

基于系数复用和字典训练的图像超分辨率算法

史国川, 龚连友

(陆军军官学院 计算中心, 安徽 合肥 230031)

摘要:在基于学习的图像超分辨率重建过程中,字典的选择和训练是其中的关键环节,但是传统的字典训练算法存在计算量大、训练速度慢等缺点,导致整个重建过程耗费时间长,重建图像在细节上表现较差,影响了其视觉效果与使用价值。针对上述字典训练中存在的问题,提出了一种改进的基于系数复用和字典训练的图像超分辨率算法。该算法对传统的 K-SVD 算法中的字典训练阶段进行了改进,利用信号的稀疏表示原理,同时结合正交匹配追踪中的系数复用算法,较好地解决了字典训练速度慢、重建图像质量低等问题。实验结果表明,与经典的双三次插值和改进前的 K-SVD 图像重建算法相比,该图像重建算法较好地复原了图像的高频细节信息,提高了重建图像质量,同时大幅度降低了字典训练时间。

关键词:超分辨率重建;稀疏表示;奇异值分解;字典训练;正交匹配追踪

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2018)03-0114-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2018.03.024

An Image Super-resolution Reconstruction Algorithm Based on Coefficient Reuse and Dictionary Training

SHI Guo-chuan, GONG Lian-you

(Computer Center, Army Officer Academy of PLA, Hefei 230031, China)

Abstract: In the reconstruction of super-resolution image based on learning, the selection and training of the dictionary is an important step. However, traditional dictionary training algorithms have many disadvantages, such as large amount of calculation, slow training speed and so on, leading to the long time-consuming of entire reconstruction process and the poor performance of detail for reconstructed image, which affect its visual effects and practical value. Aiming at the above problem in dictionary training, we propose an improved image super-resolution algorithm based on coefficient multiplexing and dictionary training. In this paper, we improve the dictionary training stage in the traditional K-SVD algorithm, and solve the problem of the slow training speed and the poor reconstructed image by means of the sparse representation of signal with the coefficient multiplexing algorithm in orthogonal matching pursuit. Experiments show that compared to the classical bicubic interpolation and the traditional K-SVD image super-resolution algorithm, the proposed algorithm can recover the high-frequency details better, improve the quality of the reconstructed image, and substantially reduce the training time of dictionary.

Key words: super-resolution reconstruction; sparse representation; K-SVD; dictionary training; orthogonal matching pursuit

0 引言

作为数字图像处理领域的热点之一,图像的超分辨率^[1-2](super resolution, SR)重建一直是广大研究者的重点研究方向。由于目前软硬件等条件的限制,得到的图像分辨率难以满足实际应用中的要求,这就需要对低分辨率图像进行 SR 重建以此来提高图像的分辨率。Freeman 等^[3]提出的基于实例进行字典训练的重建算法是其中的经典算法。该算法通过对图像块进行约束,建立高低分辨率图像块间的对应关系,但是该过程需要训练的数据量大、耗时长,而且在重建过程中

还需要大量时间对数据库进行搜索匹配,因此该算法效率不高。Yang 等^[4]利用稀疏表示对图像进行 SR 重建。该算法首先对图像进行稀疏表示,然后选择一组特定的稀疏基,使得不同分辨率的图像块能用相同的稀疏表示对其进行描述。该算法明显降低了算法重建过程中的耗时,并且重构图像的分辨率得到了提高;但是没有对字典训练过程进行优化,因此在字典训练阶段仍需大量时间。奇异值分解^[5](K-SVD)作为图像 SR 重建领域经典的字典训练算法之一,因其较好的重建结果,自提出以来得到了广泛的应用。但是 K-SVD

收稿日期:2017-03-03

修回日期:2017-07-11

网络出版时间:2017-11-15

基金项目:安徽省自然科学基金(1608085MF140)

作者简介:史国川(1963-),男,硕士,教授,研究方向为图像信息处理;龚连友(1992-),男,硕士研究生,研究方向为图像信息处理。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20171115.1425.036.html>

