

基于长短时记忆和动态贝叶斯网络的序列预测

司 阳,肖秦琨

(西安工业大学 电子信息工程学院,陕西 西安 710021)

摘 要:伴随着计算机视觉技术的迅猛发展,时间序列预测问题在算法优化中扮演着越来越重要的作用。由于数据不确定性的增加,多步预测遇到了巨大的挑战。针对传统预测模型中累积误差造成的预测精度低和算法复杂度等问题,提出了一种基于长短时记忆神经网络(LSTM)和动态贝叶斯网络(DBN)的时间序列预测模型,研究并证明了一种最优估计理论,并在此基础上得到了最优的预测估计。利用递归图模型,通过概率推理提高了预测性能,建立了一种由长短时记忆预测模型和动态贝叶斯网络组合成的新的图模型,称其为基于长短时记忆神经网络和动态贝叶斯网络的时间序列预测模型(LSTM-DBN),用于预测序列数据。仿真结果表明,该模型能够在提高序列预测精度和速度的同时,降低算法的复杂度。

关键词:时间序列预测;长短时记忆;贝叶斯网络;图模型

中图分类号:TP39

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2018)09-0059-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2018.09.013

Time Series Prediction Based on Long-short Time Memory and Dynamic Bayesian Network

SI Yang, XIAO Qin-kun

(School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: With the rapid development of computer vision technology, time series prediction is playing an increasingly important role in optimization of algorithms. Due to the increase in data uncertainty, the multi-step prediction has encountered great challenges. The prediction accuracy and complexity of the traditional prediction model are low, so we propose a time series prediction model based on combination of the long-short time memory neural network model and the dynamic Bayesian network (DBN). And we research and prove an optimal estimation theorem, and on the basis we can get the optimal prediction estimation. The recursion-based graph model is used to enhance prediction performance through probability inference. A new graph model called LSTM-DBN generated from a combination of LSTM prediction and DBN is developed to predict series data. The simulation shows that the model can improve the accuracy and speed of the sequence prediction and reduce the complexity of the algorithm.

Key words: time series prediction; LSTM; DBN; graph model

0 引 言

时间序列预测是模式识别和人工智能领域的热点问题,具有广泛的应用前景,受到了学者们和研究者们的关注。同时,由于计算机技术的发展和普及,序列预测也将遭遇巨大的挑战。多步预测经常用到一些基本策略^[1-3],如迭代法和直接法。在基于迭代法的策略中,首先计算一步超前预测,然后基于一歩超前预测值来预测其他数据。另一方面,在基于直接法的策略中,可以根据相同的预测模型估算一步超前或多步超前值。通常,累积误差是影响迭代法中预测精度的重要

因素,而计算成本则是直接法中需要考虑的重要因素。

除此之外还提出一些算法,例如 DirRec 策略^[4]和多输入多输出法(MIMO)^[5],以及多输入多输出(MISMO)预测模型^[6-7]等。在 MIMO 和 MISMO 算法中,主要思想是获得更高的预测精度。同时,这些方法都具有较高的计算成本。在 MISMO 算法中,初始预测任务通常被转换为子任务,进而使用最优解计算输出^[8],其中算法复杂度是一个关键问题。

为了克服传统时间序列预测方法中累积误差造成的精度低以及算法复杂度高等问题,文中提出了一种

收稿日期:2017-09-07

修回日期:2018-01-10

网络出版时间:2018-04-28

基金项目:国家自然科学基金(60972095,61271362,61671362);陕西省自然科学基金(2017JM6041)

作者简介:司 阳(1992-),女,硕士研究生,研究方向为计算机视觉、模式识别与人工智能、图像处理;肖秦琨,博士,教授,研究方向为计算机视觉、模式识别与人工智能、手势交互与图像处理。

网络出版地址:http://cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20180427.1630.036.html

新的基于图模型的多步预测方法。该方法将最优估计预测^[9-12]和递归运算结合在一起。动态贝叶斯网络 (DBN) 是广泛应用于随机信号分析建模和处理的有效工具, 基于这一思想, 文中用它来呈现所提出的模型。

