

基于谱聚类三维模型集一致性分割算法

贾 晖¹, 张建刚²

(1. 西安邮电大学 计算机学院, 陕西 西安 710121;

2. 西安热工研究院有限公司 电站信息及监控技术部, 陕西 西安 710032)

摘 要:为提高三维模型集一致性分割算法的准确率,提出一种基于谱聚类和 SDF 特征的三维模型集一致性分割算法。该算法在具有相似形状特征的模型上进行。选择对模型集上各个模型的部位相似性具有较好表现的 SDF 特征来描述部位的相似程度。首先提取模型集中各个模型的面片 SDF 特征;其次计算模型各面片之间的形状相似性,形成相似性矩阵,并用测地距离对相似性矩阵进行稀疏化。即只考虑在一定距离范围内的形状相似性,超过该范围即使形状相似也不属于一个划分。最后采用谱聚类算法对模型集进行一致性分割。将该算法与相关方法进行对比,实验结果表明,该算法能够对具有类似形状的模型集中的各个模型进行有意义的一致性分割,使得分割部位具有一定的对应关系,且面片平均划分准确率较好。同时,对于模型面片简化具有较好的分割稳定度。

关键词:三维模型;一致性分割;形状直径函数;谱聚类

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2019)11-0021-06

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2019.11.005

Consistency Segmentation Algorithm of 3D Model Set Based on Spectral Clustering

JIA Hui¹, ZHANG Jian-gang²

(1. School of Computer Science, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China;

2. Technological Department of Power Station Information and Monitoring, Xi'an Thermal Power Research Institute Co., Ltd., Xi'an 710032, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of 3D model set consistency segmentation algorithm, we propose an algorithm of 3D model set consistency segmentation based on spectral clustering and SDF, which is applied to the models with similar shape characteristics. The similarity of the parts is described by SDF feature which has a better representation of the part similarity of each models in the model set. At first, the face SDF feature of each model in the model set is extracted, and then the similarity between each face of the model is calculated to form similarity matrix which is sparse by the geodesic distance. That is to say, only the shape similarity within a certain distance range is considered, even the shape similarity beyond this range does not belong to a division. At last we utilize the spectral clustering algorithm to segment the model set consistently. Compared with relevant methods, the experiment shows that the proposed algorithm can consistently segment the models of the model set meaningfully, so that the segmentation parts have a certain correspondence, and the average segmentation accuracy is superior. At the same time, it has superb segmentation stability for the simplification of model surface.

Key words: 3D model; consistency segmentation; SDF; spectral clustering

1 概 述

三维模型分割是根据模型的几何特征将模型分解成为一组数目有限、各自具有简单形状意义且各自连通的子部分^[1]。单个模型由于分割尺度的不同造成分割结果的不一致,难以实现模型重用。模型集一致性分割是指同时对一组形状相关但姿态有差异的三维模

型集进行分割,得到语义相关分割结果的分割方法^[2]。一致性分割算法能得到同尺度的分割结果,算法具有实用性,在快速建模^[3-5]及三维数字模型重建中应用广泛^[6-8]。

文献[9]提出了基于网格 Laplace 和 K-Means 聚类的三维几何模型分割算法,得到模型的归一化形式,

收稿日期:2018-11-07

修回日期:2019-03-12

网络出版时间:2019-06-27

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61572399);国家自然科学基金青年项目(71501156);陕西省教育专项科研计划项目(15JK1656)

作者简介:贾 晖(1978-),女,博士,讲师,研究方向为三维数字几何处理。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20190627.1053.004.html>

