

# 一种新型的基于 KCS 算法在图像重构中的应用

刘 艳,钱 阳,李 雷

(南京工业大学浦江学院,江苏 南京 211134)

**摘 要:**由于原始信号能够通过字典原子的某一线性组合进行稀疏表示,因此在压缩感知理论中,原始的高维信号可以从低维测量值中进行恢复。但是,对于一些信号,譬如图像、视频等,因其具有高维性、多变性以及繁杂性等特点,用线性表示模型难以对其进行稀疏表示。这种情况下,需要在非线性流形下获取更优的稀疏表示。文中首先介绍了核字典学习方法中的 KKSVD 算法,对其稀疏编码阶段进行改进,得到自适应核 K-SVD 字典学习算法(AKKSVD),并将其与核压缩感知理论(KCS)相结合,提出了一种基于 AKKSVD 字典学习的 KCS 算法(AKKSVD-KCS)。通过对图像进行重构的仿真对比实验表明,该算法对非线性信号的重构更具备高效性,相较于其他算法在重构时间、峰值信噪比等方面更具有优越性,即其重构性能更佳。

**关键词:**核字典学习;自适应核 K-SVD 算法;核压缩感知;重构时间;峰值信噪比

**中图分类号:**TP301.6

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2019)06-0195-05

**doi:**10.3969/j.issn.1673-629X.2019.06.040

## Application of a New KCS Algorithm in Image Reconstruction

LIU Yan, QIAN Yang, LI Lei

(Nanjing Tech University Pujiang Institute, Nanjing 211134, China)

**Abstract:** Since the original signal can be represented sparsely by a linear combination of dictionary atoms, in the compressed sensing theory, the original high-dimensional signal can be recovered from the low-dimensional measured value. However, for some signals, such as images and video, it is difficult to conduct sparse representation with linear representation model due to their characteristics of high dimensional, variability and complexity. In this case, it is necessary to obtain better sparse representation under nonlinear manifolds. First the KKSVD algorithm is introduced in the kernel dictionary learning method, and its sparse coding stage is improved to obtain the adaptive kernel K-SVD dictionary learning algorithm (AKKSVD). Combining it with the nuclear compression perception theory (KCS), a KCS algorithm (AKKSVD-KCS) based on adaptive KKSVD dictionary learning is proposed. Simulation and comparison experiments on image reconstruction show that the algorithm proposed is more efficient in the reconstruction of nonlinear signals, and has more advantages in the reconstruction time and peak noise ratio compared with other algorithms, that is, it has better reconstruction performance.

**Key words:** kernel dictionary learning; adaptive kernel K-SVD algorithm; kernel compressed sensing; reconstruction time; peak noise ratio

## 1 概 述

### 1.1 压缩感知理论基础

在压缩感知理论<sup>[1-3]</sup>中,如果一组长度为  $n$  的被测信号  $\mathbf{x} \in R^{n \times 1}$  在某正交基  $\Psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)^T$  上是可压缩的,则可以通过与稀疏变换基不相关的  $m \times n$  维 ( $m \ll n$ ) 测量矩阵  $\Phi$  对稀疏变换向量  $\Theta = \Psi^T \mathbf{x}$  进行观测,并通过一系列算法将原始信号  $\mathbf{x}$ <sup>[4]</sup> 从观测向

量  $\mathbf{y} \in R^{m \times 1}$  中重构出来,具体观测模型如下:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \Theta \quad (1)$$

压缩感知(CS)主要包括稀疏、观测和重构三个步骤<sup>[5]</sup>,其中信号的稀疏性是CS的前提,在字典表示下信号的稀疏度决定了重构的效果。而测量矩阵  $\Phi$  的设计则是压缩感知理论中至关重要的一步,Candès 和 Tao 提出,为了准确地将原始信号重构出来,测量矩阵

收稿日期:2018-07-22

修回日期:2018-11-27

网络出版时间:2019-03-06

基金项目:国家自然科学基金(61070234,61071167,61373137,61501251);江苏省2015年度普通高校研究生科研创新计划项目(KYZZ15\_0235);南京邮电大学引进人才科研启动基金资助项目(NY214191)

作者简介:刘 艳(1991-),女,硕士生,研究方向为非线性分析及应用;李 雷,博士,教授,研究方向为智能信号处理和非线性科学及其在通信中的应用。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20190306.1016.082.html>

