

一类三次均匀 B 样条曲线曲面

姚 兴 杭后俊 李晴晴 尹天乐

(安徽师范大学 数学计算机科学学院 安徽 芜湖 241000)

摘 要: B 样条方法由于其自身的优良性质及强有力的配套技术,已经成为几何造型系统中描述自由曲线曲面的主流方法。但 B 样条方法也存在自身的缺陷,如只能通过控制点修改曲线曲面形状,调节手段过于单一等。对此,文中深入讨论了均匀 B 样条曲线曲面的扩展,寻求在保持控制点位置不变的情况下新的调节方法。首先引入带形状参数的均匀 B 样条基函数,剖析形状参数的几何意义;其次定义带形状参数的三次均匀 B 样条曲线,分析曲线的基本性质,并阐述形状参数对曲线的调节功能;最后将形状参数引入到均匀 B 样条曲面的表示中,重点讨论 B 样条曲面的基本性质以及形状参数对曲面形状的影响,并给出了具体的实例。结果表明,该方法简单易行。

关键词: B 样条基函数; B 样条曲线; B 样条曲面; 形状参数

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2018)02-0069-05

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2018.02.016

A Cubic Uniform B-spline Curve and Surface

YAO Xing ,HANG Hou-jun ,LI Qing-qing ,YIN Tian-le

(School of Mathematics and Computer Science ,Anhui Normal University ,Wuhu 241000 ,China)

Abstract: B-splines has been the main method of describing free curves and surfaces in modeling system because of its excellent properties and strong supporting technology. But it also has defects. For example, the method modifies the shape of curves and surfaces only by moving control points and its regulation is simple. For this, we discuss deeply the extension of B-splines and find the new methods without moving the control points. Firstly, the quadratic uniform B-spline basis functions with a shape parameter is introduced and the geometric meaning of the shape parameter is analyzed. Secondly, a cubic uniform B-spline curve with a shape parameter is defined and its basic property is analyzed, and the adjustment functions of the shape parameter to curve are discussed. Finally, we focus on the basic property of B-spline surface and the influence of a shape parameter to surface shape by introduction of shape parameters into the presentation of uniform B-spline surface. The instance shows that the method is simple and feasible.

Key words: B-spline basis function; B-spline curve; B-spline surface; shape parameter

0 引 言

B 样条方法不仅保留了 Bezier 方法的优良性质,而且克服了 Bezier 方法在形状调节时不具有局部性的缺陷,在参数连续性的基础上完美解决了在描述复杂形状时遇到的连接问题,并将 Bezier 方法作为其一个特例。此外, B 样条方法还提供了一系列配套技术,展示了其在表示和设计自由曲线曲面时的强大能力^[1-4]。虽然 NURBS 方法提供了用权因子来调节曲线曲面的形状^[5-6],但权因子难以驾驭的特点使得一般用户望而兴叹。而实际上, (非有理) B 样条方法对于自由曲线曲面形状的表示、设计已经足够,只有在遇

到二次圆锥曲线曲面等特殊情况下才考虑使用 NURBS 方法^[7]。但同时也看到, B 样条方法也存在自身的缺陷,如只能通过移动控制点来调节曲线曲面形状^[8-9],调节手段过于单一,等等。而由于形状参数的调整更为直观和灵活,因而成为工程应用中用来调节曲线曲面形状的实用方法。因此,国内外学者普遍采用在 B 样条基函数中引入形状参数的方法^[10-15],但扩展对象主要针对 B 样条曲线,对将形状参数引入 B 样条曲面的表示以及对 B 样条曲面的调节作用讨论较少。

文中首先引入带形状参数的类三次均匀 B 样条

收稿日期: 2017-02-22

修回日期: 2017-06-27

网络出版时间: 2017-11-15

基金项目: 安徽省高等学校自然科学研究重点项目 (KJ2017A326)

作者简介: 姚 兴 (1992-) 男, 硕士研究生, 研究方向为计算机图形学、计算机辅助几何设计; 杭后俊, 副教授, 硕导, 研究方向为计算机图形学、计算机辅助几何设计、虚拟现实等。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20171115.1128.008.html>

基函数,分析了其基本性质以及形状参数的几何意义;其次基于该组基函数定义了带形状参数的均匀 B 样条曲线,阐述了形状参数对均匀 B 样条曲线的调节功能;最后将形状参数引入到均匀 B 样条曲面中,详细讨论了带形状参数的均匀 B 样条曲面的基本性质以及形状参数对曲面的影响,并给出了具体实例。