用 K-Means 算法进行聚类,克服了由于姿态变化对模型分割的影响,减少了分割时间,得到了有意义的分割结果。然而分割边界不够整齐,存在 K-Means 算法的所有问题。文献[10]提出一种基于蚁群优化的网格分割方法,将待分割网格的每个三角面片视为一个蚂蚁,通过蚁群优化迭代对分割标签进行更新,直到达到分割条件实现网格分割。由于蚁群算法具有潜在的平行处理特性,能在一定程度上加快分割速度。然而蚁群算法收敛速度较慢,容易陷入局部最优解,造成过分割现象。文献[11]提出基于 Laplace 谱嵌入和 Mean Shift 聚类的网格一致性分割算法。为了减少姿态变化对三维网格模型的影响,将模型转化成高维谱域中的标准型,并用 Mean Shift 算法进行聚类,获取模型的分割部位。该算法对于有明显分支结构的模型分割效果较好,但 Mean Shift 聚类中迭代初始点随机选择,不利于形成较好的分割结果。

以上算法都是无监督的自动聚类算法,除此之外也有采用半监督的方法来实现模型分割。文献[12]提出了一种基于半监督 K 均值聚类和带状区域增长的三维网格模型层次分割算法,首先提取显著特征点来代表模型的主要分支,利用半监督 K 均值聚类对模型进行预分割,最后利用离散高斯曲率逼近,采用带状推进区域增长法对模型进行精细化分割。

从以上的分析得出,聚类算法是模型分割的主流方法。监督性聚类算法结果较准确,但却需要大量的人工参与,并未成为分割方法的主流。而聚类算法中的半监督聚类和无监督聚类算法应用最为广泛。算法中所采用的形状描述子大多都基于模型的表面特征(如曲率、法线方向、平均测地距离^[13](AGD)等)描述模型之间的形状,并对模型进行分割。而模型的表面特征容易因为类似模型的不同姿态的变化而发生显著变化,并且它们的计算容易产生误差,使其丧失模型间形状可比性。因而采用表面特征不利于在具有形状相似而姿态存在差异的模型集上进行一致性分割。

文中研究模型集上的一致性分割。采用形状直径函数^[14](SDF)特征及谱聚类方法对整组模型集进行一致性分割。将三维模型看作带权无向图,面片看作图的节点,面片与面片之间的特征相似性关系看作图的边。将面片的分割问题,看作图的分割问题。首先提取模型集中各个模型面片的 SDF 特征;其次计算面片特征之间的相似性矩阵,用测地距离进行相似性矩阵稀疏化;最后采用谱聚类对三维模型进行分割。

2 形状直径函数

形状直径函数最早由 Shapira 在研究模型分割和骨架提取时提出。该特征不是模型的表面特征而是基

于模型体特征的形状特征,具有当模型姿态发生变形时,同一部位的特征值基本保持不变的特点,非常适用于具有不同姿态但形状相似的模型之间的部位相似性计算。

如图 1 所示,SDF 特征的计算方法如下:对于三角面片上的每一个顶点,从该顶点以法线反方向为轴做圆锥。在圆锥内部,从顶点向三角面片的另一侧发射射线。计算射线的平均长度 r_m 和长度标准差 σ ,定义有效射线的范围 range。对于每一条范围内的射线 $r_j \in \text{range}$,定义权重 $\omega_j = 1/\alpha_j$, α_j 是 r_j 与圆锥轴的夹角。顶点的 SDF 值计算公式为:

$$\text{sdf} = (1/M) \sum_{j=1}^M \omega_j r_j \quad (1)$$

每个三角面片的 SDF 值的计算方法是首先利用式 1 计算各面片重心点的 SDF 值,其次利用式 2 进行归一化,获得面的 SDF 值。其中 α 为归一化参数。

$$\text{sdf}(f) = \frac{\log\left(\frac{\text{sdf}(f) - \min(\text{sdf})}{\max(\text{sdf}) - \min(\text{sdf})} * \alpha + 1\right)}{\log(\alpha + 1)} \quad (2)$$

SDF 值在模型的变形中基本保持不变,因为 SDF 的定义跟模型的体相关而与表面特征无关。同样,不同模型的类似部位同样也具有相似的 SDF 值,因为类似部位具有相似的体特征,如牛的腿和狗的腿体特征相似。如图 2 所示。SDF 特征对平移、旋转、简化、姿态变化具有很好的鲁棒性,可使用 SDF 值对同一模型的不同变形以及相似的模型进行一致性分割。