$\Phi$  需满足 RIP (restricted isometry property) 条件<sup>[6]</sup>。信号重构的数学模型如下:

$$\min_{\Theta} \|\mathbf{y} - \Phi\mathbf{\Psi}\Theta\|_2^2 + \lambda \|\Theta\|_0 \quad (2)$$

其中,  $\lambda$  为正则化参数。

## 1.2 核压缩感知理论

Qi Hanchao 等<sup>[7]</sup>将核技巧与 CS 理论结合,提出了核压缩感知理论(kernel compressed sensing, KCS),并将该理论运用到人脸图像的重构中,获得了较好的效果。KCS<sup>[8-9]</sup>本质上是一种非线性稀疏表示下的压缩感知,不仅能避免迭代的非线性优化过程,且与线性稀疏表示相比,能用更少的观测数目恢复信号<sup>[10]</sup>。

KCS 理论中,若在特征空间  $H$  中,信号  $x$  是  $d$  稀疏的,则可以用一组稀疏基的  $d$  个原子将投影后的信号线性表示出来,即

$$\phi(x) \approx \sum_{k=1}^d \beta_k \mathbf{v}_k \quad (3)$$

其中,  $\{\mathbf{v}_i\}_{i=1}^d$  为核空间的基原子,通常情况下可通过 KPCA (kernel principle component analysis) 方法获得。取观测矩阵的  $m$  个行向量为  $\{\Phi_i\}_{i=1}^m$ , 根据对核函数  $k(x, y)$  的定义:  $(x_i, x_j) \rightarrow k(x_i, x_j) = \phi(x_i) \cdot \phi(x_j)$ , 每个测量值在特征空间  $H$  中的表示如下:

$$k(\mathbf{x}, \Phi_i) = \langle \phi(x), \phi(\Phi_i) \rangle = \sum_{k=1}^d \beta_k \langle \mathbf{v}_k, \phi(\Phi_i) \rangle + \varepsilon_i \quad (4)$$

其中,由于信号的稀疏性,  $\varepsilon_i = \sum_{k=d+1}^q \gamma_{k-d} \mathbf{v}_k$  ( $q$  为特征空间  $H$  的维数) 近似为零。

在特征空间  $H$  中,所有测量值可以表示成如式 5 的矩阵形式,有:

$$\begin{bmatrix} k(\mathbf{x}, \Phi_1) \\ \vdots \\ k(\mathbf{x}, \Phi_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_1, \phi(\Phi_1) \rangle & \cdots & \langle \mathbf{v}_d, \phi(\Phi_1) \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mathbf{v}_1, \phi(\Phi_m) \rangle & \cdots & \langle \mathbf{v}_d, \phi(\Phi_m) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

将式 5 简写为:

$$\mathbf{M}_{\text{kernel}} = \mathbf{G}_{\text{kernel}} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

可以采用最小二乘法估计出  $\boldsymbol{\beta}$ , 即  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{G}_{\text{kernel}}^+ \mathbf{M}_{\text{kernel}}$ , 其中  $\mathbf{G}_{\text{kernel}}^+$  是  $\mathbf{G}_{\text{kernel}}$  的伪逆, 满足  $\mathbf{G}_{\text{kernel}}^+ = (\mathbf{G}_{\text{kernel}}^T \mathbf{G}_{\text{kernel}})^{-1} \mathbf{G}_{\text{kernel}}^T$ 。获得  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  后, 就可以根据式 3 得到  $\phi(x)$  的估计, 即  $\hat{\phi}(x) = \sum_{k=1}^d \hat{\beta}_k \mathbf{v}_k$ 。最后, 需要从  $\phi(x)$  中恢复出原始信号  $x$ , 这是一个问题<sup>[11]</sup>。在标准的算法<sup>[12]</sup>中, 若存在满足  $\phi(z) = \hat{\phi}(x)$  的信号  $z$ , 则