算法存在字典训练耗时长,重建恢复的图像分辨率不高等缺点。Leslie 等^[6]提出一种改进的复合字典训练和系数复用算法,但并没有将其应用到图像的超分辨率重建中。

在上述研究的基础上,文中提出一种基于系数复用和稀疏表示^[7-14]的改进 K-SVD 字典训练算法,在图像的稀疏表示以及字典更新过程中对算法进行优化改进,在明显降低算法耗时的同时进一步提高了重建超分辨率图像的质量。

1 基于稀疏表示的图像超分辨率重建算法

研究表明,可以通过对一幅高分辨率(HR)图像进行下采样和模糊处理来获取其低分辨率(LR)图像。当使用狄拉克函数 δ 作为模糊核时,直接对 HR 图像进行下采样处理即可得到其低分辨率图像,而不再进行模糊处理,因此,可以将超分辨率重建问题转化为图像插值问题。作为一个典型的逆向问题,图像超分辨率重建可以用如下公式进行描述:

$$y = \mathbf{S}\mathbf{B}x + v \quad (1)$$

其中, x 表示原始 HR 图像; \mathbf{B} 表示模糊算子; \mathbf{S} 表示下采样算子; v 表示添加的噪声; y 表示已获的 LR 图像。

将 \mathbf{B} 定义为一个矩阵,同时令 $v = 0$,代入式(1)中有 $y = \mathbf{S}x$,因此可以认为 y 是通过对 x 进行下采样得到的。

通过式(1)对 x 进行重建是一个非唯一解的逆向问题,在稀疏表示过程中,假定在利用字典(\mathbf{D})约束后图像在某些域内是稀疏的,即在公式 $x \approx \mathbf{D}\alpha$ 中,矩阵 α 中的绝大多数元素都是接近于0的。因而稀疏表示的正则化矩阵^[15-16]可以表示为 $\mathbf{R}(x) = \|\alpha\|_0$ 。由于求解过程是非凸的,最优化的稀疏表示结果难以得到,可以采用凸处理对其进行近似求解,公式如下:

$$\hat{\alpha} = \underset{\alpha}{\text{Argmin}} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{D}\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \} \quad (2)$$

可以利用基于代替的迭代收缩算法对该最小化问题进行优化求解,得到近似最优的稀疏表示矩阵 $\hat{\alpha}$,这是进行图像超分辨率重建的重要参数。

由于求解 α 过程只考虑了低分辨率情况,而图像 SR 重建需要确定高低分辨率图像在高低分辨率过完备字典的相同稀疏表示,因此 DCT 就成为利用稀疏表示进行图像 SR 重建的重要内容。

2 K-SVD 字典训练算法

K-SVD 算法最先由 Aharon^[5]等提出,该算法在确保不丢失初始字典所有信息的条件下有效减少了生成的过完备字典^[15-16](DCT)中原子的数量。

字典训练算法上是对一个问题进行优化求解,可

以用公式表示如下:

$$\underset{\mathbf{B}, \mathbf{A}}{\text{Argmin}} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 \text{ s. t. } \forall 1 \leq i \leq N, \|\alpha_i\|_0 \leq t_0 \quad (3)$$

其中, \mathbf{X} 为所有训练样本的集合 $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N (N \gg K)$, K 为过完备字典 \mathbf{D} 的元素个数; \mathbf{A} 为训练样本的稀疏表示; \mathbf{D} 为训练的过完备字典; t_0 为稀疏系数。

在接收到输入信号之后,开始进行字典训练,在训练过程中,需要确定过完备字典 \mathbf{D} 与其稀疏表示 \mathbf{A} 。但是,在实际操作中对两个未知参数同时进行优化求解是非常复杂的,因此假设已经确定了字典 \mathbf{D} ,式(3)的优化问题就可以转化成求解训练样本集合 \mathbf{X} 的稀疏表示矩阵 \mathbf{A} ,然后利用 Aharon 提出的追踪算法确定稀疏表示的分解因子。

