算法全局搜索与局部开发能力,同时加快收敛速度、提高求解精度。

1 鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法是模仿座头鲸捕食而实现的智能优化算法,即一种独特的泡泡网捕食行为^[12]。算法采取“螺旋气泡网”策略,逐步缩小捕食范围、更新捕食位置,具有结构简单,调节参数少等优势^[13]。该算法主要包括三个阶段:包围捕食、泡网攻击、搜寻食物。

1.1 包围捕食

座头鲸能够识别食物的位置并包围它们,由于无法提前获知食物的位置,WOA 算法假设当前最佳的候选解为目标食物的位置或最接近目标食物的位置,其他鲸鱼个体向最优位置靠近,其位置更新的数学表达式为:

$$\vec{D} = |C \bullet \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (1)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}^*(t) - \vec{A} \bullet \vec{D} \quad (2)$$

其中, t 表示迭代次数; \vec{X}^* 表示最佳鲸鱼位置; $\vec{X}(t)$ 表示当前鲸鱼位置; $\vec{A} \bullet \vec{D}$ 表示包围步长;系数 \vec{A} 和 \vec{C} 定义如下:

$$\vec{A} = 2a \bullet \text{rand} - a \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2 \bullet \text{rand} \quad (4)$$

其中, a 是随着迭代次数增加从 2 线性递减到 0 的收

敛因子,更新公式为 $\vec{a} = 2 - 2 \frac{t}{T_{\max}}$, T_{\max} 为最大迭代次数;rand 为 $[0,1]$ 上的随机数。

1.2 泡网攻击

为了模仿座头鲸泡网攻击行为,通过收缩包围和螺旋式更新位置来设计鲸鱼捕食吐气泡行为。

(1)收缩包围:根据式(2)进行收缩包围,通过减小式(3)中的收敛因子来实现。若 $A \in [-1,1]$ 时,鲸鱼个体向着当前最优鲸鱼的位置移动,并且 $|A|$ 越大步长越大, $|A|$ 越小步长越小。

(2)螺旋式更新位置:首先计算鲸鱼个体与当前最优鲸鱼的距离,然后以螺旋方式搜索食物,其中螺旋式数学模型表示为:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{D} \bullet e^{bl} \bullet \cos(2\pi l) + \vec{X}^*(t) \quad (5)$$

$$\vec{D} = |\vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (6)$$

其中, \vec{D} 为鲸鱼个体与当前最优鲸鱼之间的距离; b 为对数螺旋形状常数,通常取 1; l 为 $[-1,1]$ 上的随机数。

座头鲸在捕杀猎物时不仅要收缩包围圈,还以螺旋形式游向猎物。因此,为了实现这种同步模型,以相同概率(阈值为 0.5)进行收缩包围和螺旋式更新位置,其数学模型表示如下:

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} \vec{X}^*(t) - \vec{A} \bullet \vec{D} & p < 0.5 \\ \vec{D} \bullet e^{bl} \bullet \cos(2\pi l) + \vec{X}^*(t) & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (7)$$

其中, p 为 $[0,1]$ 上的随机数,当 $p < 0.5$ 进行收缩包围,当 $p \geq 0.5$ 进行螺旋式位置更新。

1.3 搜寻食物

座头鲸除泡网攻击策略外,随机捕食也是一种重要手段^[13]。如果 A 超出了 $[-1,1]$ 的范围,距离数据 \vec{D} 随机更新,为了寻找一个更优的猎物,就会远离原本的猎物,提高了捕食能力,使 WOA 算法具有一定的全局搜索性能。其数学模型表示如下:

$$\vec{D} = |\vec{C} \bullet \vec{X}_{\text{rand}} - \vec{X}(t)| \quad (8)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_{\text{rand}}(t) - \vec{A} \bullet \vec{D} \quad (9)$$