$x$  可由  $\hat{x} = \phi^{-1}(\hat{\phi}(x))$  求得。

假设存在一组信号  $\{z_1, z_2, \dots, z_r\}$  与原始信号  $x$  比较接近, 通过 KPCA 方法对  $\{z_1, z_2, \dots, z_r\}$  进行训练, 则基原子  $\mathbf{v}_k$  可以表示成:

$$\mathbf{v}_k = \sum_{i=1}^r \alpha_i^k \phi(z_i) \quad (7)$$

进一步, 有:

$$\langle \mathbf{v}_l, \phi(\Phi_k) \rangle = \sum_{j=1}^r \alpha_j^l k(z_j, \Phi_k) \quad (8)$$

结合式 5, 从而得到  $\mathbf{G}_{\text{kernel}}$  的表达式为:

$$\mathbf{G}_{\text{kernel}} = \begin{bmatrix} k(z_1, \Phi_1) & \cdots & k(z_r, \Phi_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(z_1, \Phi_m) & \cdots & k(z_r, \Phi_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^1 & \cdots & a_1^d \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_r^1 & \cdots & a_r^d \end{bmatrix} \quad (9)$$

通过最小二乘法求得  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{G}_{\text{kernel}}^+ \mathbf{M}_{\text{kernel}}$  后, 就能得到  $\phi(x)$  的估计值。

$$\hat{\phi}(x) = \sum_{k=1}^d \hat{\beta}_k \mathbf{v}_k = \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^d \hat{\beta}_k \alpha_j^k \phi(z_j) \quad (10)$$

由于任意信号都可以由一组正交基表示, 且表示系数是其与稀疏基的内积。因此原始信号  $x \in R^n$  可以依据式 11 进行重构:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \sum_{i=1}^n \langle \hat{x}, u_i \rangle u_i = \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\phi(\langle \hat{x}, u_i \rangle)) = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\langle \phi(x), \phi(u_i) \rangle) u_i = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\langle (\sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^d \beta_k \alpha_j^k \phi(z_j)), \phi(u_i) \rangle) u_i = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\sum_{j=1}^r (\sum_{k=1}^d \beta_k \alpha_j^k) \langle \phi(z_j), \phi(u_i) \rangle) u_i = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\sum_{j=1}^r \gamma_j k(z_j, u_i)) u_i \end{aligned} \quad (11)$$

其中, 可逆函数  $f_k$  满足  $k(x, y) = f_k(\langle x, y \rangle)$ ,  $\{u_i\}_{i=1}^n$  为正交基。

## 1.3 字典学习方法

### 1.3.1 K-SVD 字典学习算法

基于完备字典的稀疏表示是近年来广受关注的信号表示理论。其中, 由 Aharon M 等提出的 K-SVD 字典学习算法<sup>[13]</sup>较为典型。此算法主要解决如下的优化问题:

$$\min_{\mathbf{D}, \mathbf{A}} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 \text{ s.t. } \forall i, \|\mathbf{a}_i\|_0 \leq T_0 \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N \in R^{n \times N}$  为训练集;  $\mathbf{D} \in R^{n \times K}$  ( $K > n$ ) 为稀疏表示的字典;  $\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_i\}_{i=1}^N \in R^{K \times N}$  为稀疏系数矩阵;  $T_0$  为稀疏表示系数中非零分量数目的上限。

### 1.3.2 核字典学习方法 (Kernel K-SVD, KKSVD)

KKSVD<sup>[14]</sup>算法的提出是用于实现核字典  $\mathbf{D}$  的学习, 该算法将目标由寻找合适的核字典  $\mathbf{D}$  转化为寻找

合适的字典系数矩阵  $C$ 。

命题<sup>[15]</sup>:

存在一个合适的字典矩阵  $D^*$ , 使得

$$D^* = \phi(X)C \quad (13)$$

其中,  $C \in R^{N \times K}$  为字典系数矩阵。

此时, KKSVD 算法求解的优化目标函数变为:

$$\min_{C, A} \|\phi(X) - \phi(X)CA\|_F^2 \text{ s. t. } \|a_i\|_0 \leq T_0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