其次,根据得到的分解因子对字典矩阵 \mathbf{D} 的各列元素进行逐项更新。假设已经得到了过完备字典矩阵 \mathbf{D} 和样本的稀疏矩阵 \mathbf{A} ,如果要更新字典 \mathbf{D} 的第 j 列(用 \mathbf{d}_j 表示),稀疏矩阵 \mathbf{A} 的第 j 行用 α_j^T 表示,那么可以将式(3)变换为:

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 = \|\mathbf{X} - \sum_{i=1}^K \mathbf{d}_i \alpha_i^T\|_F^2 = \|\mathbf{X} - \sum_{i \neq j} \mathbf{d}_i \alpha_i^T - \mathbf{d}_j \alpha_j^T\|_F^2 = \|\mathbf{E}_j - \mathbf{d}_j \alpha_j^T\|_F^2 \quad (4)$$

定义 ω_j 用以记录在稀疏表示中使用了样本矩阵 $\{\mathbf{x}_i\}$ 中的原子 \mathbf{d}_j 的图像块,也就是当 $\alpha_j^T(i) \neq 0$ 时对应的索引值,即 $\omega_j = \{i | 1 \leq i \leq K, \alpha_j^T(i) \neq 0\}$ 。然后定义一个大小为 $N \times |\omega_j|$ 的矩阵 Ω_j ,令 Ω_j 中元素在 $(\omega_j(i), i)$ 处等于1,其余均赋值为0,令 $\alpha_j^R = \alpha_j^R \Omega_j$, $\mathbf{E}_j^R = \mathbf{E}_j \Omega_j$,据此对式(4)进行如下变换:

$$\|\mathbf{E}_j \Omega_j - \mathbf{d}_j \alpha_j^T \Omega_j\|_F^2 = \|\mathbf{E}_j - \mathbf{d}_j \alpha_j^R\|_F^2 \quad (5)$$

对 \mathbf{E}_j^R 进行 SVD 分解得 $\mathbf{E}_j^R = \mathbf{U}\Delta\mathbf{V}^T$,将字典矩阵 \mathbf{D} 中的第 j 列用矩阵 \mathbf{U} 的第一列替换,计算矩阵 \mathbf{V} 的第一列与 $\Delta(1,1)$ 的积,根据结果对索引值中不为0的 α_j^R 进行更新。对稀疏表示和字典更新两个步骤进行迭代计算,当计算结果满足式(3)中的收敛条件时,结束字典训练与更新,生成所需的过完备字典。

3 改进的 K-SVD 算法

3.1 对字典更新阶段的改进

传统的 K-SVD 字典训练算法中,通过每次更新字典 \mathbf{D} 中的一个原子来对 \mathbf{D} 进行更新。在对式(3) $\|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2$ 进行最小化计算之前,利用式(6)对 \mathbf{D} 进行估算。

$$\hat{\mathbf{D}} = \underset{\mathbf{D}}{\text{Argmin}} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 = \mathbf{X}\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} = \mathbf{X}\mathbf{A}^\dagger \quad (6)$$

由于矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ 规模庞大,用常规方法求解计算量大,耗时长,而利用 $\mathbf{X}\mathbf{A}^T = \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ 对其进行迭代求解,在明显减小迭代次数的同时可以得到一个理想的近似解。需要注意的是,K-SVD 算法不仅对 \mathbf{D} 中的原子进行了更新,而且将 \mathbf{A} 中所有不为 0 的系数与之相乘。因此,K-SVD 在字典更新阶段对 \mathbf{D} 和 \mathbf{A} 同时进行了更新。根据 K-SVD 算法的特点,改进算法的目的是在保证 \mathbf{A} 的完整性条件下找到同时对 \mathbf{D} 和 \mathbf{A} 进行更新的方法,根据式(7)对 \mathbf{D} 和 \mathbf{A} 进行优化。

$$\{\hat{\mathbf{D}}, \hat{\mathbf{A}}\} = \underset{\mathbf{D}, \mathbf{A}}{\operatorname{Argmin}} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F^2 \text{ s. t. } \mathbf{A} \otimes \mathbf{M} = \mathbf{0} \quad (7)$$