其中, $\vec{X}_{\text{rand}}(t)$ 为随机选取鲸鱼的位置向量。

2 鲸鱼优化算法的改进

2.1 自适应权重

鲸鱼优化算法与其他群体智能算法一样,平衡全局搜索和局部开发能力十分重要。权重对鲸鱼优化算法有重要作用,权重较大时,收敛速度较快,算法搜索

的范围较大;权重较小时,搜索更加细致,不易错过最优解。

在鲸鱼优化算法中引入非线性权重 S_1 和 S_2 (如图 1 所示),分别对当前最优位置和包围步长进行自适应调整,具体计算公式如下:

$$S_1 = -\gamma \left[\cos\left(\pi \cdot \frac{t}{T_{\max}}\right) - \lambda \right] \quad (10)$$

$$S_2 = \gamma \left[\cos\left(\pi \cdot \frac{t}{T_{\max}}\right) + \lambda \right] \quad (11)$$

其中, γ 为 S_1 和 S_2 的变化范围取值,取 $\gamma = 0.5$; λ 为 S_1 和 S_2 的取值步长,取 $\lambda = 1$ 。

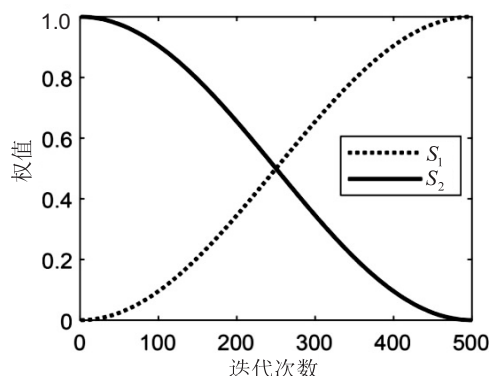


图 1 自适应权重 S_1 和 S_2

文献[14]中,将权重 S_1 和 S_2 引入到式(2)和式(5)中,如下所示:

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= S_1 * \vec{X}^*(t) - S_2 * \vec{A} * \vec{D} \\ |A| < 1, p < 0.5 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= S_1 * \vec{X}_{\text{rand}}(t) - S_2 * \vec{A} * \vec{D} \\ |A| \geq 1, p < 0.5 \end{aligned} \quad (13)$$

笔者认为将权重 S_1 引入到位置上,不符合智能优化的初衷,改进公式如下:

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= \vec{X}^*(t) - S_2 * \vec{A} * \vec{D} \\ |A| < 1, p < 0.5 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= \vec{X}_{\text{rand}}(t) - S_2 * \vec{A} * \vec{D} \\ |A| \geq 1, p < 0.5 \end{aligned} \quad (15)$$

同时受文献[15-16]的启发,对文献[14]中的螺旋式位置更新公式即:

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= S_1 * \vec{X}^*(t) + \vec{D} * e^{bl} * \cos(2\pi l) \\ p \geq 0.5 \end{aligned} \quad (16)$$

进行调整,将权重同时与距离数据 \vec{D} 相结合,收敛速度随迭代次数进行调整,其改进公式为:

$$\begin{aligned} \vec{X}(t+1) &= S_1 * [\vec{X}^*(t) + \\ &\quad \vec{D} * e^{bl} * \cos(2\pi l)], p \geq 0.5 \end{aligned} \quad (17)$$

由图 1 可以看出, S_1 随迭代次数增加呈非线性递增,使种群能充分向最优位置移动;而 S_2 随迭代次数

增加呈非线性递减,在后期有较小步长而加快收敛速度。在平衡全局搜索和局部开发能力的同时,提高求解精度、加快收敛速度。

2.2 算法流程

改进的鲸鱼优化算法,对三个阶段的位置更新公式采取了不同的加权策略:在包围捕食和搜寻食物阶段,即 $p < 0.5$,非线性减小的权重 S_2 仅对距离数据加权;在泡网攻击阶段的螺旋式更新位置,即 $p \geq 0.5$,非线性增加的权重 S_1 不仅对距离数据加权而且对位置加权。鲸鱼算法流程如图 2 所示。

