

二进小波变换的图像边缘检测

玛利亚木古丽·麦麦提, 吐尔洪江·阿布都克力木*, 阿则古丽·图如普
(新疆师范大学 数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐 830017)

摘要:边缘是指与周围灰度变化极大的像素点的集合,是图像最重要的特征之一。边缘检测的实质是采用某种算法来提取出图像中对象与背景之间的交界线。文中利用三种二进小波滤波器,分别进行模极大值法的边缘检测处理,并比较得到的边缘信息。二进小波变换平移不变性的优点保证了图像变换后像素的位置不发生偏移。因此二进小波变换可以完整地保留图像的信息,从而能够描述图像的局部特异性。将此实验结果与 Canny 算子的边缘检测结果进行比较,二进小波模极大值法的边缘检测效果更好,在图像处理的精度方面取得了较好的处理效果。

关键词:二进小波变换;二进小波滤波器;模极大值法;Canny 算子;边缘检测

中图分类号:TP301

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2020)06-0055-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2020.06.011

Image Edge Detection by Dyadic Wavelet Transform

Maliyamuguli MAIMAITI, Turghunjan ABDUKIRIM*, Arzigul TURUPU
(School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi 830017, China)

Abstract: Edge refers to the collection of pixels with great changes in the surrounding gray scale, which is one of the most important features of an image. The essence of the edge detection is to use some algorithm to extract the image boundary between the object and the background. In this paper, three kinds of dyadic wavelet filters are used to detect the edges of the modulus maxima method respectively, and the edge information is compared. The advantages of translation invariance of dyadic wavelet transform ensure that the position of pixels will not be offset after image transformation, so dyadic wavelet transform can intact image information, which can describe the image of local specificity. Comparing the experimental results with the edge detection results of Canny operator, the edge detection effect of dyadic wavelet modulus maxima method is better. The processing effect is better in the aspect of image processing accuracy.

Key words: dyadic wavelet transform; dyadic wavelet filter; modulus maximum; Canny operator; edge detection

0 引言

图像的边缘是图像最重要的特征之一,它可以更好地反映出图像的不连续性。图像一个区域的开始与结束都是以图像边缘为标志的^[1]。因此提取图像边缘信息在研究图像的各种特征提取和目标识别方面具有重要的意义^[2]。边缘检测的主要功能是能够确定灰度值的突变点,而且突变点就在图像的边界上^[3]。图像边缘检测在数字图像处理,图像分析及应用和机器视觉等领域有广泛的应用。

传统的边缘检测方法虽然容易提取边缘,具有良好的实时性,但这些方法都存在着缺点。利用二进小波变换的图像边缘检测方法,提取出来的边缘的准确性和清晰度更高^[4-13]。文献[2-3]中给出的滤波器适

合对整幅图像进行边缘检测,文献[14]中给出了适合对屋顶状和阶跃状边缘检测的滤波器。文中将上述三种二进小波滤波器中边缘检测结果最好的一种与传统边缘检测方法进行比较,实验结果表明使用 T. Abdulkirim 构造的滤波器进行边缘检测的效果更好。

1 二进小波变换

二进小波变换是连续小波变换与离散小波变换之间的一种小波变换,它只是对尺度参数进行了离散化,而在时域上的平移量仍然保持连续变化,所以二进小波变换仍具有连续小波变换的平移不变性。因此,可以有效避免非线性变换引起的视觉形变。

定义1:设函数 $\psi(t) \in L^2(R)$,若存在两个常数A

收稿日期:2019-07-25

修回日期:2019-11-26

基金项目:国家自然科学基金(11261061,61362039);新疆师范大学数学教学资源开发重点实验室招标课题(XJNUSY082017B03)

作者简介:玛利亚木古丽·麦麦提(1989-),女(维吾尔族),硕士研究生,研究方向为小波分析及其应用;通信作者:吐尔洪江·阿布都克力木(1962-),男,教授,博士,研究方向为小波理论及其在图像处理与计算机视觉中的研究及应用。

和 B ($0 < A \leq B < +\infty$), 使得 $\forall \omega \in R - \{0\}$,

$$A \leq \sum_j |\hat{\psi}(2^{-j}\omega)|^2 \leq B \quad (1)$$

则称 $\psi(t)$ 为二进小波 (dyadic wavelet)。 $\psi(\omega)$ 是 $\psi(t)$ 的傅里叶变换, 式(1)称为二进小波的稳定性条件; 若 $A = B$, 则称为最稳定条件。