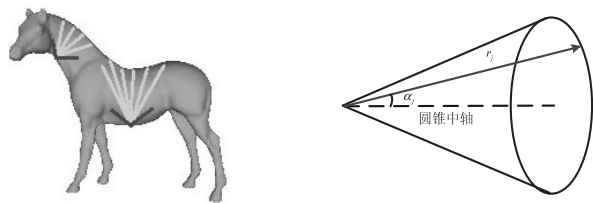


图 1 SDF 特征值计算

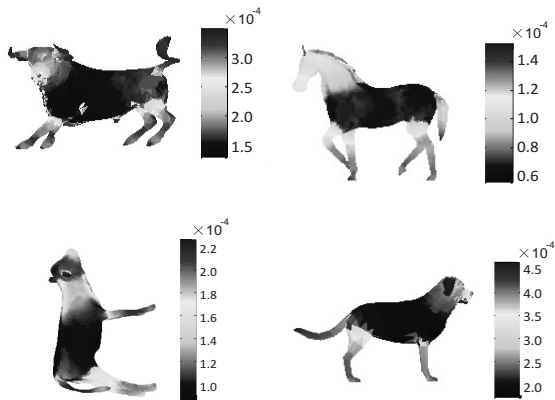


图 2 SDF 特征分布

3 基于 SDF 特征的谱聚类分割算法

文中提出一种基于谱聚类的三维模型集一致性分

割算法。谱聚类算法建立在谱图理论之上,定义图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 V 表示事物, E 表示连接事物之间的边。边上带有权重,表示对应两个事物间具有的某种关系。将图 G 划分成若干个子图,使得子图之间节点的交集为空集。在划分过程中,约束条件为被“截断”的线的权重和最小,即“损失函数”最小。谱聚类方法常常应用于图像分割中,通过最小化损失函数来实现。

在图 $G = \langle V, E \rangle$ 中,图 G 中的 n 个节点用 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示, G 中的 m 条边用 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 表示, w_{ij} 为 v_i 到 v_j 边的权重值。若 G 被分成了 G_1 和 G_2 两个子图,定义 $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]$ 是一个 n 维向量,用于表示划分方案。则

$$q_i = \begin{cases} c_1 & i \in G_1 \\ c_2 & i \in G_2 \end{cases}$$

损失函数为:

$$\text{Cut}(G_1, G_2) = \sum_{i \in G_1, j \in G_2} w_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (q_i - q_j)^2}{2(c_1 - c_2)^2}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (q_i - q_j)^2 = 2\mathbf{q}^T (\mathbf{D} - \mathbf{W}) \mathbf{q}$$

其中, \mathbf{W} 为邻接矩阵,即节点之间的相似性关系; \mathbf{D} 为对角矩阵。

$$D_{ii} = \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

文中将谱聚类应用于三维模型集的一致性分割。将待聚类模型视为带权无向图。图的顶点为待聚类的面片,图的边权为面片之间的相似性关系,边权矩阵被称为相似性矩阵。利用谱图理论分析该无向图,找出分类结构。

在多种聚类方法中谱聚类是最好的无监督聚类算法之一。谱聚类方法有两个优势:谱聚类具有能在任意形状的样本空间上聚类且收敛于全局最优解的优点,不像 K-means 聚类要求样本空间是凸集;只要相似性矩阵是稀疏的,即使对于高维数据,谱聚类算法的执行效率也非常高。算法步骤如图 3 所示。

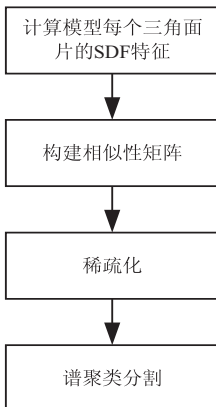


图 3 算法步骤

3.1 相似性矩阵

模型面片之间的相似度计算结果将显著影响谱聚类算法的准确性和有效性。面片距离越近,属于一类的概率越高,距离越远,属于一类的概率越低。模型体特征越接近,属于一类的概率越高,体特征差异越大,属于一类的概率越低。参考图像分割中计算像素的相似度方法^[15],采用式 3 计算面片之间的相似度:

$$w_{ij} = e^{\frac{-\| \text{SDF}(i) - \text{SDF}(j) \|^2}{2\sigma_l^2}} \quad (3)$$