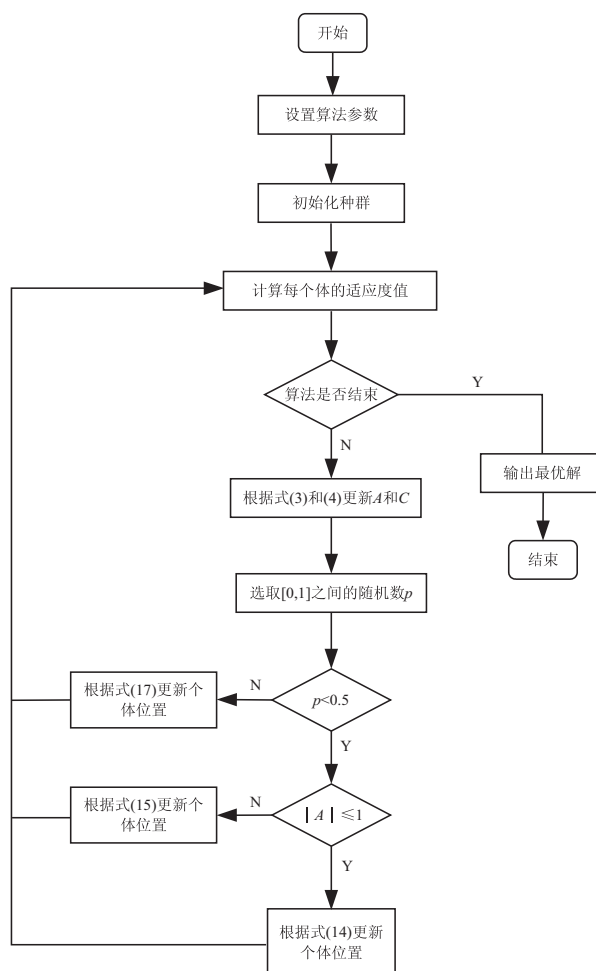


图 2 NAWOA 算法流程

3 实验结果与分析

为了验证 NAWOA 算法的有效性,选取 10 个基准测试函数^[7]进行仿真实验,并与 PSO 算法、WOA 算法、WOAWC 算法^[10]、EWOA 算法^[14]进行对比。选取的 10 个基准测试函数如表 1 所示, $F_1 \sim F_6$ 为单模态函数, $F_7 \sim F_9$ 为多模态函数, F_{10} 为固定维度多模态函数。

从两个方面对算法进行函数优化测试:(1)将 NAWOA 算法与相关算法 (PSO 算法、WOA 算法、WOAWC 算法) 进行比较,验证该方法的求解精度和

收敛速度;(2)与文献[14]中的算法进行比较,进一步 检验 NAWOA 算法的寻优性能。

表 1 10 个基准测试函数

表达式	维度	范围	理论最优
$F_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	$[-100, 100]$	0
$F_2 = \sum_{i=1}^n x_i + \prod_{i=1}^n x_i $	30	$[-10, 10]$	0
$F_3 = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	30	$[-100, 100]$	0
$F_4 = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq D \}$	30	$[-100, 100]$	0
$F_5 = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	30	$[-30, 30]$	0
$F_6 = \sum_{i=1}^n ix_i^4 + \text{random}(0, 1)$	30	$[-1.28, 1.28]$	0
$F_7 = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	30	$[-5.12, 5.12]$	0
$F_8 = -20\exp(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	30	$[-32, 32]$	0
$F_9 = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	30	$[-600, 600]$	0
$F_{10} = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	$[-5, 5]$	-1.031 6