定义 2: 设 $\psi(t) \in L^2(R)$ 是二进小波, 若 $v(t)$ 的积分变换

$$WT_2 v(b) = v(b) * \psi_j(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) \psi_j(b-t) dt \quad (2)$$

则式(2)称为 $v(t)$ 以 j (或 2^{-j}) 为尺度的二进小波变换, 其中 $\psi_j(t)$ 是 $\psi(t)$ 的以尺度为 j (或 2^{-j}) 的扩张函数即 $\psi_j(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t)$ 。

二进小波变换对应的二尺度关系如下^[1]:

$$\begin{cases} \varphi(t) = \sqrt{2} \sum h_k \varphi(2t-k) \\ \psi(t) = \sqrt{2} \sum g_k \varphi(2t-k) \\ \tilde{\varphi}(t) = \sqrt{2} \sum \tilde{h}_k \tilde{\varphi}(2t-k) \\ \tilde{\psi}(t) = \sqrt{2} \sum \tilde{g}_k \tilde{\varphi}(2t-k) \end{cases} \quad (3)$$

对上式两边进行 Fourier 变换得:

$$\begin{cases} \hat{\varphi}(2\omega) = \hat{h}(\omega) \hat{\varphi}(\omega) \\ \hat{\psi}(2\omega) = \hat{g}(\omega) \hat{\varphi}(\omega) \\ \hat{\tilde{\varphi}}(2\omega) = \hat{\tilde{h}}(\omega) \hat{\tilde{\varphi}}(\omega) \\ \hat{\tilde{\psi}}(2\omega) = \hat{\tilde{g}}(\omega) \hat{\tilde{\varphi}}(\omega) \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} \sqrt{2} \hat{h}(\omega) = \sum h_k e^{-j\omega k} \\ \sqrt{2} \hat{g}(\omega) = \sum g_k e^{-j\omega k} \\ \sqrt{2} \hat{\tilde{h}}(\omega) = \sum \tilde{h}_k e^{-j\omega k} \\ \sqrt{2} \hat{\tilde{g}}(\omega) = \sum \tilde{g}_k e^{-j\omega k} \end{cases} \quad (5)$$

定义 3: 若上述滤波器 $h, g, \tilde{h}, \tilde{g}$ 满足二进小波重构条件

$$\hat{h}^*(\omega) \hat{h}(\omega) + \hat{g}^*(\omega) \hat{g}(\omega) = 1 \quad (6)$$

则称 $\{h, g, \tilde{h}, \tilde{g}\}$ 为二进小波滤波器, h 或 g 为二进小波分解低通或高通滤波器, \tilde{h} 或 \tilde{g} 为二进小波重构低通或高通滤波器。

Mallat 在二进完全重构条件下构造了一类可实现一维二进小波变换的 à Trous 算法^[3], 它具有与正交 Mallat 算法相同的算法结构。将一种改进形式的一维 à Trous 算法^[1]推广得到如下二维 à Trous 算法, 用于图像的分解与重构。

定理: (à Trous 算法) 设 $\{c_{0,n_1,n_2}\}$ 是原始二维图像, 则对于给定的滤波器组利用如下算法:

分解算法:

$$\begin{cases} c_{j+1,n_1,n_2} = \sum_{k_1,k_2} h_{k_1} h_{k_2} c_{j,n_1+2^{-j}k_1,n_2+2^{-j}k_2} \\ d_{j+1,n_1,n_2}^1 = \sum_{k_1,k_2} h_{k_1} g_{k_2} c_{j,n_1+2^{-j}k_1,n_2+2^{-j}k_2} \\ d_{j+1,n_1,n_2}^2 = \sum_{k_1,k_2} g_{k_1} h_{k_2} c_{j,n_1+2^{-j}k_1,n_2+2^{-j}k_2} \\ d_{j+1,n_1,n_2}^3 = \sum_{k_1,k_2} g_{k_1} g_{k_2} c_{j,n_1+2^{-j}k_1,n_2+2^{-j}k_2} \end{cases} \quad (7)$$

重构算法:

$$c_{j,n_1,n_2} = \frac{1}{4} \left(\sum_{k_1,k_2} \tilde{h}_{k_1} \tilde{h}_{k_2} c_{j+1,n_1-2^{-j}k_1,n_2-2^{-j}k_2} + \sum_{k_1,k_2} \tilde{h}_{k_1} \tilde{g}_{k_2} d_{j+1,n_1-2^{-j}k_1,n_2-2^{-j}k_2}^1 + \sum_{k_1,k_2} \tilde{g}_{k_1} \tilde{h}_{k_2} d_{j+1,n_1-2^{-j}k_1,n_2-2^{-j}k_2}^2 + \sum_{k_1,k_2} \tilde{g}_{k_1} \tilde{g}_{k_2} d_{j+1,n_1-2^{-j}k_1,n_2-2^{-j}k_2}^3 \right) \quad (8)$$

