第 28 卷 第 9 期
2018 年 9 月
计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT
Vol. 28 No. 9
Sep. 2018

基于小波变换与分形结合的图像压缩算法

汪玮玮,张爱华
(南京邮电大学 理学院,江苏 南京 210046)

摘　要:针对分形图像压缩过程中匹配编码效率和保证重构图像质量的冲突问题,在定义一种图像子块的新特征—相似比的基础上,提出一种基于小波变换与分形编码相结合的图像压缩算法。该算法首先利用小波变换对图像进行处理,由于经过小波变换后的原图像自相似性被破坏,在引入分形特征时,对于低频区域图像信息不再进行分形压缩,直接保存处理;在高频区域则利用提出的相似比特征,定义每个 range 块和 domain 块的相似比,建立它与匹配均方根误差间的关系不等式,可把寻找 range 块的最佳匹配 domain 块的全局搜索转化为局部搜索。仿真实验结果表明,与同类特征算法相比,该算法不仅缩短了图像编解码的时间,还提高了重构图像的质量。

关键词:分形图像编码;小波变换;相似比;子块特征
中图分类号:TP301.6　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1673-629X(2018)09-0064-04
doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2018.09.014

Image Compression Algorithm Based on Wavelet Transform and Fractal Combination

WANG Wei-wei,ZHANG Ai-hua
(School of Science,Nanjing University of Posts and Telecommunications,Nanjing 210046,China)

Abstract:Aiming at the problem of the matching coding efficiency and the reconstructed image quality in fractal image compression,on the basis of the similarity ratio,a new feature of image sub-block defined,we propose a image compression algorithm based on combination of wavelet transform and fractal coding. The algorithm first processes the image by wavelet transform. As the self-similarity of original image after wavelet transform is destroyed,when introduction of fractal features,the fractal compression is no longer carried out for the image information of the low-frequency region,and it is saved directly. In the high-frequency region,using the similarity ratio features proposed,the similarity ratio between each range block and the domain block is defined,and the relation inequality between it and the root mean square error (RMSE) is established. The global search of the best matching domain block to find the range block can be transformed into local search. Simulation shows that the proposed algorithm not only shortens the time of image coding and decoding but also improves the quality of the reconstructed image compared with other similar algorithms.

Key words:fractal image coding;wavelet transform;similarity ratio;sub block feature

0　引　言

将分形理论[1]用在图像压缩上之所以有作用,是因为根据此理论,从计算的角度很多复杂的图像信息含量很少,可以通过简单的算法迭代出来。比如自然界中的蕨类植物图像,看起来比较复杂,如果用一般图形表示法需要上万个数据,但是如果采用分形理论方法,只需要 24 个数据,建立迭代函数系统就可以在计算机上产生这类图像。因此,通过迭代函数系统,利用参数不多的算法可以将相当复杂的自然图像显示在计算机上,也就是说,通过简单的算法就可以控制复杂图像,这是分形理论在图像压缩领域应用的主要根据之一[2-7]。此外,分形意味着自然界是许多复杂形态中潜藏着有组织的结构,如果能在这些复杂的形态中提取出关键的有效信息,很容易就可以将自然界的复杂图像进行清晰的展现,这是分形理论在图像压缩领域应用的另一个重要依据[8-11]。当今,众多学者研究此类问题的关键指向了如何在保证图像质量的前提下加快分形编码的速度[12]。

小波变换理论在图像压缩处理领域的应用也非常广泛[13-16]。众所周知,一幅图像经过小波变换处理

收稿日期:2017-09-16　　**修回日期**:2018-01-10　　**网络出版时间**:2018-05-16
基金项目:国家自然科学基金面上项目(61372125,11471114)
作者简介:汪玮玮(1992-),女,硕士研究生,研究方向为分形图像压缩算法;张爱华,教授,研究方向为非线性分析与混沌动力系统。
网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20180515.1651.032.html