首先, 最优估计预测是时间序列预测的最佳策略。这些算法已经在许多领域^[9-10]得到应用。相比传统预测方法, 最优估计预测方法是比较有效。预测时不考虑预测精度, 只考虑短时信号。因此, 在实时预测^[9]中, 只将已知数据用作输入信号, 若将所有历史数据都用于预测结果的计算, 则最终预测代价将会大大增加。

据此, 将短时预测结构与长时间序列信号模型相结合, 序列运算过程中使用所有先前的有效数据。从文献[13]得知 DBN 是处理序列数据的有效工具, 从文献[14]得知长短时记忆网络是一个有效的系统辨识模型。因此, 文中提出了一种 LSTM 神经网络和 DBN 的组合框架, 并且使用 DBN 图模型来呈现总模型, 将该模型称为基于长短时记忆和动态贝叶斯网络的时间预测模型 (LSTM-DBN)。

1 预测算法

1.1 基于 LSTM 的预测模型

长短时记忆神经网络 (LSTM) 是一种特殊的卷积神经网络 (RNN)。基于 LSTM 的时间序列预测模型如图 1 所示。在图 1(a) 中, 构建了一个多输入单输出的非线性系统模型: $f: \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$, 用于 h 步后向预测, 其模型为: $h = \hat{a}(n+h)$ 。 $x = [a(n), \dots, a(n - (D - 1)\tau)]^T$, 其中 τ 是时间延迟系数, 时间序列数据重构的前提条件是 $D \geq 2d_1 + 1$, d_1 是相关维数。LSTM-RNN 可以使用链式结构表示, 如图 1(b) 所示。

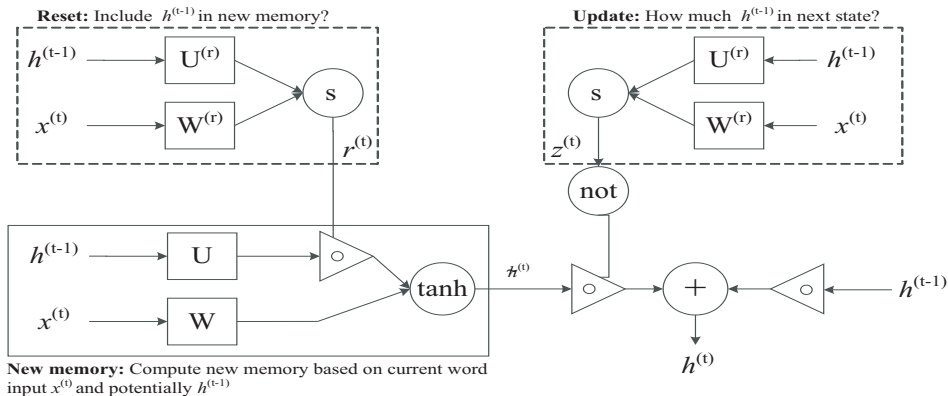


图 2 门控循环单元的图解

$$\begin{cases} z_t = \sigma(W_z \cdot [h_{t-1}, x_t]) \\ r_t = \sigma(W_r \cdot [h_{t-1}, x_t]) \\ \tilde{h}_t = \tanh(W \cdot [r_t * h_{t-1}, x_t]) \\ h_t = (1 - z_t) * h_{t-1} + z_t * \tilde{h}_t \end{cases} \quad (1)$$