其中, w_{ij} 为面片 i 和面片 j 的相似度; σ_l 为 SDF 特征的尺度参数。

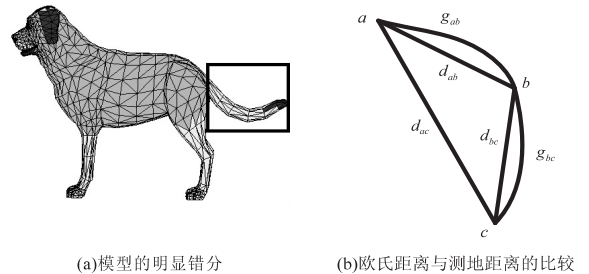
得到的相似性矩阵为:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & 1 & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

3.2 稀疏化

相似度计算可得三维模型中任意两个三角面片的相似度。若模型中所有面片的个数为 n , 则 \mathbf{W} 为 $n \times n$ 维矩阵。任意两个面片之间都能计算相似性,此时图为 n 个节点的完全图。对完全图进行简化才能提高其可分性。

SDF 特征描述模型体特征。然而,有些不同部位却有着相似的体特征。如图 4(a) 的小狗模型,尾巴和腿 SDF 特征类似。在实验中,如果直接用式 4 进行聚类,则会产生大量的错分,使得尾巴和腿被分为一类。根据常识,距离越近属于一个划分的概率越高。因此,可根据距离信息,将相似性矩阵进行优化。



(a) 模型的明显错分

(b) 欧氏距离与测地距离的比较

图 4 错分和测地距离

为了提高分割的准确度,将完全图中距离过大的面片间的相似性关系去掉,只考虑在一定测地距离范围内的形状相似性,使得相似性矩阵稀疏化。这样既能提高谱聚类的准确性,又能提高计算效率。

测地距离最早用于大地测量,又叫做大地线或者短程线。在三维网格模型上,研究网格顶点或者面片之间的最短距离,称为离散测地距离。测地距离的计算分为精确计算和近似计算两种。应用于三维模型分割中的测地距离计算,大多是近似计算。因为精确计算耗费大量时间,而近似计算耗费时间较小,当网格数

量很多时,时间复杂度较低,而计算精度也能满足分割要求,体现出较大的优越性。

有许多经典的求解三维网格上近似测地距离的算法,如 Kanai^[16]提出的基于带权无向图的三角网格测地距离估算算法等。在 Kanai 的算法中,三角网格模型被表示为带权无向图,边权用邻接顶点之间的欧氏距离表示。首先利用 Dijkstra 算法计算带权图上两点间的最短路径,其次以最短路径上的节点为基础,寻找路径上节点的一邻域构建新的带权无向图,在新图中重复使用 Dijkstra 算法求解最短路径。算法迭代执行,直到满足终止条件。该算法对测地距离的计算较快,但是在网格节点很多的情况下,反复迭代使用 Dijkstra 算法的时间也很长。

为了能够快速求得三维网格模型中任意两点之间的测地距离,文中对 Kanai 提出的算法进行简化。基于邻域内欧氏距离是测地距离的近似值的思想,在一个带权无向图中,通过邻域内的最短距离来估算测地距离。这种估计能够达到三维模型分割所要求的计算精度,同时也缩短了计算时间。

图 4(b)中 a, b, c 为曲面三个点,这三个点在不同的三角网格上。 g_{ab} 和 g_{bc} 分别表示节点 a 与 b 之间的测地距离。 d_{ab}, d_{bc} 和 d_{ac} 分别表示节点 a, b 和 c 两两之间的欧氏距离。从图中可以得出顶点之间的测地距离可由欧氏距离近似计算得到, $g_{ab} \approx d_{ab}, g_{bc} \approx d_{bc}, g_{ac} \approx d_{ab} + d_{bc}$ 。设三维模型上所有顶点的集合为 V , 非邻接点的测地距离由以下步骤计算:

STEP1:对三角网格中的每个顶点 v_i 寻找邻接顶点集合 $Z(v_i)$, 且

$$Z(v_i) = \{v_j \mid v_j \in V \text{ and } v_j \text{ is neighbor of } v_i\}$$

STEP2:在三角网格上计算任意两个邻接顶点间的欧氏距离 $d(v_i, v_j), v_j \in Z(v_i)$ 。

STEP3:求不邻接顶点的最短路径,定义邻接矩阵 G :

$$G_{ij} = \begin{cases} d(v_i, v_j) & \text{if } v_i \in Z(v_j) \text{ or } v_j \in Z(v_i) \\ \infty & \text{if } v_i \text{ and } v_j \text{ are not neighbor} \end{cases}$$

将计算不相邻两点间的测地距离问题变为在无向带权图上求任意两点间的最短距离问题。利用 Dijkstra 算法求任意两点 v_i 与 v_j 的最短距离,即为 v_i 与 v_j 的近似测地距离 $D(v_i, v_j)$ 。

定义相似性计算距离 r_i , 面片 i 到其他所有面片的测地距离,取其平均值确定相似矩阵的计算距离。 $r_i = \text{mean}(D(f_i, f_j))$, 其中 $j = 1, 2, \dots, n$ 。 $D(f_i, f_j)$ 为 i 面与 j 面的测地距离,以面片顶点间的测地距离的平均值来确定。采用以下方法确定最终的相似性矩阵。

$$W = \begin{cases} w_{ij} & d(i, j) \leq r_i \\ 0 & d_{ij} > r_i \end{cases} \quad (5)$$

3.3 三维模型集谱聚类分割算法

输入:三维数据集,相似性矩阵 W , 聚类数 C ;

输出: C 组聚类。

(1)根据相似性矩阵 W 计算对角矩阵 $D, D_{ii} = w_{i1} + w_{i2} + \dots + w_{in}$ 。计算拉普拉斯矩阵 $L = D - W$ 。

(2)寻找 $Lu = \lambda Du$ 的特征值 $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{c+1}$ 以及相应的特征向量 e_2, e_3, \dots, e_{c+1} , 则 f_i 为 $[e_2, e_3, \dots, e_{c+1}]$ 中的第 i 行。

(3)使用 K-means 算法基于 f_1, f_2, \dots, f_c 进行聚类分割,将 W 分割为 C 组。

4 实验结果与分析

在 Windows 上,采用一致性分割数据集 (COSEG) 进行实验,算法运行环境为 Intel Core i3 3.3 GHz CPU, 4 GB 内存。开发平台为 Microsoft Visual Studio 2010, 图形库为 OpenGL。COSEG 数据集是具有多个大类的三维模型集,每个模型集中又有若干个类似的三维模型。

以统计数据来评价分割效果。文献[17]定义了面片划分的准确程度的算法,用划分正确面积与模型总面积的比值来计算。式 6 中 l 是分割算法得到面片的划分, t 是面片真实的划分。由 a_i 表示面片 i 的面积, $\delta(l_i = t_i)$ 的取值是当 $l_i = t_i$ 时 $\delta(l_i = t_i) = 1$, 即为面片划分正确的次数。

$$\text{Accuracy}(l, t) = \frac{\sum_i a_i \delta(l_i = t_i)}{\sum_i a_i} \quad (6)$$

对四足动物、杯子、工具、台灯、椅子以及烛台模型集进行一致性分割,计算算法对每个模型划分的准确程度,并用模型数量进行平均,得到算法对整个模型集的面片平均划分准确率。表 1 为文中算法对六个模型集的实验数据。不同的模型集的平均面片划分准确率不同。最高的是工具模型集和台灯模型集,准确率都达到了 90%;最差的是椅子模型集,准确率达到 67%。整体来看,算法的面片平均划分准确率较高,能够较准确地实现模型集分割。

