

# 具有二次预警行为的复杂网络病毒传播分析

张传宗 朱阿康 谢梦玮 鲁延玲

(南京邮电大学 理学院 江苏 南京 210003)

**摘要:** 社会网络中,健康节点获得病毒正在蔓延的消息,会转化为预警节点,这种行为称为预警行为。感染节点存在一定的概率转化为预警节点,将此行为称为二次预警行为。据此提出了一种具有二次预警行为的SAIS(susceptible-alert-infected-susceptible)模型。从微分动力学系统角度分析病毒传播的临界值特性,并与具有一次预警行为的SAIS传播模型进行比较,通过模拟仿真对结论进行验证。研究结果表明,具有二次预警行为的SAIS模型的稳态感染节点密度小于具有一次预警行为的SAIS模型的稳态感染节点密度,具有二次预警行为的SAIS模型的病毒传播阈值大于具有一次预警行为的SAIS模型的病毒传播阈值。研究还发现,随着二次预警率的增加,稳态感染节点密度不断减小,从而可以减少病毒爆发规模,减缓病毒在网络中的爆发。

**关键词:** 复杂网络; 二次预警行为; 病毒传播; 微分动力学; 传播临界值

中图分类号: TP393.08

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2019)02-0120-04

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2019.02.025

## Analysis of Complex Network Virus Propagation with Secondary Warning

ZHANG Chuan-zong ZHU A-kang XIE Meng-wei LU Yan-lin

(School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** In social networks, when susceptible individuals find that the virus is spreading, they will be transformed into alert individuals, which is called early warning behavior. Infected individuals have a certain probability to be transformed into alert individuals, which is called secondary early warning behavior. Therefore, we propose a susceptible-alert-infected-susceptible (SAIS) model with secondary early warning behavior. We analyze the critical value characteristics of virus propagation from the perspective of differential dynamics system and compare with SAIS model with one warning behavior. The conclusion is verified by simulation. The study shows that the steady-state infection individuals density of SAIS model with secondary early warning behavior is lower than that of SAIS with primary early warning behavior, and the former has a larger virus propagation threshold than the latter. At the same time, it is also found that with the increase of the secondary warning rate, the density of steady-state infected individuals keeps decreasing, which can reduce the scale of virus outbreak and slow down the outbreak of virus in the network.

**Key words:** complex network; secondary early warning behavior; virus propagation; differential dynamics; propagation threshold

## 0 引言

复杂网络<sup>[1]</sup>是具有众多数量节点和复杂连接结构的高度复杂的网络,可以看作是一个具有足够复杂拓扑结构的图,衍生出来小世界网络和无标度网络等网络模型<sup>[2]</sup>。众多复杂网络中,社会网络的研究已有很长的历史,它是由一群人或团体按照某种关系连接起来而构成的一种复杂体系。

病毒传播在社会网络中广泛存在,近年来,许多学

者采用平均场<sup>[3]</sup>、有效性<sup>[4]</sup>、离散概率模型<sup>[5]</sup>等方法来描述病毒传播的演化过程,提出了包括SI、SIS和SIR在内的多种病毒传播模型<sup>[6-9]</sup>,研究了不同病毒传播模型分别在均匀网络和无标度网络中的传播临界值问题<sup>[10-12]</sup>、动态网络中病毒传播模型的稳定性<sup>[13-14]</sup>等。

病毒在社会网络中传播时,人类会做出相应的行为反应,以减少自身被感染的概率。Sahneh和Scoglio在模拟病毒传播中的人类行为时,提出了SAIS病毒

收稿日期: 2018-02-27

修回日期: 2018-06-20

网络出版时间: 2018-11-15

基金项目: 国家自然科学基金(61672298, 11601241); 国资基金孵化项目(NY217095); 江苏省自然科学基金(BK20160877); 南京邮电大学引进人才项目(NY215065)

作者简介: 张传宗(1997-),男,研究方向为复杂网络中的病毒传播行为; 鲁延玲,讲师,研究方向为复杂网络病毒传播动力学。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20181115.1047.026.html>

传播模型<sup>[15]</sup>。病毒正在传播的信息被健康节点获得后,健康节点的警觉意识就会促使它以一定的概率转化为预警节点,采取一些措施,降低自己被感染的可能性。而预警节点被感染后,经过一系列措施又恢复到健康状态,由于存在被感染的经历,所以经过一次预警行为的部分健康个体为了降低再次感染的概率,再次转化为预警节点,这就是二次预警行为,据此提出一种具有二次预警行为的 SAIS 模型。