1 带形状参数的三次均匀 B 样条

称下列分段三次函数为类三次均匀 B 样条基函数:

$$N_{i,2}(u, \alpha) = \begin{cases} \frac{1}{4}(\alpha u + 2 - \alpha(i+2))(u-i)^2, & i \leq u \leq i+1 \\ \frac{1}{4}(\alpha u + 2 - \alpha(i+1))(i+3-u)(u-i-1) + \frac{1}{4}(\alpha u + 2 - \alpha(i+2))(u-i)(i+2-u), & i+1 \leq u \leq i+2 \\ \frac{1}{4}(\alpha u + 2 - \alpha(i+1))(i+3-u)^2, & i+2 \leq u \leq i+3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中 α ($-1 \leq \alpha \leq 1$) 为形状参数; n ($i=0, 1, \dots, n$) 为控制顶点下标上限。

不难看出,类二次均匀 B 样条基函数具有如下基本性质:

- (1) 规范性: 对 $\forall u \in [u_i, u_{i+1}] = [i, i+1]$, $\sum_{j=0}^n N_{j,2}(u, \alpha) = 1$ 。
- (2) 局部支撑性: 当 $-1 \leq \alpha \leq 1$, $i \leq u \leq i+3$ 时, $N_{i,2}(u, \alpha) \geq 0$ 。
- (3) $N_{i,2}(u, \alpha) = N_{i-j,2}(u-j, \alpha)$, $j=0, 1, \dots, i$ 。即类三次均匀 B 样条在定义域内的各个节点区间上都具有相同的形状,且任一节点区间上的类三次均匀 B 样条都可以由另一节点区间上的类二次均匀 B 样条经过平移得到,如图 1 所示。其中 α 取 0.25 和 -0.25

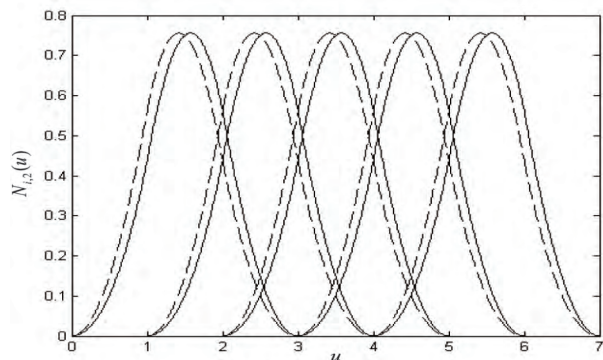


图 1 类三次均匀 B 样条的平移特性

分别对应实线和虚线。

(4) 当 $\alpha = 0$ 时,即退化为二次均匀 B 样条。

$$N_{i,2}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-i)^2, & i \leq u \leq i+1 \\ \frac{1}{2}(i+3-u)(u-i-1) + \frac{1}{2}(u-i)(i+2-u), & i+1 \leq u \leq i+2 \\ \frac{1}{2}(i+3-u)^2, & i+2 \leq u \leq i+3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

形状参数 α 对样条形状的影响如图 2 所示。其中 α 取 0、0.5 和 -0.5 分别对应实曲线、长虚线和点画线。可以看到,当 α 越小,样条形状越向左偏,当 α 越大,样条形状越向右偏。

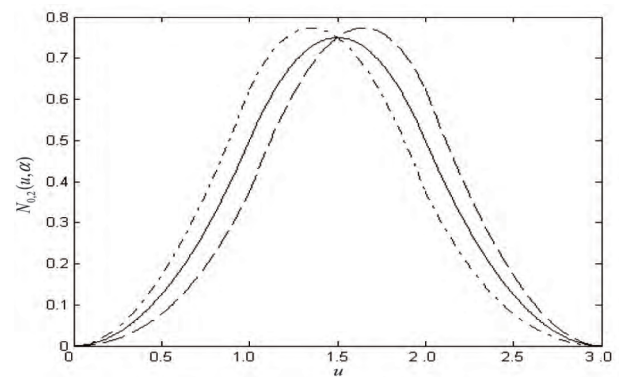


图 2 α 对样条形状的影响

2 类三次均匀 B 样条曲线

称曲线 $C_i(u, \alpha)$ 为类三次均匀 B 样条曲线。

$$C_i(u, \alpha) = \sum_{j=i-2}^i d_j N_{j,2}(u, \alpha), \quad u \in [i, i+1]; i=2, 3, \dots, n \quad (3)$$