3.1 参数设置

算法的实验平台基于 Windows 10 专业版,64 位

操作系统,8 GB 内存,采用 Matlab R2018a 进行仿真实

验。5 种算法的相关参数设置如表 2 所示。

表 2 算法参数设置

算法	参数
PSO	$N = 50, T_{\text{MAX}} = 500, c_1 = c_2 = 2, V_{\text{MAX}} = 1, V_{\text{MIN}} = -1$
WOA	$N = 50, T_{\text{MAX}} = 500, l \in (-1, 1)$
WOAWC	$N = 50, T_{\text{MAX}} = 500, \vec{A} = \gamma, r \in (0, 1)$
EWOA	$N = 50, T_{\text{MAX}} = 500, \lambda = 1, \gamma = \frac{1}{2}, F = 0.5$
NAWOA	$N = 50, T_{\text{MAX}} = 500, \lambda = 1, \gamma = \frac{1}{2}$

3.2 与相关算法的比较

为了验证改进算法的有效性,对比 NAWOA 算法与 PSO 算法、WOA 算法、WOAWC 算法的求解精度、收敛速度和稳定性。为了反映算法的求解精度和

稳定性,4 种算法分别对选取的 10 个基准测试函数独立运行 50 次,取 50 次最优值的平均值(mean)和标准差(std),实验结果如表 3 所示。为了更加直观地观察算法优化的过程,图 3 展示了 4 种算法的收敛曲线。

表 3 4 种算法的性能测试结果

函数		PSO	WOA	WOAWC	NAWOA
F_1	mean	4.792 7	7.010 0E-86	0/487	0/2
	std	1.208 1	2.887 5E-85	0	0
F_2	mean	1.141 8E+01	7.420 0E-46	1.420 0E-169	0
	std	0.704 0	1.078 6E-55	0	0

续表 3

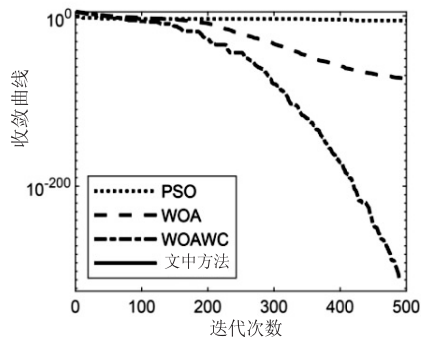
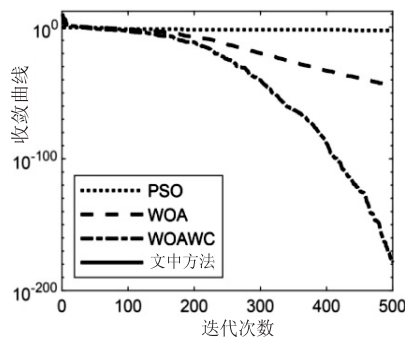
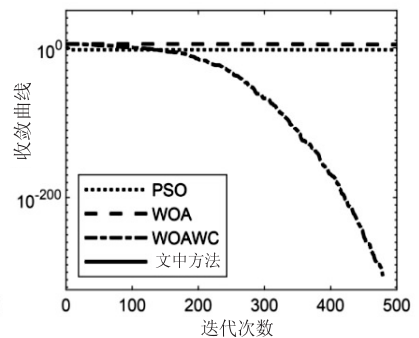
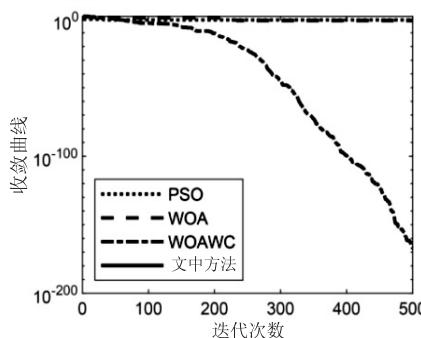
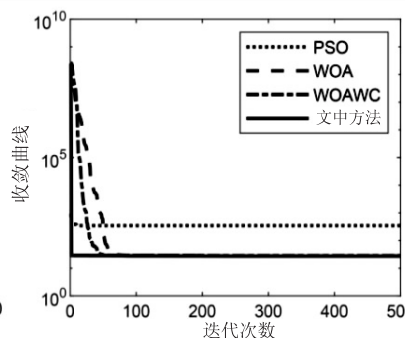
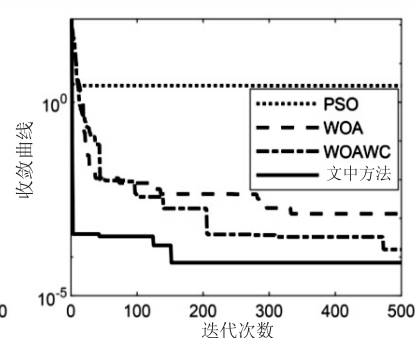
函数		PSO	WOA	WOAWC	NWAWOA
F_3	mean	1.162 9E+01	3.170 7E+04	0/491	0/2
	std	1.947 8	1.130 6.E+04	0	0
F_4	mean	0.843 2	3.483 4E+01	5.400 0E-163	0
	std	0.025 8	3.252 1E+01	0	0
F_5	mean	6.405 5E+02	2.767 7E+01	2.828 5E+01	2.726 6E+01
	std	1.340 0E+02	0.572 0	0.281 7	0.269 6
F_6	mean	2.508 2E+01	0.001 4	1.130 0E-04	7.150 0E-05
	std	1.378 9E+01	0.001 6	7.293 5E-05	2.341 3E-05
F_7	mean	2.172 2E+02	9.473 8E-15	0/151	0/2
	std	1.552 5E+01	2.320 6E-14	0	0
F_8	mean	3.412 5	5.860 0E-15	8.881 8E-16/220	8.881 8E-16/2
	std	0.198 5	1.945 8E-15	0	0
F_9	mean	0.234 1	0/238	0/186	0/2
	std	0.090 0	0	0	0
F_{10}	mean	-1.012 0	-1.031 6/46	-1.031 6/169	-1.031 6/236
	std	0.014 7	0	0	0