## 1 基于二次预警行为的 SAIS 病毒传播模型

在网络拓扑结构中,个体用节点表示,个体间的连接关系用两节点间的边表示。在网络中,影响节点状态的因素不仅来自节点本身,也来自与其相邻的所有节点。在具有二次预警行为的 SAIS 病毒传播模型中,网络中的节点具有三种状态:健康状态  $S$  (易感染状态)、预警状态  $A$  (不易感染状态)、感染状态  $I$ 。假设易感染节点被感染的概率为  $\beta_0$ ,预警节点被感染的概率为  $\beta_\alpha$ 。在病毒传播过程中,由于预警节点会采取一定的措施降低被感染的概率,所以一般有:  $\beta_0 > \beta_\alpha$ 。同时,易染节点以概率  $\alpha$  转化为预警状态,感染节点以概率  $\delta_0$  恢复为易感染节点  $S$ ,以  $\delta_\alpha$  的概率转化为预警节点。将感染节点转化为预警节点的行为称为二次预警。具有二次预警行为的 SAIS 病毒传播模型的节点状态转化示意图如图 1 所示。

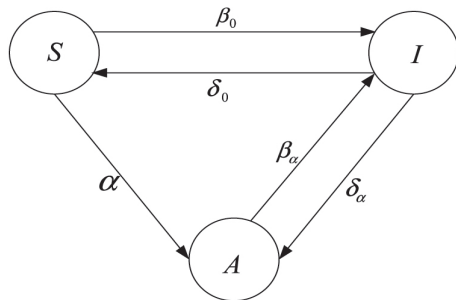


图 1 节点状态转化

设在一个节点平均度为  $\langle k \rangle$  的网络中,  $S(t)$ ,  $I(t)$ ,  $A(t)$  分别为易染状态、感染状态、预警状态在时间  $t$  时的节点密度。则其满足归一化条件:

$$A + S + I = 1 \quad (1)$$

利用平均场理论,得到具有二次预警行为 SAIS 模型的微分动力学演化方程:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta_0 \langle k \rangle SI - \alpha \langle k \rangle SI + \delta_0 I \\ \frac{dI}{dt} = \beta_0 \langle k \rangle SI + \beta_\alpha \langle k \rangle AI - \delta_\alpha I - \delta_0 I \\ \frac{dA}{dt} = \alpha \langle k \rangle SI - \beta_\alpha \langle k \rangle AI + \delta_\alpha I \end{cases} \quad (2)$$

利用归一化条件,则上述微分方程等价于:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta_0 \langle k \rangle SI - \alpha \langle k \rangle SI + \delta_0 I \\ \frac{dI}{dt} = \beta_0 \langle k \rangle SI + \beta_\alpha \langle k \rangle (1 - S - I) I - \delta_\alpha I - \delta_0 I \\ A = 1 - S - I \end{cases} \quad (3)$$

设  $D = \{(S, I) \mid 0 \leq S, I \leq 1\}$  为非负初始条件下的非负不变集。

## 2 病毒传播模型的理论分析

### 2.1 模型的求解

当病毒的传播进入稳态时,  $S$ 、 $A$ 、 $I$  三种节点密度随时间的变化率均为 0,即  $dS/dt = 0$  和  $dI/dt = 0$ 。此时,可以得到系统(3)的平衡点  $E = (S, I) \in D$ 。因此,平衡点满足:

$$\begin{cases} -\beta_0 \langle k \rangle SI - \alpha \langle k \rangle SI + \delta_0 I = 0 \\ \beta_0 \langle k \rangle SI + \beta_\alpha \langle k \rangle (1 - S - I) I - \delta_\alpha I - \delta_0 I = 0 \end{cases} \quad (4)$$

由式 4 可知,显然,无病平衡点:  $E_0 = (S_0, I_0) = (1, 0)$  是方程的一个平衡点。

当感染节点密度不为 0 时,即  $I \neq 0$ ,则系统(3)地方病平衡点:  $E^* = (S^*, I^*)$  满足方程:

$$\begin{aligned} \beta_0 \langle k \rangle SI + \beta_\alpha \langle k \rangle (1 - S - I) I - \delta_\alpha I - \delta_0 I &= 0 \\ \delta_\alpha I - \delta_0 I &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$-\beta_0 \langle k \rangle SI - \alpha \langle k \rangle SI + \delta_0 I = 0 \quad (6)$$

