

# 基于 Canny 算子的 C-V 水平集模型

喻建锋<sup>1</sup>, 吕毅斌<sup>1</sup>, 房巾莉<sup>1</sup>, 王樱子<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学 理学院, 云南 昆明 650500;

2. 昆明理工大学 计算中心, 云南 昆明 650500)

**摘要:**医学图像分割一直以来都是图像分割中的难点,可在实际应用中却有着非常重要的价值。直接利用传统的 C-V 水平集模型对图像进行分割,其缺点是该模型对噪声比较敏感,无法准确处理边界信息模糊的图像,以至于在寻找图像边缘时经常出现错误的定位,找到的边界不准确,使得图像分割效果不理想。因此,文中提出一种基于 Canny 算子的 C-V 水平集模型。该模型在传统的 C-V 水平集模型的基础上,用 Canny 算子预先处理过的图像去替代原图像,进而使用 C-V 水平集模型对预处理过的图像进行分割。该模型利用了 Canny 算子具有的较好的定位性能、较高的检测精度、最小的响应性能和很好的信噪比等优点,克服了传统的 C-V 水平集模型对噪声敏感、抗干扰性差、边缘不够精细的缺点,从而分割出一条比较理想的边界,达到了很好的分割效果。

**关键词:**医学图像分割;水平集算法;Chan-Vese 水平集模型;Canny 算子;边缘检测

中图分类号:TP391

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2019)07-0145-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2019.07.029

## C-V Level Set Model Based on Canny Operator

YU Jian-feng<sup>1</sup>, LYU Yi-bin<sup>1</sup>, FANG Jin-li<sup>1</sup>, WANG Ying-zi<sup>2</sup>

(1. Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. Computer Center, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

**Abstract:** Medical image segmentation has always been a difficulty in image segmentation, but it has very important value in practical application. The disadvantage of using traditional Chan-Vese (C-V) level set model to segment image directly is that the model is sensitive to noise and cannot deal with the image with blurred boundary information accurately. As a result, when searching for image edges, incorrect positioning often occurs. Therefore, we propose a C-V level set model based on Canny operator. Based on the traditional C-V level set model, this model uses the pre-processed image of Canny operator to replace the original image, and then uses the C-V level set model to segment the pre-processed image. The model makes use of the advantages of Canny operator, such as great localization performance, high detection accuracy, minimum response performance and well signal-to-noise ratio, and overcomes the disadvantages of the traditional C-V level set model, such as low noise sensitivity, poor anti-jamming and inadequate fine edge, thus dividing an ideal boundary to achieve a better result.

**Key words:** medical image segmentation; level set algorithm; Chan-Vese level set model; Canny operator; edge detection

## 0 引言

图像分割,即把想研究的目标从图像中分割出来,得到相对应的边界。在临床诊断、病理分析、手术计划和影像处理等实践领域有着广泛的研究和应用价值。但是由于图像格式不同、解剖结构复杂和图像边缘不清晰等因素,实现图像分割还是有很多问题。当下,还找不到一种统一的方法能够解决不同的医学图像分割

问题,许多国内外学者就各自遇到的种种问题,提出了许多不同的分割方法:基于阈值的分割方法<sup>[1-2]</sup>、基于区域的分割方法<sup>[3-5]</sup>、基于边界的分割方法<sup>[6-7]</sup>和基于某种特定理论的分割方法<sup>[8-9]</sup>。

Osher 和 Sethian<sup>[10]</sup>在 1988 年得出的水平集算法,是将二维闭合曲线的演化问题转变为三维空间曲面演化的水平集函数的隐含方式来求解,这种分割方法计

收稿日期:2018-08-09

修回日期:2018-12-11

网络出版时间:2019-03-21

基金项目:国家自然科学基金(11461037)

作者简介:喻建锋(1992-),男,硕士研究生,研究方向为数字图像处理、医学图像分割;吕毅斌,博士,副教授,通信作者,研究方向为科学计算、图像处理。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20190321.0916.044.html>

算出的结果较稳定,所以在图像分割领域,这种方法被广泛采用。

Chan 和 Vese<sup>[11]</sup> 将水平集方法和 Mumford - Shah<sup>[12]</sup> 模型进行结合,得出了 C-V 水平集模型,这个模型充分利用了图像的全局信息,所以得到的分割结果也较为精确。

但这个模型在求解时所需迭代次数过多。因此,李俊等<sup>[13]</sup>提出了对水平集方法鲁棒初始化的双向快速步进法,李传龙<sup>[14]</sup>提出的窄带快速区域水平集 C-V 模型图像分割方法,都大大减少了计算量。