图 1 中 $\{h, g\}$ 是对应于二进尺度函数 $\varphi(t)$ 和二进小波 $\psi(t)$ 的滤波器并且有 $\sum g_k = 0, \sum h_k = \sqrt{2}$, $\{\tilde{h}, \tilde{g}\}$ 分别为 $\{h, g\}$ 的对偶滤波器。 $\{c_{j,n_1,n_2}\}$ 表示低通分量, $\{d_{j,n_1,n_2}^1\}, \{d_{j,n_1,n_2}^2\}$ 和 $\{d_{j,n_1,n_2}^3\}$ 分别表示水平、垂直和对角高通分量。

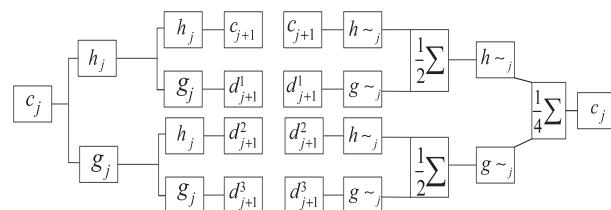


图 1 快速二进小波变换——à Trous 算法示意图

2 二进小波滤波器

为了应用二维 à Trous 算法对图像进行分解与重构, 需要构造满足二进小波重构条件的二进小波滤波器来达到较好的图像处理效果, 选取的二进小波滤波器往往要考虑以下几个特征: 对称性、紧支撑、正则性、高阶消失矩等。首先介绍 B-样条函数。文中利用的 m 次 B-样条函数 $\theta_m(t)$ 是特征函数 $\chi_{[-1/2, 1/2]}(t)$ 与其自身的 $m+1$ 次卷积的平移:

$$\theta_m(t) = (\chi * \chi * \cdots * \chi)(t) \quad (9)$$

这里, 符号“ $*$ ”是 $(\chi * f)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(t-x)f(x) dx$ 意义的。在具体情况中, $\theta_m(t)$ 表示为:

$$\theta_m(t) = \sum_{k=0}^{m+1} \frac{(-1)^k}{m!} \binom{m+1}{k} \left(t + \frac{m+1}{2} - k\right)_+^m \quad (10)$$

其中, 函数 y_+^m 是当 $y > 0$ 时具有 $y_+^m = y^m$, 当 $y \leq 0$ 时具有 $y_+^m = 0$ 。

1 次的 B 样条函数表示为:

$$\theta_1(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & t \in [-1, 1] \\ 0, & t \notin [-1, 1] \end{cases} \quad (11)$$

3 次的 B 样条函数表示为:

$$\theta_3(t) = \begin{cases} \frac{1}{6}(t+2)^3, & t \in [-2, -1) \\ -\frac{1}{2}t^3 - t^2 + \frac{2}{3}, & t \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2}t^3 - t^2 + \frac{2}{3}, & t \in [0, 1) \\ -\frac{1}{6}(t-2)^3, & t \in [1, 2) \\ 0, & t \notin [-2, 2) \end{cases} \quad (12)$$

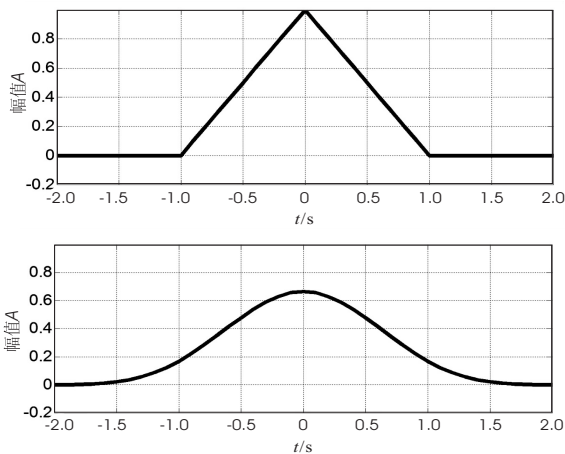


图2 1 次的 B 样条函数 $\theta_1(t)$ 的图像(上)

和 3 次的 B 样条函数 $\theta_3(t)$ 的图像(下)