由式 5 得易感染节点平均密度与感染节点平均密度的关系式为:

$$S = \frac{\delta_0 + \delta_\alpha - \beta_\alpha \langle k \rangle (1 - I)}{(\beta_0 - \beta_\alpha) \langle k \rangle} \quad (7)$$

将式 7 代入式 6 得稳态时感染节点密度:

$$I = 1 - \frac{\delta_0(\beta_\alpha + \alpha)}{(\beta_0 + \alpha)\beta_\alpha \langle k \rangle} - \frac{\delta_\alpha}{\beta_\alpha \langle k \rangle} \quad (8)$$

则易感染状态节点密度为:

$$S = \frac{\beta_\alpha \delta_0}{(\alpha + \beta_0)\beta_\alpha \langle k \rangle} \quad (9)$$

即可以得到结论:系统(3)存在唯一地方病平衡点。

由以上结果易得具有二次预警行为的 SAIS 模型的病毒传播阈值为:

$$\lambda_c = \frac{\alpha + \beta_\alpha}{\beta_\alpha \langle k \rangle - \delta_\alpha} - \frac{\alpha}{\delta_0} \quad (10)$$

### 2.2 结果分析

#### 2.2.1 分析旧模型

使用同样的求解方法,对具有一次预警行为的 SAIS 模型及经典 SIS 模型进行求解,得到如下结果:

具有一次预警行为的 SAIS 模型:

稳态时感染节点密度:  $I = 1 - \frac{(\alpha + \beta_a) \delta_0}{(\alpha + \beta_0) \beta_a < k >}$

病毒的传播阈值:  $\lambda_c' = \frac{\alpha + \beta_a}{\beta_a < k >} - \frac{\alpha}{\delta_0}$

经典 SIS 模型

稳态时感染节点密度:  $I' = 1 - \frac{\delta_0}{\beta_0 < k >}$

病毒的传播阈值:  $\lambda_c'' = \frac{1}{< k >}$

### 2.2.2 感染节点密度的比较

从求解结果来看,显然有  $I < I' < A > A'$ ,即具有二次预警行为的 SAIS 模型的感染节点密度小于仅具有一次预警行为的 SAIS 模型的感染节点密度;具有二次预警行为的 SAIS 模型的预警节点密度大于仅具有一次预警行为的 SAIS 模型的预警节点密度。

(1) 比较  $I'$  与  $I$ 。

利用已求的感染节点密度分析得:

$$I' - I = \frac{\alpha(\beta_0 - \beta_a) \delta_0}{(\alpha + \beta_0) \beta_0 \beta_a < k >}$$

即当  $\beta_0 > \beta_a$  时,  $I' < I$ ; 当  $\beta_0 < \beta_a$  时,  $I' > I$ 。

(2) 比较  $I$  与  $I'$ 。

利用已求的感染节点密度分析得:

$$I' - I = \frac{\alpha(\beta_0 - \beta_a) \delta_0 + \delta_a(\alpha + \beta_0)}{(\alpha + \beta_0) \beta_0 \beta_a < k >}$$

显然,若  $\beta_0 > \beta_a$  时,  $I < I'$ 。

对于分子来说,  $\alpha\beta_0 - \beta_a\delta_0 + \delta_a(\alpha + \beta_0) < 0$ , 可以得到  $\beta_a < \beta_0 + \frac{\delta_a}{a\delta_0}(\alpha + \beta_0)$ , 此时,  $I < I'$ 。

(3) 综合上面的分析,可以得出,对于  $I, I', I'$  当  $\beta_0 >$

$\beta_a$  时,  $I < I' < I'$ ; 当  $\beta_a < \beta_0 + \frac{\delta_a}{a\delta_0}(\alpha + \beta_0)$  时,  $I < I'$ 。

得到以下结论:

定理 1:

(1) 当  $\beta_0 > \beta_a$  时,  $I < I' < I'$ , 即具有二次预警行为的 SAIS 模型的稳态感染节点密度最小, 经典 SIS 病毒传播模型的稳态感染节点密度最大。

(2) 当  $\beta_a < \beta_0 + \frac{\delta_a}{a\delta_0}(\alpha + \beta_0)$  时, 仍然有  $I < I'$ 。

注: 相比于具有一次预警行为的 SAIS 模型, 加入了二次预警的 SAIS 模型的感染节点密度小于 SIS 模型的感染节点密度时, 预警节点被感染的概率所取范围更广。