在满足条件 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{M} = \mathbf{0}$ 的同时还要保证 \mathbf{A} 中所有 0 系数的完整性,其中 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{M}$ 表示两个相同大小矩阵之间的乘法, \mathbf{M} 表示只含 0、1 元素的掩码矩阵, $\mathbf{M} = \{|\mathbf{A}| = 0\}$, 其值由式(8)确定。

$$\begin{cases} \mathbf{M}(i, j) = 1 & \mathbf{A}(i, j) = 0 \\ \mathbf{M}(i, j) = 0 & \mathbf{A}(i, j) \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

求解过完备字典是一个非凸问题,直接计算难度较大。首先,将 $\mathbf{D}\mathbf{A}$ 分解成秩为 1 的矩阵之和,然后代入式(7)中得到:

$$\{\hat{\mathbf{D}}, \hat{\mathbf{A}}\} = \underset{\mathbf{D}, \mathbf{A}}{\operatorname{Argmin}} \|\mathbf{X} - \sum_{j=1}^n \mathbf{d}_j \alpha_j^T\|_F^2 \text{ s. t. } \forall 1 \leq j \leq n, \mathbf{m}_j \otimes \alpha_j = \mathbf{0} \quad (9)$$

其中, \mathbf{d}_j 表示字典 \mathbf{D} 中的第 j 列元素; α_j^T 表示稀疏表示 \mathbf{A} 中的第 j 行; \mathbf{m}_j^T 表示 \mathbf{M} 中的第 j 行。

基于式(10)中的 SVD 矩阵,采用块坐标下降法对 (\mathbf{d}_j, α_j) , $j = 1, 2, \dots, n$ 进行逐项优化。

$$\mathbf{E}_j = (\mathbf{X} - \sum_{i \neq j} \mathbf{d}_i \alpha_i^T) \otimes (\mathbf{1}_d \cdot \mathbf{m}_j^T) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{1}_d \cdot \mathbf{m}_j^T$ 表示对矩阵 \mathbf{M} 中第 j 行迭代 d 次、大小为 $d \times N$ 且秩为 1 的矩阵,它可以有效剔除样本中与 $\mathbf{X} - \sum_{i \neq j} \mathbf{d}_i \alpha_i^T$ 所有列对应的无用的第 j 列原子。

传统 K-SVD 字典训练算法通常只进行一次 ($j = 1, 2, \dots, n$) 字典更新计算,而改进算法为了获得更接近式(7)所描述的整体解决方案,会进行多次 ($j = 1, 2, \dots, n$) 更新计算。

尽管改进算法在某种程度上增加了计算复杂度,但是这种新增的复杂度在整个字典更新过程中几乎可以忽略不计,这是因为在绝大多数情况下,字典训练的计算量集中于稀疏编码阶段,即表明所增加的额外计算量在整体运行时几乎保持不变,因此改进前后的 K-SVD 算法在计算复杂度方面基本相等。

3.2 正交匹配追踪中的系数复用

假设给定一个已经更新的字典,K-SVD 算法能够对其进行搜索,然后根据得到的稀疏表示结果对数据

进行训练。如果选择先前计算的表示,使目标函数保持在相同的高度。这表明,可以使用给定的表示,作为追踪阶段的良好开始,然而,这并不意味着能够改进结果。

利用该方法对追踪算法中的系数进行初始化时,可能会陷入各种松弛或贪心的稀疏编码^[17-18]方法中。文中专注于贪心追踪算法中一个特定的变量,它建立在 CoSaMP^[10]和 Subspace Pursuit^[11]的追踪算法之上,与这些方法不同的是,改进算法中有 $k/3$ 个最大系数的初始值来自于前期的追踪阶段,然后像 CoSaMP 和 SP 算法一样进行一个系数增大和修剪的过程,这就是正交匹配追踪中的系数复用算法 (CoefROMP)。

CoefROMP 算法流程如下:

输入: $\mathbf{D}, \mathbf{x}, \alpha_0$ (初始值) 和 k (目标基数)。

初始化 ($n = 0$): 从 α_0 中取最大的 $k/3$ 个元素, $T_0 = (|\alpha_0|, k/3); \mathbf{r}_0 = \mathbf{x} - \mathbf{D}_{T_0} \alpha_{T_0}; \varepsilon_0 = \|\mathbf{r}_0\|^2$ 。

从 $n = 1$ 开始进行如下迭代计算,直到达到最大迭代次数结束循环:

(1) 从预计剩余中取值最大的 $k/3$ 个元素, $S_n = (|\mathbf{D}^T \mathbf{r}_{n-1}|, k/3)$;

(2) 对 T_n 进行估算: $\hat{T}_n = (T_{n-1}, S_n)$;

(3) 计算稀疏表示: $\hat{\alpha}_n = (\mathbf{D}_{\hat{T}_n})^+ \mathbf{r}_n$;

(4) 从 $\hat{\alpha}_n$ 中选取值最大的 k 个元素: $T_n = (|\hat{\alpha}_n|, k)$;

(5) 更新稀疏表示: $\alpha_n = (\mathbf{D}_{T_n})^+ \mathbf{x}$;

(6) 更新剩余值: $\mathbf{r}_n = \mathbf{x} - \mathbf{D}_{T_n} \alpha_n, \varepsilon_n = \|\mathbf{r}_n\|^2$;

(7) 当满足条件 $\varepsilon_n > \varepsilon_{n-1}$ 时,退出循环。

输出: 更新后的稀疏表示 α 。

4 实验结果与分析

4.1 字典更新阶段

实验中选择了一组被广泛用于字典训练的图片集合作为标准图像库,从这些图片中提取 50 000 个图像块用于训练更新。减去所有图像块的平均值,用以消除需要使用的数据矢量的常数偏移系数,稀疏表示的质量高低取决于字典中原子的数目 n 和其中的非 0 系数数量 k 。假设信号的维度为 d , 那么有 $n = 3d$, $k = \text{round}(d/10)$, 同时,利用训练样本得到的数据对字典进行初始化。

实验在 Matlab R2014a, CUP 为双核 2.3 GHz, 内存为 4 GB, 操作系统为 Windows7 的手提计算机上进行。将传统的 K-SVD 作为基准算法,采用 8×8 的图像块 ($d = 64$) 和 64×192 大小的字典,因此,稀疏表示基数 $k = 6$ 。通过图 1 可知,训练数据可以从几次更新周期中获益,并且每一个更新周期计算成本小;另外,

大部分的增益发生在前几次迭代过程中。

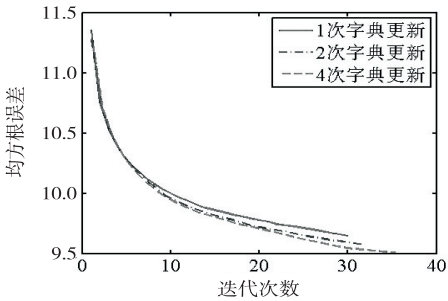


图1 不同次数字典更新对比

4.2 系数复用阶段

将传统正交匹配追踪算法与改进后的正交匹配追踪算法进行比较。实验中,仍然选择 50 000 个图像块用于字典训练,利用 15×15 大小的图像块进行实验,因此与之对应的向量长度为 225,被训练的字典大小为 225×675,稀疏表示基数 $k = 23$ 。实验结果如图 2 所示。分析图 2 可知,与传统的 OMP^[12] 算法相比,Coe-fROMP 算法在降低均方根误差和计算耗时方面有明显的提高。