其中 σ 为 Sigmoid 函数, 可以使用基于

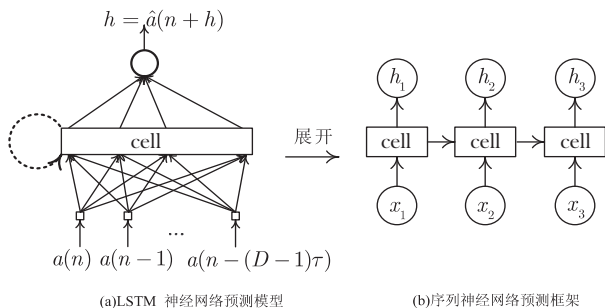


图 1 基于长短时记忆神经网络时间序列预测模型

LSTM 模型^[14]可以很好地进行序列信息处理, 广泛应用于手写识别、音乐分类等领域。LSTM 模型专门用于在识别或检索领域处理长期依赖性问题。记忆长时信息是 LSTM 的固有行为。如图 1(b) 所示, LSTM 模型是一种链式结构, 如果用 A 表示 LSTM 的单元状态, 并且 A 包含四层神经网络。在 A 中, 细胞状态是一个重要变量, C_t 表示在时间 t 上的细胞状态。当 LSTM 模型工作时, 第一步是决定需要从单元格中放弃哪些信息。在模型中使用名为“忘记门 (forget gate)”的组件完成该决定, 该组件是 S 形层。“忘记门”首先接收输入信号, 然后计算一个 0 到 1 之间的数字, 1 表示“保留所有先前的信息”, 而 0 表示“放弃所有先前的信息”。

基于传统的 LSTM 模型, 一些学者提出了许多改进模型, 如门控循环单元 (gated recurrent units, GRU)^[15]。该模型将忘记门和输入门组合在一起形成了一个新的更新门, 同时还混合了细胞状态和隐藏状态, 最终得到了一个更简单的改进型 LSTM 模式, 称之为 GRU。GRU 是 LSTM 模型的一种, 其工作原理如图 2 所示。系统方程可以写成^[15]:

图模型的序列优化方法来提高预测性能。

1.2 基于图模型的序列优化

基于图模型的序列优化图解是基于 DBN 图模型理论和相空间重构理论^[16]共同构建的, 用于时间序列优化, 它结合了 LSTM 预测和最优估计, 称为 LSTM-DBN 模型, 如图 3 所示。

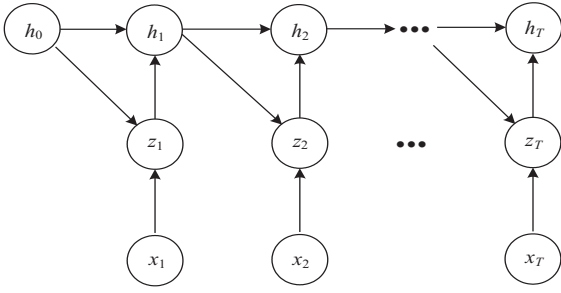


图3 LSTM-DBN 的 DBN 演示

为得到最优预测序列,定义如下:

$z_t = f(x_t, h_{t-1})$, $z_t = \varphi(x_1, \dots, x_t; h_0, \dots, h_{t-1})$ 是 GUR 系统输入, h 步后向预测为: $h_t = (h_1, h_2, \dots, h_t)$ 。

有如下定理:

定理1:对于一个长短时记忆的递归神经网络系统,若观察数据 z_t 与状态变量 h_t 之间存在概率关系,则 $g(z_t)$ 为变量 z_t 的函数,只有当:

$$\hat{h}_t = g(z_t) = E[h_t | z_t] \quad (2)$$

估计误差最小,且估计是无偏估计。

证明:所有变量的联合概率是 $p(h_t, z_t)$, $p(h_t)$ 和 $p(z_t)$ 分别为 h_t 和 z_t 的概率。联合概率 $p(h_t, z_t) = p(z_1, \dots, z_t; h_1, \dots, h_t)$, 另一方面, 概率分布 $p(z_t) = p(z_1, \dots, z_t)$, $p(h_t) = p(h_1, \dots, h_t)$ 。