### 2.2.3 传播阈值的比较

显然, 当  $\frac{\beta_a}{\delta_0} < \frac{1}{< k >}$  时, 具有一次预警行为的

SAIS 模型的传播阈值关系为:  $\lambda_c' > \lambda_c''$ ;

通过不同模型的传播阈值的比较, 可以更好地体现模型的优越性。

$$\lambda_c - \lambda_c' = \frac{\alpha < k > (\delta_0 + \delta_a - \beta_a < k >) + \delta_0 \delta_a}{(\beta_a < k > - \delta_a) \delta_0 < k >}$$

对上式的正负性进行讨论后, 可以得出结论:

定理 2:

(1) 当  $\delta_a < \delta_0$  时, 有  $\lambda_c > \lambda_c' > \lambda_c''$ 。具有预警行为的 SAIS 模型的传播阈值大于经典 SIS 模型和不存在预警行为的 SAIS 模型的传播阈值。

(2) 当  $\delta_a > \delta_0$  时, 有  $\lambda_c > \lambda_c'' > \lambda_c'$ 。即具有二次预警行为的 SAIS 模型的传播阈值大于经典 SIS 模型的传播阈值。

注: 相比于具有一次预警行为的 SAIS 模型, 加入了二次预警的 SAIS 模型的传播阈值小于 SIS 模型的传播阈值时, 变量取值范围更广。

## 3 数值仿真

根据理论分析可以发现, 随着二次预警率的增加, 感染密度逐渐减小, 病毒传播临界值逐渐增大。

在 WS 小世界网络中进行仿真, 以验证理论结果。WS 小世界网络中的节点数为 1 000, 节点的平均度  $< k > = 6$ , 对于每次仿真, 易感染节点的预警概率不变即  $\alpha = 0.15$ 。在 Monte Carlo 仿真中, 在病毒传播的起始时刻, 随机选取一个节点作为传染源。

### 3.1 验证理论结果

在小世界网络中, 在相同的条件下模拟具有二次预警行为与具有一次预警行为的 SAIS 模型感染节点密度与时间的变化关系, 如图 2 和图 3 所示。

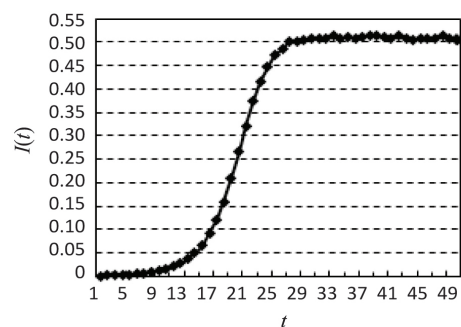


图 2 有一次预警行为的 SAIS 模型感染节点密度与时间变化曲线

由图 2 可以看出, 随着时间的推移, 病毒传播呈现先上升后趋于稳定的形态。最终感染节点密度稳定在 0.5 左右。

由图 3 可以看出, 随着时间的推移, 病毒传播呈现先上升后趋于稳定的形态。最终感染节点密度稳定在 0.35 左右。

从图 2 及图 3 的感染节点密度走向上看, 两种模型最终都会趋于一个稳定值。对比两幅图像, 显然增

加了第二次预警行为的 SAIS 模型的稳态感染节点密度要小于仅具有一次预警行为的 SAIS 模型。符合理论推导。

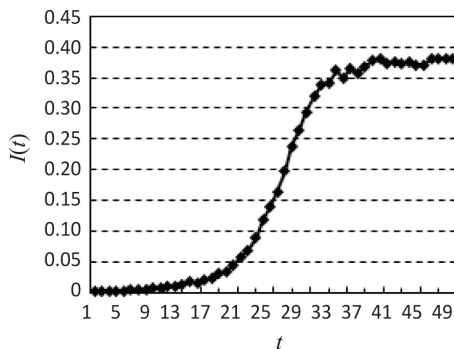


图3 具有二次预警行为的 SAIS 模型  
感染节点密度与时间变化曲线

### 3.2 研究二次预警行为模型的性质

针对不同感染率,改变二次预警率,得到不同预警率下感染节点密度随时间变化的曲线。当易染节点被感染的概率  $\beta_0 = 0.02$ ,二次预警率分别取值 0.4 0.6 0.8 时,稳态感染节点密度随时间变化的曲线如图 4 所示。