文中提出一种基于 Canny 算子的 C-V 水平集模型,并应用于医学图像的目标分割。通过对原始图像进行预处理,使图像边界信息更加明确,再利用 C-V 水平集算法得到更好的分割效果,提高了分割性能。

## 1 水平集算法

水平集算法(level set method)是 Osher 和 Sethian 等在 1988 年提出的一种几何变形模型。该模型可用来处理复杂的几何体,能应对图形在变化过程中的拓扑结构变化。可以表明水平集模型是一种有效的随时间变化的物体建模方法。

水平集的核心内容是将一个 2 维(3 维)的曲线(曲面)看成 3 维(4 维)空间水平集函数的零水平集,并将对应曲线(曲面)的演化也扩充到高一维的空间里。在特定的一个  $n$  维空间将分界面  $\Gamma$  包围的  $\Omega$ ,用速度  $\bar{v}$  持续运动,利用事先定义的速度函数计算下一分界面的时间、位置、几何属性及外力等。

定义函数  $\varphi(x, t)$  ( $t$  表示时间),若  $\varphi(x, t) = 0$  时,该函数就能表示出运动的分界面  $\Gamma$ ,而  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ ,所以 Level Set 方程  $\varphi$  具有以下性质:

$$\begin{cases} \varphi(x, t) > 0, \text{当 } x \in \Omega \\ \varphi(x, t) < 0, \text{当 } x \notin \Omega \\ \varphi(x, t) = 0, \text{当 } x \in \partial\Omega = \Gamma(t) \end{cases} \quad (1)$$

在任意时间下,边界  $\Gamma(t)$  的位置都可以由  $\varphi(x, t) = 0$  得到,且  $\varphi(x, t)$  满足偏微分方程。

即:

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \bar{v} \nabla \varphi(x, t) = 0 \quad (2)$$

## 2 C-V 水平集模型

C-V 水平集模型不需要图像局部梯度信息,它是利用最小化能量函数来得出图像轮廓曲线。一条闭合的边界  $C$  将  $\Omega$  的原始图像  $I(x, y)$  划分成目标、背景 2 个区域  $C_1, C_2$ ,且  $C_1, C_2$  分别为两个区域的平均灰度。能量函数定义为:

$$E(C, C_1, C_2) = \mu \text{Length}(C) +$$

$$\lambda_1 \iint_{\text{inside}(C)} (I(x, y) - C_1)^2 d\Omega + \lambda_2 \iint_{\text{outside}(C)} (I(x, y) - C_2)^2 d\Omega \quad (3)$$

其中,  $\text{Length}(C)$  是闭合轮廓线  $C$  的长度; $\mu \geq 0$ ,  $\lambda_1, \lambda_2 > 0$  是对应各能量项下的权重系数。

若闭合轮廓线不在两个区域的边界上时,  $E(C, C_1, C_2)$  达不到最小值;反之  $E(C, C_1, C_2)$  可取最小值。继续把式 3 进行优化,就可得出未知数  $C_1, C_2$  及最终的轮廓线  $C$  的位置。

即:

$$\{C^0, C_1^0, C_2^0\} = \inf_{C, C_1, C_2} E(C, C_1, C_2) \quad (4)$$

C-V 水平集模型前提是图像要分片光滑,为了将  $E(C, C_1, C_2)$  规范化,引入 Heavisirle 函数  $H(z)$  和 Dirac 函数  $\delta(z)$ 。使用水平集函数  $\varphi$  的零水平集  $\varphi = 0$  来表示  $C$ ,Heavisirle 函数  $H(z)$  用来划分演化区域,Dirac 函数  $\delta(z)$  用来限定演化的取值必须在零水平集函数的周围,则:

$$\text{Length}(C) = \text{Length}(\varphi = 0) =$$

$$\iint_{\Omega} |\nabla H(\varphi(x, y))| dx dy = \iint_{\Omega} \delta(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \iint_{\text{inside}(C)} |I(x, y) - C_1|^2 d\Omega &= \iint_{\Omega} |I(x, y) - C_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\ \iint_{\text{outside}(C)} |I(x, y) - C_2|^2 d\Omega &= \iint_{\Omega} |I(x, y) - C_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned} \quad (6)$$

所以,能量函数改写成:

$$\begin{aligned} E(\varphi, C_1, C_2) &= \mu \iint_{\Omega} \delta(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy + \\ &\lambda_1 \iint_{\Omega} |I(x, y) - C_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy + \\ &\lambda_2 \iint_{\Omega} |I(x, y) - C_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