后,总数据量既没有增加也没有减少,由于一幅图像的低频区域包含主要信息,而一些其他的细节信息保存在高频区域。因此不难想到一种简单的图像压缩方法就是将图像高频区域部分的信息去除,而保存低频区域部分的信息。这种方法虽然简单,但是在图像压缩后没有了细节信息,影响效果。因此文中提出一种结合小波变换和分形特征的方法。由于图像经过小波变换后,其自相似性被破坏,在引入分形特征时,对于低频区域图像信息不再进行分形压缩,直接保存处理;在高频区域则利用提出的相似比特征,进行分形编码压缩。

1　算法的理论基础

1.1　小波变换的定义

令 $L^2(R)$ 表示实数轴上可测函数组成的平方可积空间,函数 $\varphi(t) \in L^2(R)$ 的傅里叶变换为 $\hat{\varphi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t)\mathrm{e}^{-i\omega t}\mathrm{d}t$,当 $\hat{\varphi}(\omega)$ 满足完全重构条件(或者恒分辨率条件) $C_{\hat{\varphi}} = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\hat{\varphi}(\omega)}{|\omega|}\mathrm{d}\omega < \infty$ 时,称函数 $\varphi(t)$ 为一个基本小波或母小波。由于 ω 在积分的分母上,因此必须有 $\hat{\varphi}(0) = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t)\mathrm{d}t = 0$。

将母小波 $\varphi(t)$ 经过伸缩和平移后得 $\varphi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\varphi(\frac{t-b}{a})$ $(a > 0, b \in R)$,称其为一个小波序列,每个 $\varphi_{a,b}(t)$ 称为一个小波基函数。其中变量 a 指明了一个特定基函数的尺度(伸缩情况),变量 b 反映了它沿 x 轴的平移位置。对于任意函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换,定义为 $W_f(a,b) = < f(t), \varphi_{a,b}(t) > = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\varphi(\frac{t-b}{a})\mathrm{d}t$,其重构公式(逆变换)为 $f(t) = \frac{1}{C_{\hat{\varphi}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a^2}W_f(a,b)\varphi_{a,b}(t)\mathrm{d}a\mathrm{d}b$ 。

1.2　小波变换压缩方法

考虑到二维尺度函数式可分离,也就是 $\varphi(x,y) = \varphi(x)\varphi(y)$,其中 $\varphi(x)$ 是一个尺度函数。二维尺度函数的伸缩和平移变换记为 $\varphi_{j,m,n}(x,y) = 2^j\varphi(x-2^jm, y-2^jn)$,其中 j,m,n 是整数。简单概括一下,小波变换压缩方法的过程是从一幅 $2^N \times 2^N$ 原始图像 $f_1(x,y)$ 开始,在每一次变换中,利用一个小波基图像与原始图像做内积运算,然后与 x 和 y 坐标上每隔两个点取出一个点抽样而生成,这样每次变换可以分解成四个 1/4 大小的、分辨率不同的子图像。

利用小波变换分解图像,分解后图像的总数据信息量没有发生变化,但是图像中的数据信息发生了转移,分解之后的一系列子图像,它们的分辨率都不相同。子图像的分辨率与频率呈正比,其中高频率的子图像上的数据信息比较少,大部分数值接近于零。所以一幅图像的低频区域包含主要信息,而一些其他的细节信息保存在高频区域,因此提出一种将小波变换和分形特征相结合的方法。

2　基于子块特征的快速分形编码方法

根据基本分形编码算法的公式知,码本池 Ω 容量的大小决定了编码过程中所耗费的时间。如果能够通过定义图像子块的特征,将全局搜索转变为该特征下的近邻搜索,这样就缩减了匹配搜索的空间,即能减少编码过程中的时间消耗。

在基本分形编码算法中,为了寻求 R 块的最佳匹配块,需要求解下面的极小化问题:

$$\| R - (s\cdot D_m + o\cdot \boldsymbol{I})\| = \min_j\{\min_{s,o\in R,\ |s|<1}\| R_i - (s\cdot D_j + o\cdot \boldsymbol{I})\|\} \tag{1}$$