KKSVD 算法通过获得最优的  $C$  和  $A$  对式 14 进行求解。

## 2 基于自适应核 K-SVD 字典学习的核压缩感知算法

(1) 稀疏编码阶段。

文中将在 KKSVD 算法的基础上对该阶段进行改

$$\mu(D) = \max_{i \neq j} |\langle d_i, d_j \rangle| = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{d_i^T d_j}{\|d_i\|_2 \|d_j\|_2} \right\} = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{(\phi(X)c_i)^T \phi(X)c_j}{\|\phi(X)c_i\|_2 \|\phi(X)c_j\|_2} \right\} = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{c_i^T \phi(X)^T \phi(X)c_j}{\sqrt{c_i^T \phi(X)^T \phi(X)c_i} \sqrt{c_j^T \phi(X)^T \phi(X)c_j}} \right\} = \max_{i \neq j} \left\{ \frac{c_i^T K(X, X)c_j}{\sqrt{c_i^T K(X, X)c_i} \sqrt{c_j^T K(X, X)c_j}} \right\} \quad (17)$$

其中,  $K(X, X) = \phi(X)^T \phi(X)$  为核矩阵。

使用上述定义的  $a_i$  代替 KKSVD 算法中的稀疏约束上界  $T_0$ , 由于式 14 中惩罚项可以写为:

$$\|\phi(X) - \phi(X)CA\|_F^2 = \sum_{i=1}^N \|\phi(x_i) - \phi(X)Ca_i\|_2^2 \quad (18)$$

因此, 优化问题可以转化为求解如式 19 所示的  $N$  个问题。

$$\min_{a_i} \|\phi(x_i) - \phi(X)Ca_i\|_2^2 \text{ s. t. } \|a_i\|_0 \leq T_0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

则所提 AKKSVD 算法的稀疏编码阶段可转化为求解如下的优化问题:

$$\min_{a_i} \|\phi(x_i) - \phi(X)C_j a_i\|_2^2 \text{ s. t. } \|a_i\|_0 \leq T_j, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, P \quad (20)$$

(2) 字典更新阶段。

此阶段中, 自适应核 K-SVD 算法采用 KKSVD 算法的字典更新方式, 根据稀疏表示系数矩阵  $A$ , 对字典系数矩阵  $C$  进行迭代更新, 字典列的更新结合稀疏表示的一个更新, 使得字典系数和稀疏系数同步更新。

综上, AKKSVD 字典学习算法的具体实现流程如下:

算法 1: AKKSVD 算法。

输入: 训练样本集  $X = \{x_i\}_{i=1}^N$ , 核函数  $k$

目标: 获得字典系数矩阵  $C$

输出: 矩阵  $C$  和  $A$

初始化: 随机初始化归一化字典系数矩阵  $C_0 \in R^{N \times K}$ , 通过

进。首先固定字典系数矩阵  $C$ , 在特征空间引用 AK-BRP 算法<sup>[16]</sup>的稀疏编码机制, 利用字典的相干性将稀疏约束上限与迭代更新的字典关联, 获得自适应的稀疏约束上限, 以减少算法运行时间。

设第  $j$  次迭代的稀疏约束上限为  $T_j$ , 则

$$T_j = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\mu(D_j)} \right), j = 1, 2, \dots, P \quad (15)$$

其中,  $D \in R^{N \times K}$  是需要学习的核字典,  $\mu(D) \in [0, 1]$  表示字典原子间相似程度, 如式 16 所示<sup>[17]</sup>:

$$\mu(D) = \max_{i \neq j} |\langle d_i, d_j \rangle| \quad (16)$$

当  $\mu(D)$  值很大时, 则字典的相干性很大, 即字典原子间相似程度很强<sup>[18]</sup>。

根据命题, 核字典  $D$  可表示为  $D = \phi(X)C$  的形式, 此时有:

式 15 获得  $T_0$ , 设置迭代次数  $j = 1$

For  $j = 1, 2, \dots, P$

(1) 稀疏编码阶段

固定  $C_{j-1}$  和  $T_{j-1}$ , 使用 KOMP<sup>[14]</sup> 算法求解式 20, 获得稀疏系数矩阵  $A_j$

(2) 字典更新阶段

固定  $A_j$ , 对  $C_{j-1}$  的每一列  $c_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 逐个更新

a. 定义使用该原子的样本的索引为  $\omega_k = \{i \mid 1 \leq i \leq N, a_i^k(i) \neq 0\}$

b. 计算  $E_k = I - \sum_{j \neq k} c_j a_j^T$ ,  $E_k$  为除第  $k$  个原子外其他所有原子所产生的表示误差

c. 使用  $\omega_k$  对  $E_k$  进行约束, 得到  $E_k^R$ , 其中  $E_k^R = E_k \Omega_k$ , 对其进行 SVD 分解, 有  $(E_k^R)^T K(X, X) E_k^R = V \Delta V^T$ , 则原子更新为  $c_k = \sigma_1^{-1} E_k^R v_1$ , 这里  $v_1$  是矩阵  $V$  中对应于奇异值  $\Delta$  中最大奇异值  $\sigma_1^2$  的第一个特征向量