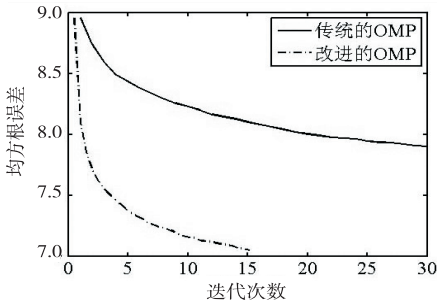


图2 两种正交匹配追踪对比

4.3 重建结果比较

实验以双三次插值算法为基准,对改进后的 K-SVD 算法与传统 K-SVD 的实验结果进行比较,判断三种重建算法的优劣。在三种重建算法的基本参数与字典训练过程均相同的情况下,其中图像块数量为 50 000 个,字典大小为 64 × 192,分别使用标准图像中 Raccoon (109×100)、Girl (85×86) 和 Flower (110×57) 图像进行重建实验,结果如图 3~5 所示。



图3 三种算法的重建结果比较(Raccoon)

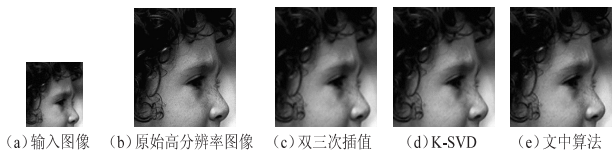


图4 三种算法的重建结果比较(Girl)

始高分辨率图像对比可知,在三种重建算法中,文中算法在 Raccoon 的毛皮、Girl 鼻翼的雀斑以及 Flower 的叶茎等细节上具有更好的表现,重建获得的图像质量最高,与原高分辨率图像最为接近,说明改进后的 K-SVD 算法是最优的。

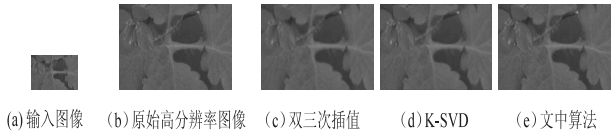


图5 三种算法的重建结果比较(Flower)

5 结束语

通过对基于稀疏表示的经典 K-SVD 字典训练算法中字典更新阶段的改进,结合正交匹配追踪中的系数复用算法,设计了一种新的超分辨率重建算法。该算法极大地降低了重建过程中字典训练所消耗的时间,只需几分钟对原有的字典进行更新即可。将新算法得到的字典采用稀疏表示对不同图像进行超分辨率重建,提高了重建图像的质量。

参考文献:

[1] 苏衡,周杰,张志浩.超分辨率图像重建方法综述[J].自动化学报,2013,39(8):1202-1213.

[2] YANG J, LIN Z, COHEN S. Fast image super-resolution based on in-place example regression[C]//Computer vision and pattern recognition. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2013:1059-1066.

[3] FREEMAN W T, PASZTOR E C, CARMICHAEL O T. Example-based super resolution[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002, 22(2):56-65.

[4] YANG J, WRIGHT J, HUANG T, et al. Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(11):2861-2873.

[5] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: an algorithm for designing of complete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11):4311-4322.

[6] LESLIE N S, ELAD M. Improving dictionary learning: multiple dictionary updates and coefficient reuse[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(1):79-82.

[7] 张瑞,冯象初,王斯琪,等.基于稀疏梯度场的非局部图像去噪算法[J].自动化学报,2015,41(9):1542-1552.

[8] 徐国明,薛模根,崔怀超.基于过完备字典的鲁棒性单幅图像超分辨率重建模型及算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2012,24(12):1599-1605.

[9] 徐国明,薛模根,袁广林.基于混合高斯稀疏编码的图像超分辨率重建方法[J].光电工程,2013,40(3):94-101.

[10] NEEDLELL D, TROPP J A. CoSAMP: iterative signal recovery

且尽可能多地保留边缘和部分细节信息,提高了图像的质量。

表1 各模型的均方差和峰值信噪比

		Hajiaboli+ c_1 模型	Hajiaboli+ c_2 模型	Hajiaboli+ c_3 模型	文中模型
Lena	MSE	84.429 4	82.446 8	80.802 7	72.106 0
	PSNR	28.865 9	28.969 1	29.056 5	29.221 1
eight	MSE	100.965 5	109.269 6	100.779 6	64.606 5
	PSNR	28.089 1	28.038 3	28.306 0	29.028 0

5 结束语

针对已有的偏微分方程模型的不足,提出了一种基于自适应的四阶偏微分方程算法。从实验结果可以看出,该算法在去除噪声的同时,能保留边缘和细节,并能有效克服阶梯效应和斑点的产生,提高了图像的质量。

参考文献:

[1] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.