其中, d_i ($i=0, 1, \dots, n$) 为控制点; $-1 \leq \alpha \leq 1$ 为形状参数。

而实际上,只需作参数变换 $t = u - i$, $N_{i-2,2}(u, \alpha)$, $N_{i-1,2}(u, \alpha)$, $N_{i,2}(u, \alpha)$ 就可以改写成如下用局部参数的表示形式:

$$\begin{cases} B_{0,2}(t, \alpha) = \frac{1}{4}(\alpha t + 2 + \alpha)(1-t)^2 \\ B_{1,2}(t, \alpha) = \frac{1}{4}(2 + \alpha t)(2-t)t + \frac{1}{4}(\alpha t + 2 - \alpha)(1-t^2), & t \in [0, 1] \\ B_{2,2}(t, \alpha) = \frac{1}{4}(\alpha t + 2 - 2\alpha)t^2 \end{cases} \quad (4)$$

上述 B 样条曲线的方程可以表示成如下形式:

$$C_i(t, \alpha) = d_{i-2}B_{0,2}(t, \alpha) + d_{i-1}B_{1,2}(t, \alpha) +$$

$$d_i B_{2,2}(t, \alpha) = \sum_{j=i-2}^i d_j B_{j-i+2,2}(t, \alpha), \quad t \in [0, 1]; i = 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

类三次均匀 B 样条曲线具有如下性质:

$$(1) C_i(0, \alpha) = \frac{1}{4}(2 + \alpha) d_{i-2} + \frac{1}{4}(2 - \alpha) d_{i-1},$$

$C_i(1, \alpha) = \frac{1}{4}(2 + \alpha) d_{i-1} + \frac{1}{4}(2 - \alpha) d_i$, 所以 $C_{i+1}(0, \alpha) = C_i(1, \alpha)$ 。说明样条曲线在内节点处是位置连续的, 即 C^0 的。曲线段的始点 $C_i(0, \alpha)$ 位于控制多边形 $d_{i-2} d_{i-1}$ 边上, 终点 $C_i(1, \alpha)$ 位于控制多边形 $d_{i-1} d_i$ 边上。当 $\alpha \in [-1, 1]$ 越大时, $C_i(0, \alpha)$ 越靠近 d_{i-2} , $C_i(1, \alpha)$ 越靠近 d_{i-1} ; 当 $\alpha \in [-1, 1]$ 越小时, $C_i(0, \alpha)$ 越靠近 d_{i-1} , $C_i(1, \alpha)$ 越靠近 d_i 。

(2) $C'_i(0, \alpha) = \frac{1}{4}(4 + \alpha)(d_{i-1} - d_{i-2})$, $C'_i(1, \alpha) = \frac{1}{4}(4 - \alpha)(d_i - d_{i-1})$, 所以 $C'_{i+1}(0, \alpha) = k C'_i(1, \alpha)$ 。其中 $k = \frac{4 + \alpha}{4 - \alpha}$ 。说明类三次均匀 B 样条曲线在内节点处是 G^1 的。特别地, 当 $\alpha = 0$ 时是 C^1 的。

可以看出, 当 $\alpha \in [-1, 1]$ 越大时, $C'_i(0, \alpha) = \frac{1}{4}(4 + \alpha)(d_{i-1} - d_{i-2})$ 模长越大, 此时曲线被拉向 d_{i-2} 边, $C'_i(1, \alpha) = \frac{1}{4}(4 - \alpha)(d_i - d_{i-1})$ 模长相应减小, 此时曲线被推离 $d_{i-1} d_i$ 边; 当 $\alpha \in [-1, 1]$ 越小, $C'_i(0, \alpha) = \frac{1}{4}(4 + \alpha)(d_{i-1} - d_{i-2})$ 模长越小, 此时曲线被推离 $d_{i-2} d_{i-1}$ 边, $C'_i(1, \alpha) = \frac{1}{4}(4 - \alpha)(d_i - d_{i-1})$ 模长越大, 此时曲线被拉向 $d_{i-1} d_i$ 边。

图 3 表示参数 α 对曲线 $C_i(u, \alpha)$ 的影响。

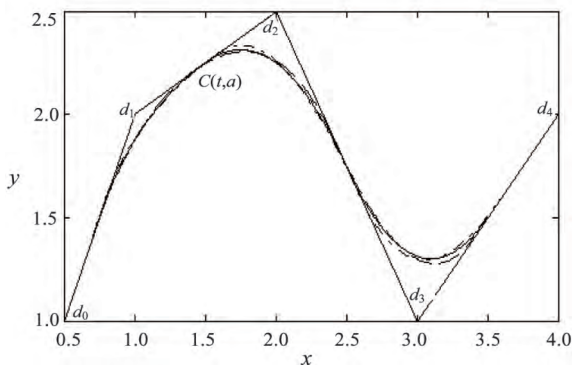


图 3 参数 α 对曲线形状的影响

$$C_i(u, \alpha) = \sum_{j=i-2}^i d_j N_{j,2}(u, \alpha), \quad u \in [i, i+1]; \quad i = 2, 3, 4 \quad (6)$$