根据输入 $z_t = [h_{t-1}, x_t]$ 对 h_t 估计,如果假设最优估计 $\hat{h}_t = g(z_t)$, 则 h_t 的估计误差为 $\tilde{h}_t = h_t - \hat{h}_t$, 期望估计误差的方差矩阵 $J = E[\tilde{h}_t \tilde{h}_t^T]$ 为最小,最佳估计值 $\hat{h}_t = g(z_t)$ 应计算 J 为最小值。基于贝叶斯理论有:

$$\begin{aligned} J &= E[\tilde{h}_t \tilde{h}_t^T] = \\ &= E\{[h_t - \hat{h}_t][h_t - \hat{h}_t]^T\} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - \hat{h}_t][h_t - \hat{h}_t]^T p(z_t, h_t) dh_t dz_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - \hat{h}_t][h_t - \hat{h}_t]^T p(h_t | z_t) dh_t \right\} \\ &\quad p(z_t, z_t) dz_t \end{aligned} \quad (3)$$

令 $\Omega = \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - \hat{h}_t][h_t - \hat{h}_t]^T p(h_t | z_t) dh_t$, 如果 Ω 达到最小值,则 J 也达到最小值。

假设 Ω 中有一个估计 $\hat{h}_t = g(z_t)$, 这是一个负定的对称矩阵,则:

$$\begin{aligned} \Omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - g(z_t)][h_t - g(z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t) + E(h_t | z_t) - g(z_t)] \times \\ &\quad [h_t - E(h_t | z_t) + E(h_t | z_t) - g(z_t)]^T \\ &\quad p(h_t | z_t) dh_t = \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)] \\ &\quad [h_t - E(h_t | z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[E(h_t | z_t) - g(z_t)][E(h_t | z_t) - g(z_t)]^T \\ &\int_{-\infty}^{+\infty} p(h_t | z_t) dh_t + \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)] \\ &p(h_t | z_t) dh_t \times [E(h_t | z_t) - g(z_t)]^T + \\ &[E(h_t | z_t) - g(z_t)] \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)]^T \\ &p(h_t | z_t) dh_t \end{aligned} \quad (4)$$

由于:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} p(h_t | z_t) dh_t = 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)] p(h_t | z_t) dh_t = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t = 0 \end{cases} \quad (5)$$

则有:

$$\begin{aligned} \Omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - g(z_t)][h_t - g(z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)][h_t - E(h_t | z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t + \\ &\quad [E(h_t | z_t) - g(z_t)][E(h_t | z_t) - g(z_t)]^T \geq \int_{-\infty}^{+\infty} [h_t - E(h_t | z_t)] \\ &\quad [h_t - E(h_t | z_t)]^T p(h_t | z_t) dh_t \end{aligned} \quad (6)$$

因此, $\hat{h}_t = g(z_t) = E(h_t | z_t)$, Ω 最小时, J 最小。

其次,因为:

$$\begin{aligned} E\{E[h_t | z_t]\} &= \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} E[h_t | z_t] p(z_t) dz_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{h_t p(h_t | z_t)\} p(z_t) dz_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_t \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} p(h_t | z_t) p(z_t) dz_t \right\} dh_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_t \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} p(h_t, z_t) dz_t \right\} dh_t = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_t p(h_t) dh_t = E[h_t] \end{aligned} \quad (7)$$

因此,估计是无偏估计。

证明完毕。

基于定理1,将得到 $z_t = f(x_t, h_{t-1})$, 在 LSTM-DBN 时间序列预测模型中,假设所有变量都是高斯分布,则观测概率矩阵为:

$$\begin{cases} P(h_t | h_{t-1}) = \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma_1^{-1}) h_{t-1} \\ P(z_t | h_t) = \mathcal{N}(\mu_2, \Sigma_2^{-1}) h_t \end{cases} \quad (8)$$

接下来,使用 DBN 推论进一步预测。可将推论描述为:“给定观察,估计最优状态估计^[17]”。根据滤波原理推出 DBN 滤波公式^[17]。推论如下:

根据贝叶斯规则^[17]有:

$$P(h_1) = \int_{h_0} P(h_1 | h_0) P(h_0) dh_0 \quad (9)$$

然后, $P(h_1)$ 可以通过计算 $P(h_1 | z_1)$ 更新。根据贝叶斯规则^[17], 测量更新:

$$P(h_1 | z_1) = \frac{P(z_1 | h_1)P(h_1)}{P(z_1)} = \alpha P(z_1 | h_1)P(h_1) \quad (10)$$