表 1 实验模型集平均面片划分准确率

类别	模型数	文中算法/%
四足动物	28	86
杯子	12	84
工具	18	90
台灯	20	90
椅子	21	67
烛台	28	81

图 5 为文中算法对六个模型集的分割结果。可以

看出,文中算法能较准确地得到模型的部位划分,并且同类模型的分割结果具有一定的对应关系。如台灯模型的三分割中,模型被分成了灯头、连杆和底座。烛台模型的三分割中,所有的模型被分为火焰、蜡烛和底座。分割中也存在一定的误差,这跟模型的特征值计算误差有关。



图5 文中算法的分割结果

5 算法分析

5.1 实验结果对比

图6为文中算法与文献[13]和文献[18]的分割效果对比。文献[13]采用AGD特征进行模型分割。AGD又称为平均测地距离,是模型的表面特征。网格中某个点的AGD特征含义是曲面上所有点到该点测地距离之和与曲面面积的比值。该特征能够表示网格中某个节点的孤立程度,并且AGD特征的局部极大值体现了模型的末端位置。AGD特征还具有尺度不变性。使用AGD特征进行聚类,能获得一定的部位信息。但从实验结果看,分割结果不够准确。熨斗的手把和熨斗没有完全分开,错分率较高。



图6 算法比较

文献[18]采用离散曲率作为主要特征。曲率表示曲面的弯曲程度,一般在光滑曲面上计算,在三维网格中需要估算离散曲率。物体的部位分割线往往出现在模型的凹区域。模型某点处的凹凸性取决于该点的高斯曲率 K 和平均曲率 H 。通过 K 和 H 的正负值来判定曲面的凹凸性,从而提取模型表面凹区域分割线。从实验得出,分割线的提取并未完成区域分割,并且划分部位没有明确的语义含义,需要进行下一步的区域划分和合并才能获得准确的部位分割结果。

文献[13]和文献[18]的分割方法都使用了模型的表面特征。表面特征对噪声敏感,随着计算误差的变化分割结果差异较大;并且这两种算法都不能形成模型集上的一致性分割,对同类模型分割结果没有对应关系。文中算法不但能获得较准确的分割结果,而且对于整组模型的分割部位具有一定的对应关系。因此,文中算法更加适合进行部位重用和快速建模前的预分割。

5.2 鲁棒性分析

模型噪声对分割效果影响严重,在对模型简化的过程中,曲率、距离等几何特征发生了巨大变化。三维模型的面片质量对模型分割有着很大的干扰。经过不同简化处理的模型,大大考验分割的稳定程度。因此有必要对算法在不同简化程度下的鲁棒性进行分析和讨论。

以7号台灯模型为例,该模型顶点数为5 000个,面片数9 996个。对其进行简化,结果见图7(b)和图7(c)。图7(b)顶点2 865个,面片数5 726。图7(c)顶点502个,面片数1 000个。对简化后模型应用文

中算法进行三分割,如图 7 所示。

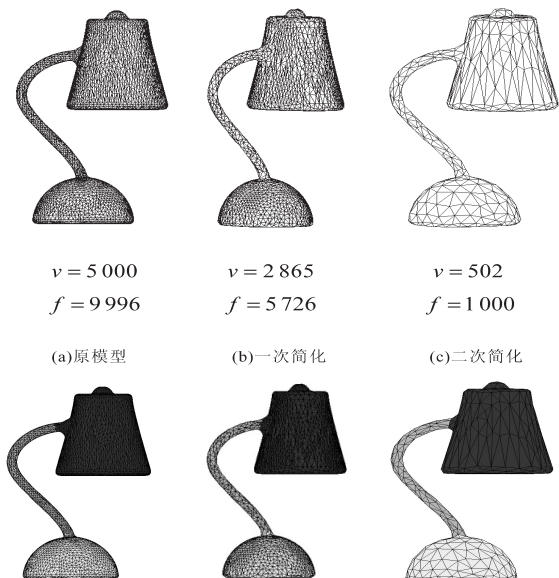


图 7 简化模型的分割结果

从分割结果可以看出,随着模型的简化,文中分割算法的分割质量并未明显下降。因此文中分割算法不但具有较高的准确度,对于模型简化也具有较好的稳定度。

6 结束语

文中提出的一致性分割算法首先对选定模型集上的所有三维模型进行 SDF 特征计算;其次构建相似性矩阵,并用测地距离对相似性矩阵进行稀疏化;最后采用谱聚类对模型集进行分割。实验结果表明,该算法能够对拥有多个具有类似形状模型的模型集进行有意义的一致性分割,面片平均划分准确率较好,并且对于模型简化具有较好的分割稳定度。