其中, m 表示 R 块的最佳匹配块序号; $\boldsymbol{I} \in R^{n\times n}$ 表示所有元素均为 1 的常值块; $\boldsymbol{R} = (r_1,\cdots,r_k,\cdots,r_N)$, $\boldsymbol{D} = (d_1,\cdots,d_k,\cdots,d_N)$ 分别表示 R 块、D 块像素点灰度值按某种方式向量化后的向量。

每个待编码的 R 块通过自仿射变换 ω 在码本池 Ω 中寻找均方根误差最小的 D 块作为其最佳匹配块,即:

$$R \approx \omega(D) = s\cdot \boldsymbol{D} + o\cdot \boldsymbol{I} \tag{2}$$

用最小二乘法求得极小化问题的解为:

$$s = \frac{< \boldsymbol{R} - \bar{r}\cdot \boldsymbol{I}, \boldsymbol{D} - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I} >}{\| \boldsymbol{D} - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}\|^2}, o = \bar{r} - s\cdot \bar{d} \tag{3}$$

此时,匹配的误差就为:

$$E(R,D)^2 = \| \boldsymbol{R} - \bar{r}\cdot \boldsymbol{I}\|^2 - s^2\| \boldsymbol{D} - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}\|^2 \tag{4}$$

将式 3 中的 o 代入式 2 有:

$$\boldsymbol{R} - \bar{r}\cdot I \approx s\cdot(\boldsymbol{D} - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}) \tag{5}$$

若将与 R 块、D 块相同位置的小块 R_1 和 D_1 取出来,那它们也应该满足:

$$\boldsymbol{R}_1 - \bar{r}\cdot \boldsymbol{I} \approx s\cdot(\boldsymbol{D}_1 - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}) \tag{6}$$

将式 5、6 两边同时做比值,得到:

$$\frac{\| \boldsymbol{R}_1 - \bar{r}\cdot \boldsymbol{I}\|}{\| \boldsymbol{R} - \bar{r}\cdot \boldsymbol{I}\|} \approx \frac{\| \boldsymbol{D}_1 - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}\|}{\| \boldsymbol{D} - \bar{d}\cdot \boldsymbol{I}\|} \tag{7}$$

由此可以看出,如果 R 块和 D 块能够匹配成对,那么它们的自相似比也应当比较接近。

下面给出了图像子块的一种新特征定义,并对该特征与匹配误差之间的关系进行了说明。

首先将每一幅图像的子块 R 与 D 平均分成四个部分(见图 1),再分别求出每个部分的灰度均值。根

据它们的空间位置,令其对角线两元素之差组成叉乘向量:

$$\boldsymbol{d}=\begin{bmatrix}D_1-D_4\\D_2-D_3\end{bmatrix},\boldsymbol{r}=\begin{bmatrix}R_1-R_4\\R_2-R_3\end{bmatrix}$$

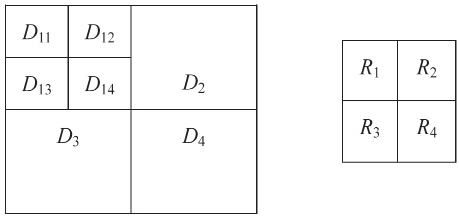

图 1　D 块(左)和 R 块(右)

定义相似比:设 $D=(d)$,记 $\varphi(D)=\dfrac{\boldsymbol{d}_1}{d}$,其中 $\boldsymbol{d}_1$ 是 D 块平均分为四个子块后左上角的子块的叉乘向量,特征 $\varphi(D)$ 是通过子块叉乘向量的相似比定义的,故称之为对应叉乘向量相似比特征。如果 D 是 R 的最佳匹配块,那么子块 R 的叉乘向量相似比特征与父块 D 是对应相等的,故这里将 $\varphi(R)$ 与 $\varphi(D)$ 统称为相似比。

下面给出相似比特征 $\varphi(D)$ 的可行性分析:

$$R\approx s\cdot D+o\cdot I$$

$$\boldsymbol{r}=\begin{bmatrix}R_1-R_4\\R_2-R_3\end{bmatrix},\boldsymbol{d}=\begin{bmatrix}D_1-D_4\\D_2-D_3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}r_1=s\cdot d_1\\r=s\cdot d\end{cases}\Rightarrow\frac{r_1}{r}=\frac{d_1}{d}$$