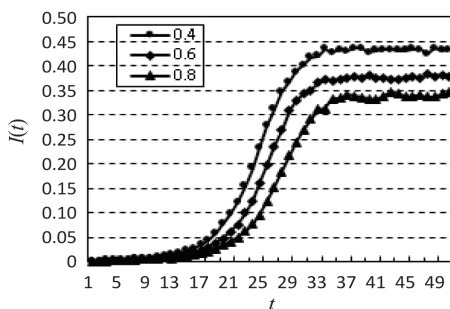


图4 不同二次预警率对  $I(t)$  的影响 ( $\beta_0 = 0.02$ )

由图 4 可以看出,随着病毒传播时间的推移,感染节点密度均会趋于一个稳定的数值,且二次预警率越高,稳态时感染节点密度越低。

当易染节点被感染的概率  $\beta_0 = 0.08$ ,二次预警率分别取值 0.4 0.6 0.8 时,稳态感染节点密度随时间变化的示意图如图 5 所示。

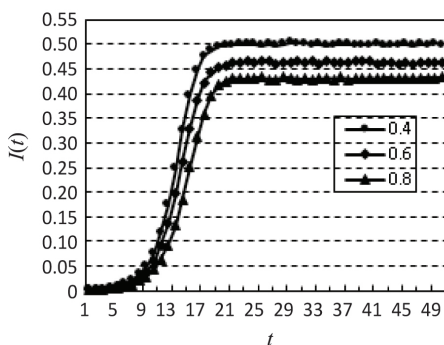


图5 不同二次预警率对  $I(t)$  的影响 ( $\beta_0 = 0.08$ )

从图 5 中可以得出与图 4 相同的结论,即二次预警率越高,稳态时感染节点密度越低,感染节点的数目

越少。

综上所述,随着二次预警率的增加,稳态时感染节点的密度不断减小。而且二次预警率越高,病毒传播进入稳态的时间越短。从而可以说明增加二次预警率可以减少病毒爆发规模,减缓病毒在网络中的爆发。

## 4 结束语

在实际社会网络中,健康个体即使采取一定措施转化为预警个体,可最后还是感染病毒转化为感染个体;随着自身康复力和外部治疗的作用,感染个体被治愈,由于之前的染病经历,该个体又重新回到预警状态。文中正是考虑人类的二次预警行为,提出了新的 SAIS 病毒传播模型。在该模型中,一方面,健康节点可以接收到感染邻居节点散布的“病毒存在”预警信息,进而以一定的预警率转化为预警节点;另一方面,感染个体被治愈后,由于种种原因对预警行为有记忆,可以直接转化为预警个体。理论分析和研究发现,随着二次预警率的增加,感染密度是逐渐变小的,病毒传播临界值是逐渐增大的,说明随着二次预警率的增加,可以减少病毒爆发规模,减缓病毒在网络中的爆发。

这意味着,预警信息的重视程度越强,二次预警行为越普遍,越可以减缓病毒在网络中的传播,进而降低病毒爆发的规模。为了更好地预防和控制病毒传播,病毒传播过程中的预警行为对病毒传播的影响,以及预警行为和病毒传播的相互关系值得继续深入研究。

### 参考文献:

- [1] 周涛,柏文洁,汪秉宏,等.复杂网络研究概述[J].物理, 2005, 34(1): 31-36.
- [2] 李涛,关治洪,吴正平.病毒在无标度网络上的传播及控制仿真研究[J].计算机应用研究, 2007, 24(12): 177-178.
- [3] 吴腾飞,周昌乐,王小华,等.基于平均场理论的微博传播网络模型[J].物理学报, 2014, 63(24): 240501.
- [4] WU Qingchu, ZHANG Fei. Threshold conditions for SIS epidemic models on edge-weighted networks [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 453: 77-83.
- [5] XING Liudong. An efficient binary-decision-diagram-based approach for network reliability and sensitivity analysis [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, 2008, 38(1): 105-115.
- [6] LIU Wenbin, ZHENG Qiben. A stochastic SIS epidemic model incorporating media coverage in a two patch setting [J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 262: 160-168.
- [7] SUN Ye, LIU Chuang, ZHANG Chuxu, et al. Epidemic spreading on weighted complex networks [J]. Physics Letters

(下转第 128 页)

从而弥补了传统安全防御模式在应用层上的不足,提高了服务器端的安全水平。该模型以样本的最大似然估计为训练目标,使用  $L_2$  范数达到最大泛化效果,避免模型出现过拟合现象。在从 Secrepo 安全数据样本库和 GitHub 代码仓库采集的数据集下进行实验,结果表明该分类模型的分类型准确率、精确率、召回率和  $F_1$  值都较高,且训练时间开销不大,可在极低的误判下有效识别出恶意请求。但是该模型基于有监督学习,面对形式新颖、变化较大的恶意请求攻击模式可能无法做到有效识别,因此还需要对机器学习算法、恶意请求形式进行更深入的研究。