其中, α 取 0, 0.35 和 -0.35 分别对应实线、长虚线和短虚线。

不难发现, 在每一节点区间上, 当 α 越小, 曲线越被拉向控制二边形的第一条边; 当 α 越大, 曲线越被拉向控制二边形的最后一条边。

图 4 为用形状参数表示的均匀 B 样条曲线形成的一组封闭图形。

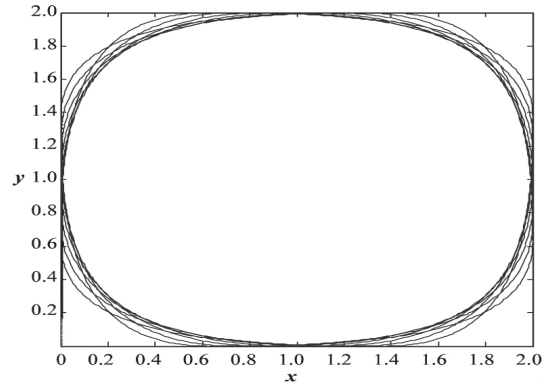


图 4 类二次均匀 B 样条曲线形成的封闭图形

3 类 3×3 次均匀 B 样条曲面

称如下分片表示的曲面为类 3×3 次均匀 B 样条曲面。

$$C_{kl}(u, v, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} N_{i,2}(u, \alpha) N_{j,2}(v, \beta), \quad u \in [k, k+1], k = 2, 3, \dots, m, \quad v \in [l, l+1], l = 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

其中, $d_{ij} (i = 0, 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n)$ 为控制点; $-1 \leq \alpha, \beta \leq 1$ 为形状参数。

同样, 采用局部参数 t, s 可以表示为如下形式:

$$C_{kl}(t, s, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2,2}^1(t, \alpha) B_{j-l+2,2}^2(s, \beta), \quad t, s \in [0, 1], k = 2, 3, \dots, m, \quad l = 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} B_{0,2}^1(t, \alpha) = \frac{1}{4}(\alpha t + 2 + \alpha)(1 - t)^2 \\ B_{1,2}^1(t, \alpha) = \frac{1}{4}(2 + \alpha t)(2 - t)t + \frac{1}{4}(\alpha t + 2 - \alpha)(1 - t)^2, t \in [0, 1] \\ B_{2,2}^1(t, \alpha) = \frac{1}{4}(\alpha t + 2 - 2\alpha)t^2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} B_{0,2}^2(s, \beta) = \frac{1}{4}(\beta s + 2 + \beta)(1 - s)^2 \\ B_{1,2}^2(s, \beta) = \frac{1}{4}(2 + \beta s)(2 - s)s + \frac{1}{4}(\beta s + 2 - \beta)(1 - s)^2, s \in [0, 1] \\ B_{2,2}^2(s, \beta) = \frac{1}{4}(\beta s + 2 - 2\beta)s^2 \end{cases} \quad (10)$$

分别取 $t = 0, s = 0; t = 0, s = 1; t = 1, s = 0; t = 1, s = 1$ 时, 可得曲面片 $C_{kl}(t, s, \alpha, \beta)$ 四个角点的位置。

$$C_{kl}(0, 0, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2, 2}^1(0, \alpha) B_{j-l+2, 2}^2(0, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{k-2, l-2} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{k-2, l-1} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{k-1, l-2} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{k-1, l-1}] \quad (11)$$

$$C_{kl}(0, 1, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2, 2}^1(0, \alpha) B_{j-l+2, 2}^2(1, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{k-2, l-1} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{k-2, l} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{k-1, l-1} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{k-1, l}] \quad (12)$$

$$C_{kl}(1, 0, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2, 2}^1(1, \alpha) B_{j-l+2, 2}^2(0, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{k-1, l-2} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{k-1, l-1} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{k, l-2} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{k, l-1}] \quad (13)$$

$$C_{kl}(1, 1, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2, 2}^1(1, \alpha) B_{j-l+2, 2}^2(1, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{k-1, l-1} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{k-1, l} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{k, l-1} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{k, l}] \quad (14)$$