由图2可以看出,1 次的 B 样条函数 $\theta_1(t)$ 是 y 轴对称的分段线性函数,3 次的 B 样条函数 $\theta_3(t)$ 是 y 轴对称的光滑性函数。奇数次的 B 样条函数 $\theta_m(t)$ 的 Fourier 变换为:

$$\theta_m(\omega) = \left(\frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right)^{m+1} \quad (13)$$

所以根据二尺度关系(3)可得二进小波低通滤波器(令 $\varphi(\omega) = \theta_m(\omega)$)。

$$h(\omega) = \frac{\varphi(2\omega)}{\varphi(\omega)} = \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^{m+1} \quad (14)$$

(1) S. Mallat 构造的 B-样条二进小波滤波器^[3]中二进小波高通滤波器为:

$$g(\omega) = -i \sin \frac{\omega}{2} \quad (15)$$

所得小波的 Fourier 变换是:

$$\psi(\omega) = g\left(\frac{\omega}{2}\right)\varphi\left(\frac{\omega}{2}\right) = -\frac{i\omega}{4}e^{-\frac{i\omega}{4}}\left(\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4}\right)^{m+2} \quad (16)$$

(2) T. Abdukirim 构造的 B-样条二进小波滤波器^[1-2]中二进小波高通滤波器为:

$$g(\omega) = (-i)^\tau e^{-\frac{i\omega}{4}} \left(\sin \frac{\omega}{4} \right)^r \quad (17)$$

其中, $\tau = \begin{cases} 1, & r = 2n + 1 \\ 0, & r = 2n \end{cases}$ 。所得小波的 Fourier 变换是:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\omega) &= \hat{g}\left(\frac{\omega}{2}\right)\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right) = \\ &= \left(-\frac{\omega}{4}\right)^r e^{-i\left(\frac{2-r}{4}\omega - \frac{\pi}{2}\tau\right)} \left(\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4}\right)^{m+r+1} \end{aligned} \quad (18)$$

可见,如此所选择的含参数的高通滤波器通过调整参数的值,可以得到不同的滤波器。当 $r = 1$ 时,它们实际上就是 Mallat 构造的 B-样条二进小波滤波器。使用 Mallat 引入的二进小波多分辨率分析, T. Abdukirim 就能够完善由 Mallat 起头的二进小波构造工作。对于每个整数 r , T. Abdukirim 构造 $L^2(R)$ 的形如 $2^{-j/2}\psi_r(2^{-j}(t-k))$, $j, k \in Z$ 的二进小波基^[2]。

(3) 许传祥构造的 B-样条二进小波滤波器^[15]中二进小波高通滤波器为:

$$\hat{g}(\omega) = \sum_n (g_n^0 + 2^{-1} \sum_{k=1}^N a_k (g_{n-k}^0 + g_{n+k}^0)) e^{-in\omega} \quad (19)$$

其中, N 是任意固定的正整数, (a_1, a_2, \dots, a_N) 是满足 $\sum_{k=1}^N |a_k| < 1$ 的任意 N 维实数组, g_n^0 是提升滤波器 g_n 的一种特殊(初始)情况(见文献[14])。

3 实验过程与分析

文中实验是在 Matlab R2010 环境下,用标准的 512×512 的 png 格式的 Lena 图像进行边缘检测。对一幅图像用同一种算法但用不同的滤波器进行实验。实验中分别应用 Mallat 构造的 B-样条二进小波滤波器、T. Abdukirim 构造的 B-样条二进小波滤波器以及许传祥等构造的滤波器对 Lena 图像进行边缘检测,并将效果最好的结果图像与利用 Canny 算子进行边缘检测得到的结果图像进行比较。实验流程如图3所示。

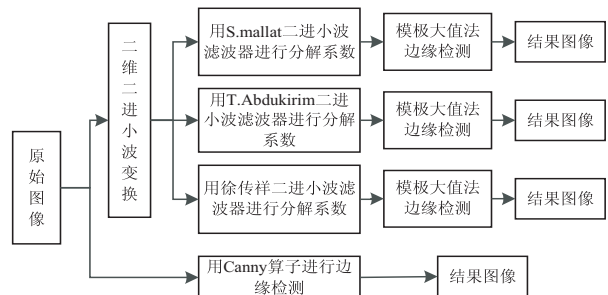


图3 实验流程

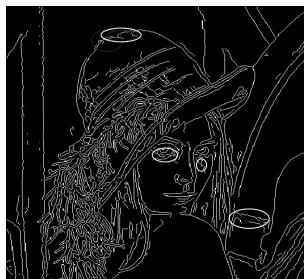
实验结果分析:

(1) 从图4(b)中可以看出,检测出来的边缘信息中虽然比较清晰,但含的噪音有点多;(2) 从图4(c)中可以看出,检测出来的边缘是很干净的,没有多余的噪音,不过有些边缘还是没有检测出来,如画白色圆圈的部分;(3) 从图4(d)中可以看出,检测出来的边缘信息与图4(b)和图4(c)相比,不难发现图4(d)中检测出来的边缘信息更清楚、更完整,如画白色圆圈的部分。

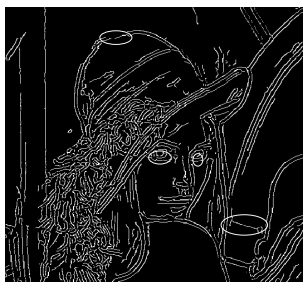
分;(4)从图 4(e)中可以看出,虽然检测出来的边缘信息很多,但噪音比较多,不清晰,与图 4(d)相比效果不是很好。



(a) 原图



(b) 利用 Canny 算子进行边缘检测的结果图



(c) 利用 Mallat 构造的 B-样条二进小波滤波器得到的效果图



(d) 利用 T. Abdulkirim 构造的 B-样条二进小波滤波器得到的效果图



(e) 利用许传祥构造的 B-样条二进小波滤波器得到的效果图

图 4 对 Lena 图像进行边缘检测的实验结果

4 结束语

基于二进小波边缘提取问题是这几年来数字图像处理中的一个热门话题,一直受到很多研究者的高度重视。文中研究表明利用 T. Abdulkirim 构造的 B-样条二进小波滤波器进行边缘检测,提取出来的边缘信息比较丰富,可以得到完整的轮廓,含的噪声比较少,比传统的边缘检测方法提取出来的边缘更有优势。该二进小波滤波器组提供了比 Mallat 构造的 B-样条二进小波滤波器组所得到的更有效的分析(分解)和综合(重构)。

参考文献:

- [1] ABDULKIRIM T. Dyadic wavelet theory and its application[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2016.
- [2] ABDULKIRIM T, TAKANO S, NIJIMA K. Construction of spline dyadic wavelet filters[J]. Information Science and Electrical Engineering of Kyushu University, 2002, 7(1): 1-6.
- [3] MALLAT S. A wavelet tour of signal processing[M]. Beijing: China Machine Press, 2002.
- [4] 马丽亚木·阿布来孜,艾力米努·阿布力江,吐尔洪江·阿布都克力木. 一种基于二进小波变换的图像边缘检测方法[J]. 激光与红外, 2012, 42(12): 1389-1392.
- [5] 于 彤,马社祥,徐 华. 基于二进小波变换的图像边缘检测算法研究[J]. 天津理工大学学报, 2009, 25(1): 59-62.
- [6] 苏兴龙. 基于二进小波变换的图像边缘检测方法及应用[J]. 自动化与仪器仪表, 2016(6): 214-215.
- [7] 段 军,张 博. 改进的 Canny 算子边缘检测算法研究[J]. 软件导刊, 2018, 17(10): 68-71.
- [8] 汪艳丽,吐尔洪江·阿布都克力木,陆艳飞. 高阶消失矩的二进小波滤波器的构造方法[J]. 计算机技术与发展, 2015, 25(8): 142-146.
- [9] 陆艳飞,吐尔洪江·阿布都克力木,汪艳丽. 基于 B-样条二进小波的多尺度边缘检测[J]. 新疆师范大学学报:自然科学版, 2015, 34(2): 58-61.
- [10] 马丽亚木·阿布来孜. 二进小波变换在图像边缘处理中的应用研究[D]. 乌鲁木齐:新疆师范大学, 2013.
- [11] 陈 灿,刘进锋,周国庆. 基于二进小波变换与改进 Canny 算法融合的图像边缘检测方法[J]. 兰州文理学院学报:自然科学版, 2017, 31(5): 79-82.
- [12] 刘继承,张 琳,董青松,等. 基于二进小波变换的多尺度边缘细化检测[J]. 化工自动化及仪表, 2014, 41(6): 641-646.
- [13] 黄允许,吐尔洪江·阿布都克力木,王 鑫,等. 基于二进提升方案的二进小波滤波器构造方法研究[J]. 科技展望, 2016, 26(33): 75-76.
- [14] 许传祥,石青云,程民德. 零对称和反对称二进小波及其在边缘检测中的应用[J]. 中国图象图形学报, 1996(1): 4-11.