所以,$\varphi(R)\approx\varphi(D)$ 。

3　小波与分形相结合的图像压缩方法

为了实现图像处理的批量化,将小波变换与分形特征相结合,先利用小波变换对图像进行压缩处理,再将分形特征算法引入进来,将这两种方法叠加进行处理。

首先,将待压缩的图像处理成一幅二维数字图像,对其分别进行垂直和水平方向的小波滤波处理,从而将图像分成四个离散的子带。四个子带分别是:垂直和水平方向的低频子带 LL_1(它能够反映原图像的基本特性)、水平方向的低频和垂直方向的高频子带 LH_1、水平方向的高频和垂直方向的低频子带 HL_1 以及水平和垂直方向的高频子带 HH_1。这三个子带所反映的主要是该图像在水平方向、垂直方向与对角线方向的边缘、纹理和轮廓等特征信息。图像经过小波分解后被分成低频区域和高频区域,低频区域在很小的空间内却包含了原始图像的大部分特征信息,然而高频区域往往占用很大的空间,却只散布着原始图像的小部分特征信息。所以,正是由于图像经过小波变换,其自相似性被破坏,在引入分形特征时,对于低频区域的图像信息不再进行分形压缩,直接保存处理即可;而在高频区域则利用上述提出的相似比特征,进行分形编码压缩。

4　算法实现

4.1　算法步骤

根据以上分析,文中提出的方法实现如下:

(1)将一幅 $N\times N$ 的数字化图像进行分解,得到四个 $\dfrac{N}{2}\times\dfrac{N}{2}$ 的子分量,对其进行二层小波变换。

(2)进行小波变换分解后,每一个子分量会分成七个子带,将 LL_1 量化后直接保存,对 LH_1、HL_1、HH_1、LH_2、HL_2、HH_2 再次进行分形特征的编码处理。

①将低频图像分割成大小为 $B\times B$ 的 R 块,同时,以横纵方向步长均为 x 的像素形成大小为 $2B\times 2B$ 的 D 块池,由这些子块构成的集合称为码本 $\Omega_\eta=\{D\in\Omega\mid\sigma_D\geqslant\eta\}$ 。其中 η 为码块标准差阈值,y_1 为 R 块的标准差阈值。

②对于子块 R :如果 $\sigma_R<y_1$,那么直接用 R^- 代替 R;如果 $\sigma_R\geqslant y_1$,计算 $\varphi(R)$ 值,并使用二分法在可行码本中搜索与 $\varphi(R)$ 的值相近的一个 D 块,并将其记作为 D_m 。

③在 D_m 的 t 邻域内搜索最佳匹配块,如果 $E(R,D)<E$ 为可行码本,则取使得 $E(R,D)$ 的值最小的 D 块作为 R 的最佳匹配块;否则 $t=t+L$(t 是初始邻域半径,L 是扩域步长),重复步骤②。

④记录下最佳匹配块 D 的位置、s 、o 的值以及变换的类型。对于剩下的子块 R ,重复上述步骤。

(3)对经过分形压缩编码处理后的各子带进行解码,通过迭代操作,得到各子带解码后的图像信息。

(4)对解码完成的图像进行小波反变换,最终得到压缩后的图像信息。

4.2　实验结果及分析

用 MATLAB R2012b 对大小为 512 × 512 的 Lena 图像进行实验,将图像压缩编码的时间和峰值信噪比作为评价算法性能的指标。其中取 D 块的标准差阈值 $\eta=1\ 225$, R 块的标准差阈值 $y_1=1$。将得到的实验结果分别与基本分形算法和小波与欧氏比特征结合的算法进行比较,结果如图 2 ~ 4 以及表 1 所示。

图 2　Lena 图像

（a）1 次迭代　（b）5 次迭代　（c）10 次迭代

图 3　文中算法(t =10)

（a）1 次迭代　（b）5 次迭代　（c）10 次迭代

图 4　小波与欧氏比特征结合算法(t =10)