待分割图像  $I(x, y)$  的水平集函数可写成:

$$I(x, y) = C_1 H(\varphi(x, y)) + C_2 (1 - H(\varphi(x, y))) \quad (9)$$

利用欧拉-拉格朗日法对式 8 进行求解,可得到用水平集函数  $\varphi$  表示的偏微分方程<sup>[15]</sup>:

$$\left\{\begin{array}{l} C_1 = \frac{\iint_{\Omega} I(x,y)H(\varphi(x,y))\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint_{\Omega} H(\varphi(x,y))\mathrm{d}x\mathrm{d}y} \\ C_2 = \frac{\iint_{\Omega} I(x,y)(1-H(\varphi(x,y)))\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint_{\Omega} (1-H(\varphi(x,y)))\mathrm{d}x\mathrm{d}y} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial t} = \delta(\varphi) [\mu\operatorname{div}(\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}) - \lambda_1(I(x,y) - C_1)^2 + \lambda_2(I(x,y) - C_2)^2] \\ \varphi(x,y,0) = \varphi_0(x,y) \end{array}\right. \quad (10)$$

### 3 基于 Canny 算子的 C-V 水平集算法

#### 3.1 Canny 算子

Canny 算子应用在图像上是针对图像的一维边缘,对阶跃型边界的检测模板形状与高斯函数的一阶导数类似。

利用二维高斯函数的圆对称性和可分解性,很容

$$\begin{aligned} g(x,y) &= I(x,y) \times G(x,y,\sigma) = I(x,y) \times \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2+y^2)) = \\ &\iint_{\Omega} I(x_0y_0) [\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp(-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2})] \mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0 \end{aligned} \quad (12)$$

对平滑后的图像求一阶导数,并将结果写成梯度矢量的形式:

$$\begin{bmatrix} g_x(x,y) \\ g_y(x,y) \end{bmatrix} = I(x,y) \times \begin{bmatrix} G_x(x,y,\sigma) \\ G_y(x,y,\sigma) \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中,  $G_x(x,y,\sigma)$ ,  $G_y(x,y,\sigma)$  是一阶偏导数。

图像中任意一点  $(x,y)$  的梯度模值为  $\sqrt{g_x^2+g_y^2}$ ,

方向角为  $\arctan \frac{g_y}{g_x}$ , 图像的边缘点为沿着梯度角的方向寻找梯度的极大值点。即:

$$g_{xy}(x,y) = \max \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)} \quad (14)$$

#### 3.2 Canny 算子和 C-V 水平集算法的结合及其解析表达

$$\left\{\begin{array}{l} C_1 = \frac{\iint_{\Omega} g(x,y)H(\varphi(g_{xy}(x,y)))\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint_{\Omega} H(\varphi(g_{xy}(x,y)))\mathrm{d}x\mathrm{d}y} \\ C_2 = \frac{\iint_{\Omega} g(x,y)(1-H(\varphi(g_{xy}(x,y))))\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\iint_{\Omega} (1-H(\varphi(g_{xy}(x,y))))\mathrm{d}x\mathrm{d}y} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial t} = \delta(\varphi) [\mu\operatorname{div}(\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}) - \lambda_1(g(x,y) - C_1)^2 + \lambda_2(g(x,y) - C_2)^2] \\ \varphi(x,y,0) = \varphi_0(x,y) \end{array}\right. \quad (16)$$

Canny 算子用在图像分割上,充分降低了噪声影响对分割的精度,并将原图用 Canny 算子处理后的结

果来代替,使边缘信息更加明确,分割所得到的结果也就更加精确。

易计算出任意方向上的高斯函数方向导数与图像的卷积。所以,选取高斯函数的一阶导数作为阶跃边缘的次最优检测算子来进行边缘检测<sup>[16-17]</sup>。二维高斯函数数学表达式为:

$$G(x,y,\sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2+y^2)) \quad (11)$$

原图像为  $I(x,y)$ , 经过高斯平滑后的图像为:

用 Canny 算子处理结果  $g_{xy}(x,y)$  来代替曲线平面  $(x,y)$ , 则水平集函数  $\varphi$  的零水平集  $\varphi = 0$  改写为  $\varphi(g_{xy}(x,y))$ , 再用经过高斯平滑后的图像  $g(x,y)$  代替传统的 C-V 水平集算法中的原图  $I(x,y)$ , 将替换后的解析式代入式 3 可以得到新的能量函数。