从表 3 可以看出,针对选取的 10 个基准测试函数,NWAWOA 算法寻优性能远优于粒子群算法。对于函数 $F_1 \sim F_4$ 、 F_7 、 F_9 ,均取得理论最优解;函数 F_5 、 F_6 、 F_8 虽然没收敛到理论最优解,但与其他 3 种算法相比,该文提出的算法在求解精度、收敛速度和稳定性上均有一定的提高。

同时,对于多模态函数 F_9 ,WOA 算法取得理论最优解,但从图 3(i)可以发现,WOA 算法迭代 238 次,而 NWAWOA 算法在第 2 次迭代便已取得理论最优解

0,收敛速度远优于 WOA 算法;对于固定维度多模态函数 F_{10} ,从图 3(j)可以发现,WOA 算法迭代 46 次得 -1.031 6,而 NWAWOA 算法迭代 236 次,该文提出的算法对固定维度多模态函数优化效果稍差。

从表 3 可以观察到,对于函数 F_1 、 F_3 、 F_7 、 F_9 ,WOAWC 算法取得了理论最优解,但从图 3(a)(c)(g)(i)可以看出,WOAWC 算法达到理论最优解的迭代次数分别为 487、491、151、186 次,而 NWAWOA 算法均都在第 2 次迭代取得了理论最优解。