当 $\alpha \in [0, 1]$, 则滤波方程为:

$$P(h_{1:t} | z_{1:t}) = P(h_{1:t} | z_{1:t}, z_{1:t}) = \alpha P(z_{1:t} | h_{1:t}) \int_z P(h_{1:t} | h_t) P(h_t | z_{1:t}) dz \quad (11)$$

基于等式 11, 用 $P(h_{1:t} | z_{1:t})$ 代替 $P(h_t | z_{1:t})$, 则:

$$\max_{h_1, \dots, h_t} P(h_{1:t} | z_{1:t}) = \alpha P(z_{1:t} | h_{1:t}) \max_{h_t} P(h_{1:t} | h_t) \max_{h_1, \dots, h_{t-1}} P(h_t | z_{1:t}) \quad (12)$$

最终, 最优预测为:

$$\hat{h}_{1:t}^* = E[h_{1:t} | z_{1:t}] = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{1:t} \cdot (\max_{h_1, \dots, h_{t-1}} P(h_{1:t} | z_{1:t})) dh_t \quad (13)$$

1.3 预测算法

总的预测算法描述如下:

算法: 基于 LSTM-DBN 的时间序列预测。

输入: 训练数据 $\{a_1, a_2, \dots, a_t\}$, 测试数据 $\{a_{t+1}, a_{t+2}, \dots, a_T\}$;

输出: h 步后向最优预测序列 $\{\hat{h}_{1:t}^*\}$ 。

Step1: 输入训练数据和测试数据;

Step2: 基于 Takens 定理, 计算相空间重构参数 D, τ ;

Step3: 将训练数据重建, 进而得到重建的训练数据。即在训练数据 $\{a_1, a_2, \dots, a_t\}$ 中, 当 $x = [a(n), \dots, a(n - (D - 1)\tau)]^T$, $h = a(n + h)$, 数据重建为 $[x_i, h_i]_{i=1,t}$;

Step4: 使用训练数据 $[x_i, h_i]_{i=1,t}$ 基于梯度下降算法计算 GUR 参数 W_z, W_r, W , 假设所有变量服从高斯分布, 基于最大似然法估计概率密度 $P(z, h)$, $P(z)$ 和 $P(h)$;

Step5: 对于测试数据 $\{a_{t+1}, a_{t+2}, \dots, a_T\}$, 使用式 1 计算获取重构数据 $\{x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_T\}$;

Step6: 基于先验信息设置先验分布 $P(h_t)$;

Step7: 基于 GUR-DBN 理论, 根据式 9 计算先验分布的下一步预测值, 即为 $P(h_{t+1}) = \int_h P(h_{t+1} | h_t) P(h_t) dh$;

Step8: 基于贝叶斯规则计算测量更新, 并且估算最优预测值。具体为:

For $i = t + 1 : T$

根据式 10 估算 $P(h_i | z_i)$;

根据式 11 估算 $P(h_i | z_i)$;

根据式 12 估算计算 $\max P(h_{1:t+1} | z_{1:t+1})$;

根据式 13 估算 $\hat{h}_{1:t}^* = E[h_{1:t} | z_{1:t}]$;

End For

Step9: 输出 h 步后向最优预测值 $\{\hat{h}_{t+1:T}^*\}$ 。

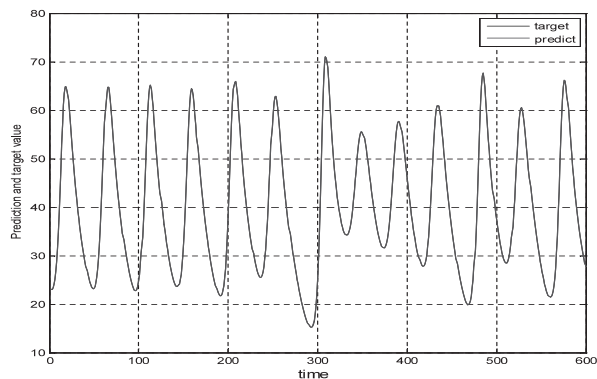
2 仿 真

下面引用一个例子来评估模型的预测性能。洛伦兹吸引子动力学方程写为^[18]:

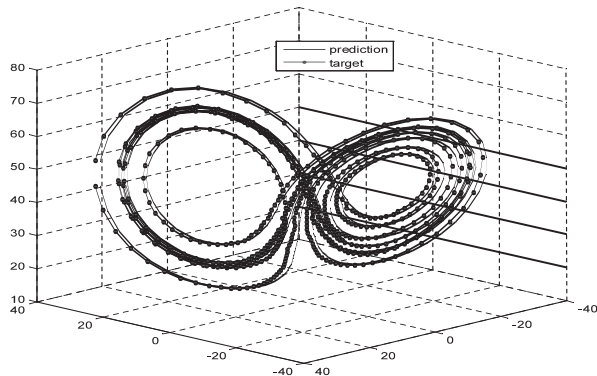
$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -\sigma x(t) + \sigma y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -x(t)z(t) + rx(t) - y(t) \\ \frac{dz(t)}{dt} = x(t)y(t) - bz(t) \end{cases} \quad (14)$$

当 $\sigma, r, b = (10, 28, 8/3)$ 时, 系统处于混沌状态。初始参数为 $x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 3$ 。使用四阶 Runge-Kutta 方法, 得到 $x(t)$ 的数值解。使用 Takens 定理^[19], 得到 $x(t)$ 嵌入维数和延迟。然后用 $x_R = [x(t-11), \dots, x(t-1), x(t)]$ 作为输入去预测 $x(t+h)$ 。提取总共 1 000 对输入输出数据, 前 200 个是训练数据, 其余为测试数据。

基于 LSTM-DBN 模型的预测结果如图 4 所示, 最终的目标和预测数据之间几乎没有差异。



(a) $z(t)$ 的预测结果



(b) 3D 空间中的预测结果

图 4 洛伦兹时间序列 6 步超前预测结果

为了使比较结果更加公平, 使用相同的环境来评估模型性能, 包括 LS-SVM^[19]、ESN^[20] 和 RBF^[21]。归

一化均方根误差(NRMSE)用于访问预测性能:

$$E_{\text{NRMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (y(j) - \hat{y}(j))^2}{\sigma^2 N}}$$

(15)

其中, σ 为数据的标准偏差(STD)。
比较结果如表1所示。

表1 洛伦兹数据的多步预测性能比较

算法	$E_{\text{NRMSE}}^{h=1}$	$E_{\text{NRMSE}}^{h=6}$	$E_{\text{NRMSE}}^{h=12}$	$E_{\text{NRMSE}}^{h=18}$
LSTM-DBN	0.058 6	0.060 1	0.062 1	0.069 2
LV-SVM ^[19]	0.061 3	0.156 0	0.173 3	0.235 5
ESN ^[20]	0.075 5	0.136 9	0.162 3	0.192 1
RBF ^[21]	0.215 5	0.163 8	0.207 3	0.250 2

LS-SVM的核函数是高斯径向基核函数,根据交叉验证留一法选择参数^[18]。激励函数为 $g(x) = \exp(-\frac{\|x - c_i\|_2^2}{\sigma_i^2})$, 其中 c_i 是第 i 个节点的中心向量, σ_i 是基层宽度。ESN的激励函数为 Sigmoid 函数: $f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ 。从表1的预测比较结果来看, LSTM-DBN 预测模型优于其他模型。

3 结束语

提出了一种新的多步时间序列预测模型,该模型采用最优估计理论和 DBN 来提高预测性能。文中的贡献如下:

- (1)提出了一种称为 LSTM-DBN 的基于图模型的时间序列预测模型,该模型将 LSTM 神经网络预测和动态贝叶斯图模形推理结合在一起,并采用最优估计原理和递归的算法,从而获得了更高的精度。
 - (2)基于概率论和贝叶斯规则提出递归运算结构,以获得更好的预测性能。仿真结果表明,该结构具有比现有模型更好的预测性能,降低了算法复杂度。
- 伴随着计算机技术的发展和普及,计算机视觉技术迅速发展。然而,时间序列技术在模式识别与人工智能领域对于算法的优化和精简起着至关重要的作用。实验结果表明,基于长短时记忆和动态贝叶斯网络的时间序列预测是有效的,同时和相关领域算法具有可拓展性和普及性。

参考文献:

[1] ATIYA F,EL-SHOURA S M,SHAHEEN S I,et al. A comparison between neural-network forecasting techniques case study: river flow forecasting[J]. IEEE Transactions on Neural Networks,1999,10(2):402-409.

[2] 杨淑莹,王丽贤,牛廷伟,等. 基于粒子滤波优化的滚动式时间序列多步预测[J]. 系统工程与电子技术,2012,34(6):1097-1101.

[3] 徐小军,王友仁,陈帅. 基于下采样分数阶小波变换的图像融合新方法[J]. 仪器仪表学报,2014,35(9):2061-2069.

[4] SORJAMAA A,LENDASSE A. Time series prediction using DirRec strategy[C]//European symposium on artificial neural networks. Bruges,Belgium:[s. n.],2006:143-148.

[5] 胡蓉. 多输出支持向量回归及其在股指预测中的应用[J]. 计算机技术与发展,2007,17(10):226-229.

[6] 庄涛. MIMO 系统中基于卡尔曼滤波的信道预测算法研究[J]. 价值工程,2011,30(29):158.

[7] 章登义,欧阳黜霏,吴文李. 针对时间序列多步预测的聚类隐马尔科夫模型[J]. 电子学报,2014,42(12):2359-2364.

[8] 李兆坤,张宪民. 多输入多输出柔顺机构几何非线性拓扑优化[J]. 机械工程学报,2009,45(1):180-188.

[9] WU Xuedong,ZHU Zhiyu,FAN Shaosheng. A novel online adaptive time series prediction model with input and output uncertainties[J]. International Journal for Light and Electron Optics,2015,126(11-12):1213-1220.

[10] 周传华,钱锋. 基于改进量子遗传算法的小波神经网络优化及其软测量应用[J]. 华东理工大学学报:自然科学版,2008,34(6):850-853.

[11] XIAO Qinkun,XING Li,SONG Gao. Time series prediction using optimal theorem and dynamic Bayesian network[J]. International Journal for Light and Electron Optics,2016,127(23):11063-11069.

[12] XIAO Qinkun,CHU Chaoqin,LI Zhao. Time series prediction using dynamic Bayesian network[J]. International Journal for Light and Electron Optics,2017,135:98-103.

[13] 谷建光,张为华,王中伟,等. 一种基于划分聚类和模糊神经网络的机器学习方法[J]. 系统仿真学报,2007,19(23):5581-5586.

[14] Alex Graves. Supervised sequence labelling with recurrent neural networks[M]. BerlinSpringer,2012.

[15] 廖大强,印鉴. 基于多分支 RNN 快速学习算法的混沌时间序列预测[J]. 计算机应用研究,2015,32(2):403-408.

[16] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence[M]//Dynamical systems and turbulence. Berlin:Springer,1981.

[17] 韦新,邓天炎,李碧荣. 图论模型及其应用[J]. 兰州文理学院学报:自然科学版,2014,28(4):38-42.

[18] KENNEL M B,BROWN R,ABARBANEL H D. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction[J]. Physical Review A, Atomic, Molecular, & Optical Physics, 1992, 45(6):3403-3411.

[19] 郭明玮,赵宇宙,项俊平,等. 基于支持向量机的目标检测算法综述[J]. 控制与决策,2014,29(2):193-200.

[20] WEN Shiping,ZENG Zhigang,HUANG Tingwen. Exponential stability analysis of memristor-based recurrent neural networks with time-varying delays[J]. Neurocomputing, 2012,97:233-240.

[21] HAYKIN S S. Neural networks and learning machines[M]. Beijing:China Machine Press,2009.