获取更新后的  $C_j$

通过式 15 计算  $T_j; j = j + 1;$

End

KCS 理论应用的前提条件是信号在特征空间中能被稀疏表示, 将 AKKSVD 算法与 KCS 理论结合, 形成 AKKSVD-KCS 算法。为了对图像进行重构, 还需对图像进行分块, 首先将图像分成  $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$  的块, 对第  $t$  块图像进行观测, 获得其对应的测量值为:

$$y^t = \Phi x^t + \varepsilon^t = \begin{bmatrix} \langle \Phi_1, x^t \rangle \\ \vdots \\ \langle \Phi_m, x^t \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中,  $\epsilon'$  为误差,  $\langle \cdot \rangle$  表示内积。

通过 AKKSVD 算法获得核字典系数  $C$ , 则图像块在特征空间  $H$  中的稀疏表示如下:

$$\phi(x') = Da' = \phi(X)Ca' \quad (22)$$

其中,  $C \in R^{N \times K}$ ,  $a' \in R^{K \times 1}$  表示第  $t$  块图像的稀疏表示系数

根据 KCS 理论, 所有测量值在特征空间  $H$  中表示成:

$$\begin{bmatrix} k(\Phi_1, x) \\ \vdots \\ k(\Phi_m, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(\Phi_1, x_1) & \cdots & k(\Phi_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\Phi_m, x_1) & \cdots & k(\Phi_m, x_N) \end{bmatrix} Ca \quad (23)$$

定义

$$\mathbf{y}_{\text{kernel}} = \begin{bmatrix} k(\Phi_1, x) \\ \vdots \\ k(\Phi_m, x) \end{bmatrix} \in R^m, \mathbf{G}_{\text{kernel}} = \begin{bmatrix} k(\Phi_1, x_1) & \cdots & k(\Phi_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\Phi_m, x_1) & \cdots & k(\Phi_m, x_N) \end{bmatrix} \in R^{m \times N} \quad (24)$$

根据

$$\mathbf{y}_{\text{kernel}} = \mathbf{G}_{\text{kernel}} Ca \quad (25)$$

令  $\mathbf{B}_{\text{kernel}} = \mathbf{G}_{\text{kernel}} C$ , 则

$$\mathbf{y}_{\text{kernel}} = \mathbf{B}_{\text{kernel}} a \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{y}_{\text{kernel}} \in R^m$ ,  $\mathbf{B}_{\text{kernel}} \in R^{m \times K}$ 。

利用 CS 重构算法获得第  $t$  块图像在特征空间的稀疏系数估计, 并参照式 11 介绍的从  $\hat{\phi}(x)$  中恢复出原始信号  $x$  的方法有:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \sum_{i=1}^n \langle \hat{x}, u_i \rangle u_i = \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\phi(\langle \hat{x}, u_i \rangle)) = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\langle \phi(x), \phi(u_i) \rangle) u_i = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(\langle \phi(X) C \hat{a}, \phi(u_i) \rangle) u_i = \\ &= \sum_{i=1}^n f_k^{-1}(K_{\text{kernel}}(u_i, X) C \hat{a}) u_i \end{aligned} \quad (27)$$

并将恢复出的原始空间的图像块按照顺序合并成整个图像。

AKKSVD-KCS 算法的具体流程如下:

算法 2: AKKSVD-KCS 算法。

输入: 训练样本集  $X = \{x_i\}_{i=1}^N$ , 最大迭代次数  $P$ , 第  $t$  块图像的线性测量值  $\{\langle x'_t, \Phi_i \rangle\}_{i=1}^m$  ( $1 \leq t \leq WL/n$ ), 核函数  $k(x, y) = f_k(\langle x, y \rangle)$