(a) 函数 F_1 (b) 函数 F_2 (c) 函数 F_3 (d) 函数 F_4 (e) 函数 F_5 (f) 函数 F_6

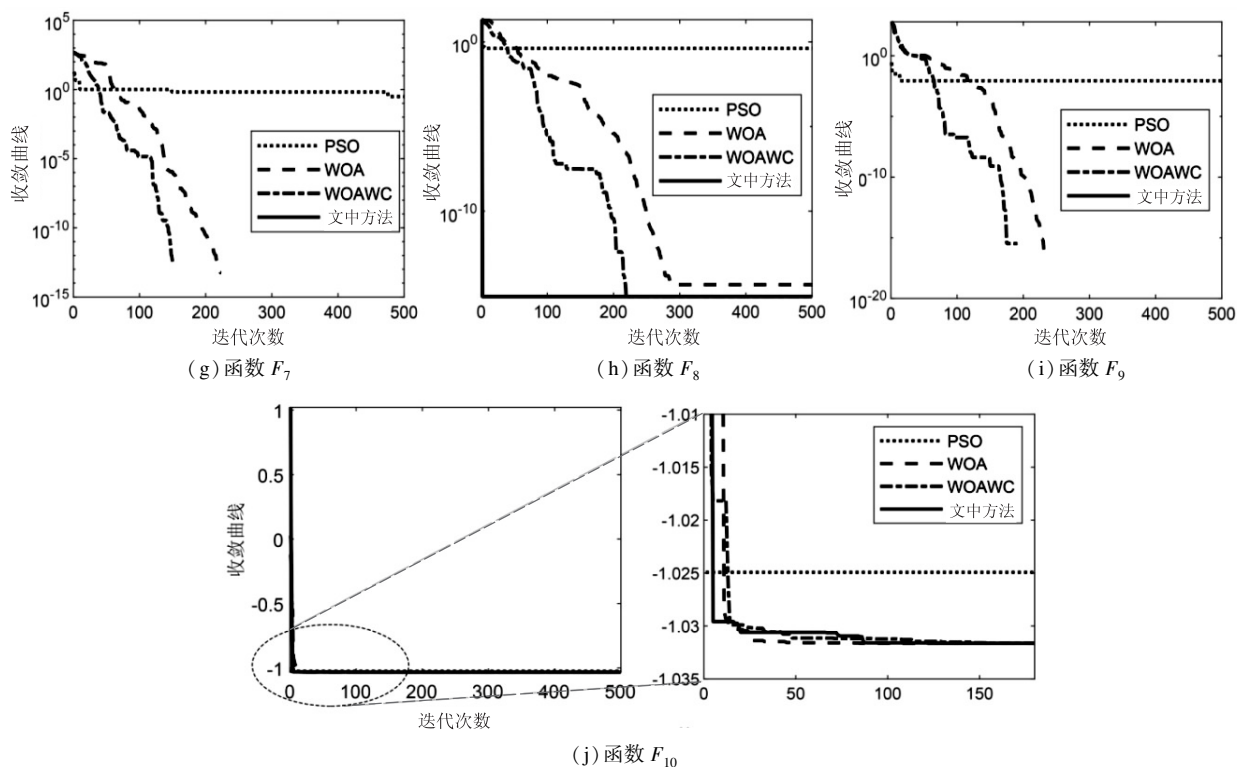


图 3 函数的优化收敛曲线

由此可得: NNAWOA 算法与其他 3 种算法相比, 在求解精度、收敛速度和稳定性上都有一定的提升, 尤其在单模态和多模态函数优化问题上, 该文提出的算法更优。

3.3 与 EWOA 算法的测试对比

笔者受文献[14]中 EWOA 算法的启发, 进行了算法的改进。为了进一步检验该算法的寻优性能, 将其与 EWOA 算法进行比较, 实验结果如表 4 所示。

表 4 文中方法与 EWOA 算法的性能测试对比

函数	EWOA		NNAWOA	
	mean	std	mean	std
F_1	0/130	0	0/2	0
F_2	1.274 2E-243	0	0	0
F_3	3.867 3E-112	0	0	0
F_4	1.890 0E-256	0	0	0
F_5	2.804 0 E+01	0.332 1	2.726 6E+01	0.269 6
F_6	6.390 0E-05	6.381 9E-05	7.150 0E-05	2.341 3E-05
F_7	0/14	0	0/2	0
F_8	8.881 8E-16/23	0	8.881 8E-16/2	0
F_9	0/9	0	0/2	0
F_{10}	-1.006 7	0.011 6	-1.031 6	0