表 1　对比结果

迭代次数	邻域参数(t)	文中算法		基本分形算法		小波+欧氏比算法	
		PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s
1	1	45.93	3.83	23.64	342.45	45.87	15.24
	3	39.52	13.84			43.21	32.41
	5	38.92	30.52			39.63	110.13
5	1	48.29	4.13	55.87	355.07	48.76	9.89
	3	52.25	14.18			50.58	41.54
	5	52.96	33.50			52.68	90.31
10	1	48.29	4.33	56.04	365.98	48.78	12.40
	3	52.25	14.62			50.62	41.36
	5	52.95	31.02			52.73	91.12

根据以上仿真数据分析可以知道,与基本分形理论算法相比,文中提出的方法在保证一定重构图像质量的前提下,大大缩短了图像压缩编码的时间;而与文献[10]提出的算法相比,文中方法不仅提高了图像压缩编码的速度,而且在一定程度上改善了重构图像的质量。

5　结束语

基于子块特征缩短编码时间的现状,结合小波变换的特点,选用分形与小波变换相结合的图像压缩方法,以进一步减少编解码时间,同时改善重构图像的质量。仿真结果表明,与基本分形算法以及同类特征算法相比较,该算法在压缩时间上效果更优,这也为今后研究多种混合编码算法打下了铺垫。

参考文献:

[1]　法尔科内(英). 分形几何:数学基础及其应用[M]. 第 2 版. 北京:人民邮电出版社,2007.

[2]　BARNSLEY M F, HURD L P. Fractal image compression [M]//Fractal image compression. Natick, MA USA: A. K. Peters, Ltd. ,2013.

[3]　CHONG S T, MAN W. Adaptive approximate nearest neighbor search for fractal image compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2002,11(6):605-615.

[4]　DU Songlin, YAN Yaping, MA Yide. Quantum-accelerated fractal image compression: an interdisciplinary approach[J]. IEEE Signal Processing Letters,2015,22(4):499-503.

[5]　JACQUIN A E. Fractal image coding: a review[J]. Proceedings of the IEEE,1993,81(10):1451-1465.

[6]　ZHANG Lin, ZHANG Lei, MOU Xuanqin, et al. FSIM: a feature similarity index for image quality assessment[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2011,20(8):2378-2386.

[7]　李高平,刘　莉. 图像子块特征匹配的快速分形编码算法[J]. 计算机工程与应用,2017,53(1):195-200.

[8]　ZHANG Aihua, SHENG Fei, SUN Xuemin. A fast fractal encoding algorithm based on sub-block subtraction[C]//Ninth international conference on natural computation. Shenyang, China: IEEE,2013:1204-1208.

[9]　袁宗文,鲁业频,杨汉生. 半叉迹特征的快速分形图像编码[J]. 计算机工程与应用,2016,52(3):197-201.

[10]　BIS. Improved method for predicting the peak signal-to-noise ratio quality of decoded images in fractal image coding [J]. Journal of Electronic Imaging,2017,26(1):013024.

[11]　俞玉莲. 一种改进的分形图像压缩算法[J]. 信息技术,2015,39(6):55-57.

[12]　ZHU Shiping, ZONG Xianzi. Fractal lossy hyperspectral image coding algorithm based on prediction[J]. IEEE Access,2017,5:21250-21257.

[13]　吴国新,丁春艳,徐小力,等. 基于分形与小波相结合的东巴经典古籍图像压缩方法研究[J]. 北京信息科技大学学报:自然科学版,2017,32(1):9-12.

[14]　马　俐,赵红东,Hafiz Shehzad Ahmed,等. 提升小波变换与分形结合的图像压缩算法[J]. 电视技术,2017,41(2):11-15.

[15]　张爱华,何雨虹,张　璟. 基于小波与分形理论的图像压缩编码算法[J]. 计算机技术与发展,2017,27(6):46-50.

[16]　康佳星,李　尧,唐国鑫. 基于小波变换与分形理论的图像边缘检测[J]. 科技展望,2017,27(23):217.