输出: 重构出的原始空间图像  $\hat{X}$

初始化: 通过 KPCA 方法从  $X$  中获得特征空间中的基原子, 利用其初始化 AKKSVD 算法中的字典原子, 并通过式 15 获得初

始化稀疏约束上限  $T_0$ , 设置迭代次数  $j = 1$

利用 AKKSVD 算法从  $X$  中获得核字典系数  $C = C_p$

通过式 24 计算出  $\mathbf{y}_{\text{kernel}}$  及  $\mathbf{G}_{\text{kernel}}$

获得式 26 的欠定方程组

通过重构算法从式 26 中获得稀疏系数估计  $\hat{a}'$

定义  $\{u_i\}_{i=1}^n$  为标准正交基, 根据式 27 恢复出第  $t$  块图像

$$\hat{x}' = \begin{bmatrix} f_k^{-1}(K_{\text{kernel}}(u_1, X) C \hat{a}') \\ \vdots \\ f_k^{-1}(K_{\text{kernel}}(u_n, X) C \hat{a}') \end{bmatrix}$$

将重构出的图像块  $\hat{x}'$  合并成整个图像  $\hat{X}$ , 恢复出图像

### 3 仿真实验及结果分析

为了更直观地比较 AKKSVD-KCS 算法与 KKSVD-KCS 算法重构出图像的视觉效果, 图 1 给出了采样率为 0.4 时这两种算法重构出标准图像的视觉效果图。



(a) KKSVD-KCS 算法



(b) AKKSVD-KCS 算法

图 1 标准图像的视觉效果

图 1 中显示, 当采样率为 0.4 时, KKSVD-KCS 算法和 AKKSVD-KCS 算法均能将图像重构出来。两种算法重构出的图像虽然都有分块边界, 但可以看出, 相较于 KKSVD-KCS 算法, AKKSVD-KCS 算法的分块边界相对模糊, 这表明提出的 AKKSVD-KCS 算法的重构性能更优。

为了进一步验证提出算法的优越性, 图 2 分别给出了 KKSVD-KCS 算法在不同稀疏度下与 AKKSVD-KCS 算法在重构时间、峰值信噪比以及特征相似度三个方面的性能与采样率的关系曲线。为了消除随机性, PSNR 与 FSIM 值取 10 次测试结果的平均值。

由图 2(a) 可知, 各算法的运行时间均随着稀疏度的增加而增加, 但 AKKSVD-KCS 算法的运行时间是最少的; 图 2(b)、2(c) 的结果表明, AKKSVD-KCS 算法的 PSNR 与 FSIM 均随着稀疏度的增加而增加, 由 PSNR 和 FSIM 越大, 重构性能越好可知, 相较于 KKSVD-KCS 算法, AKKSVD-KCS 算法的性能更优, 精确度更高。