[2] CATTE F, LIONS P L, MOREL J M, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SI-AM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182-193.

[3] WEICKERT J. Anisotropic diffusion in image processing[D]. Germany: University of Kaiserslautern, 1996.

[4] 汪继文, 林胜华, 沈玉峰, 等. 一种基于各向异性扩散的图像处理办法[J]. 计算机技术与开展, 2008, 18(8): 98-100.

[5] YOU Y L, KAVEN M. Fourth-order partial differential e-quations for noise removal[J]. IEEE Transactions on Image Proccessing, 2000, 9(10): 1723-1730.

[6] LIU Tianhua, XIANG Zhaoyin. Image restoration combining the second-order and fourth-order PDEs[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 2013: 743891.

[7] 王 璐. 基于四阶微分全变差的图像去噪模型[J]. 计算机技术与开展, 2016, 26(3): 85-88.

[8] BAI Yunjiao, ZHANG Quan, HONG Shangguan, et al. Patch similarity modulus and difference curvature based fourth-order partial differential equation for image denoising [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 636295.

[9] 郭永彩, 彭兰辉, 高 潮. 基于局部坐标二次微分的自适应全变分去噪复原[J]. 光电工程, 2012, 39(8): 10-17.

[10] HAJIABOLI M R. An anisotropic fourth-order diffusion filter for image noise removal [J]. International Journal of Computer Vision, 2011, 92(2): 177-191.

[11] 白云蛟, 张 权, 刘 伟, 等. 基于自适应四阶偏微分方程的图像去噪算法[J]. 计算机工程与设计, 2017, 38(2): 437-441.

[12] 翟东海, 段维夏, 鱼 江. 基于双十字 TV 模型的图像修复算法[J]. 电子科技大学学报, 2014, 43(3): 432-436.

[13] CHEN Q, MONTESIONS P, SUN Q S, et al. Adaptive total variation denoising based on difference curvature[J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(3): 298-306.

[14] LIU A M, LIN W S, NARWARIA M. Image quality assessment based on gradient similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(4): 1500-1512.

[15] 佟雨兵, 张其善, 祁云平. 基于 PSNR 与 SSIM 联合的图像质量评价模型[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(12): 1758-1763.

[16] 郭 龙, 郑 剑. 基于梯度方向信息的医学图像质量评价方法研究[J]. 计算机科学, 2012, 39(12): 278-280.

(上接第 117 页)

ery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 26: 301-321.

[11] DAI D, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.

[12] 李少东, 裴文炯, 杨 军, 等. 贝叶斯模型下的 OMP 重构算法及应用[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(2): 246-252.

[13] LIU D, WANG Z, WEN B, et al. Robust single image super-resolution via deep networks with sparse prior[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(7): 3194-3207.

[14] TIMOFTE R, DE V, GOOL L V. Anchored neighborhood regression for example-based super-resolution[C]//IEEE

international conference on computer vision. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2013: 1920-1927.

[15] 李 娟, 吴 谨, 陈振学, 等. 基于自学习的稀疏正则化图像超分辨率方法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(1): 194-200.

[16] 孙玉宝, 费 选, 韦志辉, 等. 基于前向后向算子分裂的稀疏性正则化图像超分辨率算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(9): 1232-1238.

[17] 沈 辉, 袁晓彤, 刘青山. 基于预测稀疏编码的快速单幅图像超分辨率重建[J]. 计算机应用, 2015, 35(6): 1749-1752.

[18] 潘宗序, 禹 晶, 肖创柏, 等. 基于自适应多字典学习的单幅图像超分辨率算法[J]. 电子学报, 2015, 43(2): 209-216.