#### 参考文献:

- [1] RAFIQUE S, HUMAYUN M. Systematic review of web application security vulnerabilities detection methods [J]. Journal of Computer and Communications, 2015, 3: 28-40.
- [2] SHIROSHITA T. A data processing performance model for the OSI application layer protocols [J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 1990, 20(4): 60-68.
- [3] KOŁODZIEJCZYK M, OGIELA M. Applying of security mechanisms to middle and high layers of OSI/ISO network model [J]. Theoretical and Applied Informatics, 2012, 24(1): 95-106.
- [4] MA J, SAUL L K, SAVAGE S, et al. Identifying suspicious URLs: an application of large-scale online learning [C]// Proceedings of the 26th annual international conference on machine learning. [s.l.]: [s.n.], 2009: 681-688.
- [5] 叶飞, 龚俭, 杨望. 基于支持向量机的 Webshell 黑盒检测 [J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(6): 924-930.
- [6] 马艳发. 基于 WAF 入侵检测和变异 WebShell 检测算法的 Web 安全研究 [D]. 天津: 天津理工大学, 2015.
- [7] LEE E T. A computer program for linear logistic regression analysis [J]. Computer Programs in Biomedicine, 1974, 4(2): 80-92.
- [8] SABERI H, RAHAI A, HATAMI F. A fast and efficient clustering based fuzzy time series algorithm (FEFTS) for regression and classification [J]. Applied Soft Computing, 2017, 61: 1088-1097.
- [9] KIM K I, SIMON R. Overfitting, generalization and MSE in class probability estimation with high-dimensional data [J]. Biometrical Journal, 2014, 56(2): 256-269.
- [10] 朱劲夫, 刘明哲, 赵成强, 等. 正则化在逻辑回归与神经网络中的应用研究 [J]. 信息技术, 2016, 40(7): 1-5.
- [11] XU Chen, PENG Zhiming, JING Wenfeng. Sparse kernel logistic regression based on  $L_{1/2}$  regularization [J]. Science China: Information Sciences, 2013, 56(4): 75-90.
- [12] LU Shuai, PEREVERZEV S V, SHAO Yuanyuan, et al. Discrepancy curves for multi-parameter regularization [J]. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2010, 18(6): 655-676.
- [13] DIVYA K S, SUBHA R, PALANISWAMI S. Similar words identification using naive and TF-IDF method [J]. International Journal of Information Technology and Computer Science, 2014, 6(11): 42-47.
- [14] 王小林, 杨林, 王东, 等. 改进的 TF-IDF 关键词提取方法 [J]. 计算机科学与应用, 2013, 3(1): 64-68.
- [15] 张家旺, 李燕伟. 基于 N-gram 算法的恶意程序检测系统研究与设计 [J]. 信息网络安全, 2016(8): 74-80.
- [16] 徐建平. 基于改进的 N-gram 恶意 PDF 文档静态检测技术研究 [D]. 上海: 华东理工大学, 2017.
- [17] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemics and immunization in scale-free networks [M]// Handbook of graphs and networks. [s.l.]: [s.n.], 2003.
- [18] 郭进利. 复杂网络和人类行为动力学演化模型 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [19] 巩永旺, 宋玉蓉, 蒋国平. 移动环境下网络病毒传播模型及其稳定性研究 [J]. 物理学报, 2012, 61(11): 110205.
- [20] 吕剑, 宋玉蓉, 蒋国平. 自适应网络异步元胞自动机病毒传播模型 [J]. 计算机技术与发展, 2012, 22(7): 132-135.
- [21] SAHNEH F D, SGOGLIO C. Epidemic spread in human networks [C]// Proceedings of CDC-ECC. [s.l.]: IEEE, 2011: 3008-3013.

(上接第 123 页)

A, 2014, 378(7-8): 635-640.

- [8] LI C H. Dynamics of a network-based SIS epidemic model with nonmonotone incidence rate [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 427: 234-243.
- [9] CHEN Lijuan, SUN Jitao. Global stability and optimal control of an SIRS epidemic model on heterogeneous networks [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2014, 410: 196-204.
- [10] GRAHAM M, HOUSE T. Dynamics of stochastic epidemics on heterogeneous networks [J]. Journal of Mathematical Biology, 2014, 68(7): 453-485.