综上所述, AKKSVD-KCS 算法在每次迭代过程中通过自适应地选择较小的稀疏度以提高运行速度及重构精度, 进一步验证了非线性流行下该算法的有效性和高效性。

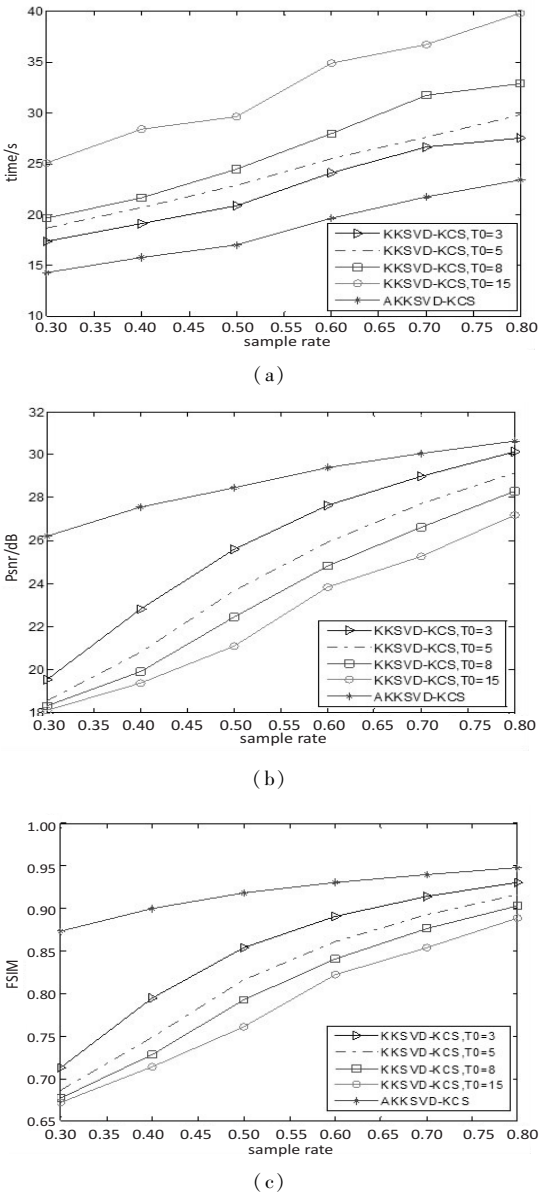


图2 算法重构性能随采样率的变化曲线

4 结束语

文中在核 K-SVD 字典学习算法的基础上提出了 AKKSVD 算法,通过选择较小的稀疏度以提高运行速度,并结合核压缩感知的相关理论,提出了 AKKSVD-KCS 算法,实现了对原始空间图像的重构。仿真对比实验表明,AKKSVD-KCS 算法的重构性能更优。

参考文献:

[1] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4):1289-1306.

[2] CANDÈS E, TAO T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12):5406-5425.

[3] DONOHO D L, TSAIG Y. Extensions of compressed sensing

[J]. Signal Processing, 2006, 86(3):533-548.

[4] 刘  艳, 李  雷. 基于 PRP 共轭梯度的重构算法研究[J]. 计算机技术与发展, 2016, 26(8):55-59.

[5] 练秋生, 石保顺, 陈书贞. 字典学习模型、算法及其应用研究进展[J]. 自动化学报, 2015, 41(2):240-260.

[6] 尹宏鹏, 刘兆栋, 柴  毅, 等. 压缩感知综述[J]. 控制与决策, 2013, 28(10):1441-1445.

[7] QI Hanchao, HUGHES S. Using the kernel trick in compressive sensing: accurate signal recovery from fewer measurements [C]//IEEE international conference on acoustics, speech, and signal processing. Prague, Czech Republic: IEEE, 2011:3940-3943.

[8] ANARAKI F P, HUGHES S M. Kernel compressive sensing [C]//IEEE international conference on image processing. Melbourne, VIC, Australia: IEEE, 2013:494-498.

[9] RAMAMURTHY K N, SPANIAS A. Optimized measurements for kernel compressive sensing[C]//Conference record of the forty fifth Asilomar conference on signals, systems and computers. Pacific Grove, CA, USA: IEEE, 2012:1443-1446.

[10] 刘  芳, 武  娇, 杨淑媛, 等. 结构化压缩感知研究进展[J]. 自动化学报, 2013, 39(12):1980-1995.

[11] SCHÖLKOPF B, SMOLA A J. Learning with kernels: support vector machines, regularization, optimization, and beyond [M]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2001.

[12] BAKIR G H, WESTON J, SCHÖLKOPF B. Learning to find pre-images [C]//Proceedings of the 16th international conference on neural information processing systems. Whistler, British Columbia, Canada: MIT Press, 2004:449-456.

[13] RUBINSTEIN R, ZIBULEVSKY M, ELAD M. Double sparsity: learning sparse dictionaries for sparse signal approximation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1553-1564.

[14] NGUYEN H V, PATEL V M, NASRABADI N M, et al. Design of non-linear kernel dictionaries for object recognition[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(12):5123-5135.

[15] SHAWE-TAYLOR J, CRISTIANINI N. Kernel methods for pattern analysis [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004:27-84.

[16] QIAN Yang, LI Lei, YANG Zhenzhen, et al. An AK-BRP dictionary learning algorithm for video frame sparse representation in compressed sensing[J]. Multimedia Tools & Applications, 2016, 76(22):23739-23755.

[17] DONOHO D L, HUO X M. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7):2845-2862.

[18] MAILHÉ B, BARCHIESI D, PLUMBLEY M D. INK-SVD: learning incoherent dictionaries for sparse representations [C]//IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing. Kyoto, Japan: IEEE, 2012:3573-3576.