即:

$$E(C,C_1C_2) = \mu\operatorname{Length}(C) + \lambda_1$$

$$\begin{aligned} &\iint_{\operatorname{inside}(C)} (g(x,y) - C_1)^2\mathrm{d}\Omega + \lambda_2 \\ &\iint_{\operatorname{outside}(C)} (g(x,y) - C_2)^2\mathrm{d}\Omega \end{aligned} \quad (15)$$

利用上文的分析和求解,可以得到一个新的用水水平集函数  $\varphi$  表示的偏微分方程:

4 数值实验

利用该模型进行医学图像分割,实际上就是要求出式 16 中偏微分方程的解  $\varphi$ ,再取它的零水平集就是所要的分割结果。下面将式 16 中的偏微分方程转化为差分形式。

把一幅  $M \times N$  的图像  $I(x,y)$  进行离散化,令  $h$  为像素间隔,迭代次数为  $n$ ,时间步长为  $\Delta t$ ,  $\varphi_{i,j}^n = \varphi(ih, jh, n\Delta t)$ ,  $D$  是  $\varphi$  的有限差分算子:

$$\begin{cases} D_{i,j}^{-x} = \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{h} \\ D_{i,j}^{+x} = \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{h} \\ D_{i,j}^{-y} = \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{h} \\ D_{i,j}^{+y} = \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{h} \end{cases} \tag{17}$$

则式 16 中的偏微分方程可以离散成:

$$\frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\Delta t} = \delta_h(\varphi_{i,j}^n) \left\{ \frac{\mu}{h} \left[ D_{i,j}^{-x} \left( \frac{D_{i,j}^{+x} \varphi_{i,j}^n}{\sqrt{(D_{i,j}^{+x} \varphi_{i,j}^n)^2 + (D_{i,j}^{+y} \varphi_{i,j}^n)^2}} + D_{i,j}^{-y} \left( \frac{D_{i,j}^{+y} \varphi_{i,j}^n}{\sqrt{(D_{i,j}^{+x} \varphi_{i,j}^n)^2 + (D_{i,j}^{+y} \varphi_{i,j}^n)^2}} \right) \right] - \lambda_1 (g(ih,jh) - C_1(\varphi_{i,j}^n))^2 + \lambda_2 (g(ih,jh) - C_2(\varphi_{i,j}^n))^2 \right\} \tag{18}$$

$$g(ih,jh) = \sum_k^{M-1} \sum_l^{N-1} I(ih,jh) \left\{ \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[ -\frac{(ih - kh)^2 + (jh - lh)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \tag{19}$$

为了验证改进算法的有效性,实验采用人体三个不同器官的 CT 图像来进行分割处理,参数选取为:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ ,轮廓长度系数  $\mu = 0.01 \times 255 \times 255$ ,时间步长