另外,在如下两方面还需要继续研究:文中需要人工的设定聚类数量 C ,不能够根据特征值的变化范围自动确定模型集的分割数;该算法对特定模型能得到较好的结果,但对于体特征不明显的模型不能得到较好的结果,如椅子模型。今后要针对体特征不明显的模型研究通用的模型分割算法。

参考文献:

- [1] KIM V G, LI W, MITRA N J, et al. Learning part-based templates from large collections of 3D shapes [J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(4): 1-12.
- [2] GOLOVINSKIY A, FUNKHOUSER T. Consistent segmentation of 3D models [J]. Computers & Graphics, 2009, 33(3): 262-269.

- [3] FISH N, AVERKIOU M, KAICK O V, et al. Meta-representation of shape families [J]. ACM Transactions on Graphics, 2014, 33(4): 70-79.
- [4] CHAUDHURI S, KALOGERAKIS E, GUIBAS L, et al. Probabilistic reasoning for assembly-based 3D modeling [J]. ACM Transactions on Graphics, 2011, 30(4): 1-10.
- [5] KALOGERAKIS E, CHAUDHURI S, KOLLER D, et al. A probabilistic model for component-based shape synthesis [J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): 1-11.
- [6] KREAVOY V, JULIUS D, SHEFFER A. Model composition from interchangeable components [C]//15th Pacific conference on computer graphics and applications. Maui, HI, USA: IEEE, 2007: 129-138.
- [7] KALOGERAKIS E, HERTZMANN A, SINGH K. Learning 3D mesh segmentation and labeling [J]. ACM Transactions on Graphics, 2010, 29(4): 1-12.
- [8] LUN Z, KALOGERAKIS E, WANG R, et al. Functionality preserving shape style transfer [J]. ACM Transactions on Graphics, 2016, 35(6): 1-14.
- [9] 杨军, 田振华, 李龙杰, 等. 基于网格 Laplace 的三维几何模型分割 [J]. 计算机科学, 2015, 42(5): 295-299.
- [10] 张耀楠, 周升, 牛乐川, 等. 一种基于蚁群优化的网格分割方法 [J]. 计算机工程, 2018, 44(2): 277-281.
- [11] 马亚奇, 李忠科, 赵静. 基于 Laplace 谱嵌入和 Mean Shift 的三角网格一致性分割 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(10): 1292-1297.
- [12] 孙晓鹏, 张琪, 魏小鹏. 半监督的三维网格模型层次分割 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(4): 592-598.
- [13] ZHANG E. Feature-based surface parameterization and texture mapping [J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(1): 1-27.
- [14] SHAPIRA L, SHAMIR A, COHEN-OR D. Consistent mesh partitioning and skeletonisation using the shape diameter function [J]. Visual Computer, 2008, 24(4): 249-259.
- [15] 纳跃跃, 于剑. 一种用于谱聚类图像分割的像素相似度计算方法 [J]. 南京大学学报: 自然科学版, 2013, 49(2): 159-168.
- [16] KANAI T, SUZUKI H. Approximate shortest path on a polyhedral surface and its applications [J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(11): 801-811.
- [17] YAMAUCHI H, GUMHOLD S, ZAYER R, et al. Mesh segmentation driven by Gaussian curvature [J]. Visual Computer, 2005, 21(8-10): 659-668.
- [18] 贾晖, 耿国华, 周明全, 等. 基于区域离散曲率的三维网格分水岭分割 [J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(11): 182-186.