从表 4 可以看出, 两种算法对函数 F_1 、 F_7 、 F_9 均取得理论最优解; 但 EWOA 算法求得最优解的迭代次数为 130、14、9 次, 而 NNAWOA 算法仅迭代 2、2、2 次便求得最优解, 表明 NNAWOA 算法有更快的收敛速度; 对于其他的函数的优化, NNAWOA 算法表现了更高的求解精度和稳定性。总的来说, 提出的算法具有

更优的寻优性能。

4 结束语

针对鲸鱼优化算法求解精度低、收敛速度慢的问题, 提出一种非线性权重的自适应鲸鱼优化算法 (NNAWOA), 在优化算法性能的基础上保留鲸鱼优

化算法结构简单特点。通过非线性权重 S_1 和 S_2 对鲸鱼优化算法三个阶段的位置更新公式采用两种不同的加权策略,平衡算法全局搜索与局部开发能力,同时提高求解精度、加快收敛速度。对 10 个经典测试函数进行仿真实验表明,改进的算法与其他 4 种算法相比,具有较好的收敛速度、求解精度和稳定性,并且易于实现,在实际应用中具有一定的潜力。

参考文献:

- [1] 聂建亮,程传录,郭春喜,等. 基于粒子群优化算法的多因子自适应滤波[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2013,38(2):136-139.
- [2] 冯腾飞,刘小生,钟 钰,等. 基于 IABC 优化 LSSVR 的变形预测研究[J]. 大地测量与地球动力学,2019,39(1):98-102.
- [3] 蒲 伦,唐诗华,张紫萍,等. 基于蚁群算法的多面函数在 GPS 高程拟合中的应用[J]. 大地测量与地球动力学,2019,39(1):31-35.
- [4] 丁 胜,袁修孝,陈 黎. 粒子群优化算法用于高光谱遥感影像分类的自动波段选择[J]. 测绘学报,2010,39(3):257-263.
- [5] 曹 敏,史照良,阳建逸. 蜂群智能算法的遥感影像分类方法[J]. 测绘学报,2013,42(5):745-751.
- [6] 刘小平,黎 夏,何晋强,等. 基于蚁群智能的遥感影像分类新方法[J]. 遥感学报,2008,12(2):253-262.
- [7] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95(5):51-67.
- [8] 龙 文,伍铁斌,唐 斌. 收敛因子非线性变化的鲸鱼优化算法[J]. 兰州理工大学学报,2017,43(6):102-107.
- [9] 钟明辉,龙 文. 一种随机调整控制参数的鲸鱼优化算法[J]. 科学技术与工程,2017,17(12):68-73.
- [10] 郭振洲,王 平,马云峰,等. 基于自适应权重和柯西变异的鲸鱼优化算法[J]. 微电子学与计算机,2017,34(9):20-25.
- [11] 张 永,陈 锋. 一种改进的鲸鱼优化算法[J]. 计算机工程,2018,44(3):208-213.
- [12] WATKINS W A, SCHEVILL W E. Aerial observation of feeding behavior in four baleen whales: *Eubalaena glacialis*, *Balaenoptera borealis*, *Megaptera novaeangliae*, and *Balaenoptera physalus*[J]. Journal of Mammalogy, 1979, 60(1):155-163.
- [13] 褚鼎立,陈 红,宣章健. 基于改进鲸鱼优化算法的盲源分离方法[J]. 探测与控制学报,2018,40(5):76-81.
- [14] 何 庆,魏康园,徐钦帅. 求解函数优化问题的改进鲸鱼优化算法[J]. 微电子学与计算机,2019,36(4):72-77.
- [15] 黄 洋,鲁海燕,许凯波,等. 基于 S 型函数的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机科学,2019,46(1):245-250.
- [16] 李 策,王保云,高 浩. 基于自适应粒子群算法的特征选择[J]. 计算机技术与发展,2017,27(4):89-93.