$\Delta t = 1$ ,像素间距  $h = 1$ ,标准偏差  $\sigma = 0.2$ ,分割结果如图 1 ~ 图 3 所示。

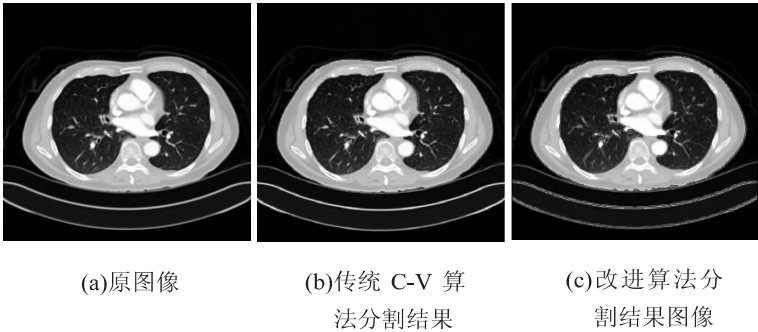


图 1 肺部 CT 图像在不同算法下的分割结果

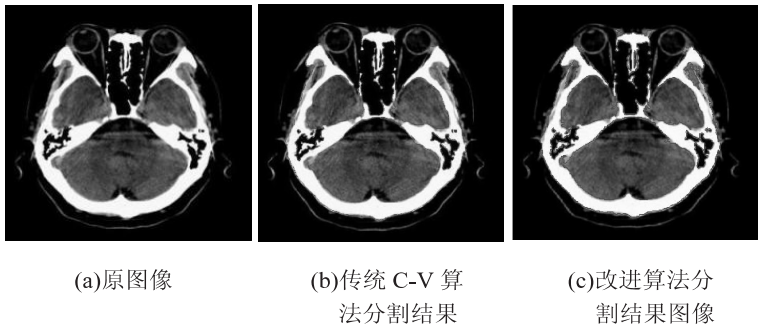


图 2 脑部 CT 图像在不同算法下的分割结果

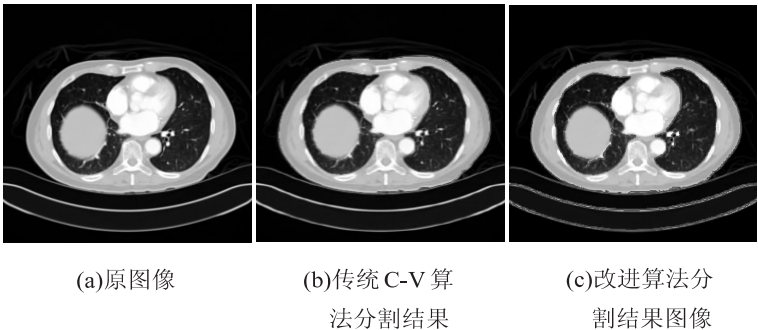


图 3 肝脏 CT 图像在不同算法下的分割结果

从上述分割效果来看,采用改进算法相对于传统的 C-V 算法来讲,可以得到更明确的图像边界,包括一些细微的边界也能清晰地分割出来,达到理想的分割效果。

## 5 结束语

文中提出了基于 Canny 算子的 C-V 水平集模型,水平集演化曲面用 Canny 算子处理结果去代替,原图像先进行平滑处理,不仅分割结果更精确,而且减少了噪声对分割的干扰。实验结果表明,该方法具有普遍性,自动化程度高,不用对每一幅图像给定初始轮廓,从而提高了分割速度,拓展了使用范围。同时,分割目标可以被很好地分割出来。但由于图像种类很多,该方法对有些图像的应用效果不是很明显,日后还需完善,使算法更具普遍性。

### 参考文献:

- [1] 郭 璇,郑 菲,赵若晗,等. 基于阈值的医学图像分割技术的计算机模拟及应用[J]. 软件,2018,39(3):12-15.
- [2] 陈宏伟,鄢来仪,叶志伟. 基于烟花算法的 Otsu 多阈值图像分割法[J]. 湖北工业大学学报,2018,33(1):55-58.
- [3] 张建光,李永霞. 基于区域的图像分割[J]. 科技资讯,2011(26):13.
- [4] 杨卫平,李忠科,王 勇,等. 基于区域的图像分割算法综述[C]//2007 年全国测控、计量、仪器仪表学术年会论文汇编. 出版地不详;出版者不详,2007:278-281.
- [5] 葛 琦,邵文泽,李海波. 一种新的轮廓-局部区域分割模型及对偶算法[J]. 计算机技术与发展,2017,27(7):87-90,95.
- [6] 余加俊,骆文韬,徐飞鸿,等. 智能清漂船河道边界图像识别算法[J]. 电子设计工程,2018,26(13):132-136.
- [7] 陈 军,徐友春,赵 明,等. 基于随机 Hough 变换的道路边界识别算法研究[J]. 中国图象图形学报,2009,14(5):905-911.
- [8] 王孝国,王景玉,张雄伟. 基于特定理论工具的图像分割方法综述[C]//第九届全国青年通信学术会议论文集. 北京:出版者不详,2004:1332-1337.
- [9] 徐胜军,韩九强,刘光辉. 基于马尔可夫随机场的图像分割方法综述[J]. 计算机应用研究,2013,30(9):2576-2582.
- [10] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed; algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations[J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1):12-49.
- [11] CHAN T F, VESE L A. Active contours without edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2):266-277.
- [12] SZALLASI Z, STELLING J, PERIWAL V. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure & Applied Mathematics, 1989, 42(5):577-685.
- [13] 李 俊,杨 新,施鹏飞. 对水平集方法鲁棒初始化的双向快速步进法[J]. 系统仿真学报,2001,13(z1):163-167.
- [14] 李传龙,李 颖,兰国新. 一种新的窄带快速区域水平集 C-V 模型图像分割方法[J]. 计算机科学,2011,38(12):17-19.
- [15] WANG Jianping, LU Yibin, CAI Guangcheng, et al. C-V level set model based on the Gaussian Laplace operator[C]//Fifth international conference on computational and information sciences. Shiyang, China; IEEE, 2013:906-909.
- [16] 秦绪佳,陈新鸿,吴正强,等. 基于 Canny 算子的水平集数字虚拟人图像分割算法[J]. 系统仿真学报,2010,22(7):1674-1677.
- [17] 肖瑞莹,杨 帆,董正宏. 用于 Canny 算子边缘检测的广度优先算法研究[J]. 计算机技术与发展,2018,28(6):39-42,48.