可以将角点 $C_{kl}(0, 0, \alpha, \beta)$ 写成如下形式:

$$\begin{cases} C_{kl}(0, 0, \alpha, \beta) = \frac{1}{16} [4(2+\alpha)m + 4(2-\alpha)n] \\ m = \frac{(2+\alpha)(2+\beta)d_{k-2, l-2} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{k-2, l-1}}{4(2+\alpha)} \\ n = \frac{(2-\alpha)(2+\beta)d_{k-1, l-2} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{k-1, l-1}}{4(2-\alpha)} \end{cases} \quad (15)$$

其余角点类似。图 5 为曲面片角点的形成过程。

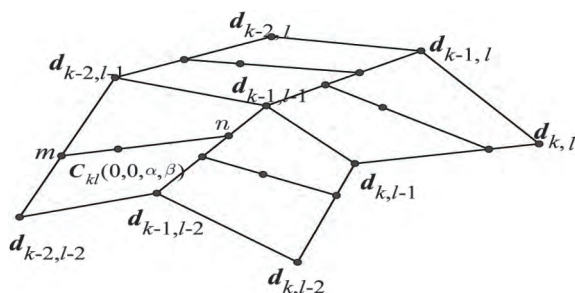


图 5 曲面片角点的位置

特别地, 分别取 $k = 2, l = 2; k = 2, l = n; k = m, l = 2; k = m, l = n$, 可得曲面四个角点的位置。

$$C_{22}(0, 0, \alpha, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{00} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{01} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{10} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{11}] \quad (16)$$

$$C_{2n}(0, 1, \alpha, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{0, n-1} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{0, n} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{1, n-1} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{1, n}] \quad (17)$$

$$C_{m2}(1, 0, \alpha, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{m-1, 0} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{m-1, 1} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{m, 0} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{m, 1}] \quad (18)$$

$$C_{mn}(1, 1, \alpha, \beta) = \frac{1}{16} [(2+\alpha)(2+\beta)d_{m-1, n-1} + (2+\alpha)(2-\beta)d_{m-1, n} + (2-\alpha)(2+\beta)d_{m, n-1} + (2-\alpha)(2-\beta)d_{m, n}] \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} C_{kl}(t, s, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} \frac{d}{dt} B_{i-k+2, 2}^1(t, \alpha) B_{j-l+2, 2}^2(s, \beta) \\ \frac{\partial}{\partial s} C_{kl}(t, s, \alpha, \beta) = \sum_{i=k-2j=l-2}^k \sum_{j=l-2}^l d_{ij} B_{i-k+2, 2}^1(t, \alpha) \frac{d}{ds} B_{j-l+2, 2}^2(s, \beta) \end{cases} \quad (20)$$

其中 $t, s \in [0, 1], k = 2, 3, \dots, m, l = 2, 3, \dots, n$ 可以求出

$$\frac{\partial}{\partial t} C_{kl}(0, s, \alpha, \beta) = (1 + \frac{\alpha}{4}) [(d_{k-1, l-2} - d_{k-2, l-2}) B_{0, 2}^2(s, \beta) + (d_{k-1, l-1} - d_{k-2, l-1}) B_{1, 2}^2(s, \beta) + (d_{k-1, l} - d_{k-2, l}) B_{2, 2}^2(s, \beta)] \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C_{kl}(1, s, \alpha, \beta) = (1 - \frac{\alpha}{4}) [(d_{k, l-2} - d_{k-1, l-2}) B_{0, 2}^2(s, \beta) + (d_{k, l-1} - d_{k-1, l-1}) B_{1, 2}^2(s, \beta) + (d_{k, l} - d_{k-1, l}) B_{2, 2}^2(s, \beta)] \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C_{k+1, l}(0, s, \alpha, \beta) = \delta \cdot \frac{\partial}{\partial t} C_{kl}(1, s, \alpha, \beta) \quad \delta = \frac{4+\alpha}{4-\alpha} \quad (23)$$

同理

$$\frac{\partial}{\partial s} C_{k+1}(t, \rho, \alpha, \beta) = \sigma \cdot \frac{\partial}{\partial s} C_{kl}(t, 1, \alpha, \beta) \quad \sigma = \frac{4 + \beta}{4 - \beta} \quad (24)$$

上述结果说明,类 3×3 次均匀 B 样条曲面沿等参数曲线跨界 G^1 的。

图 6 表示参数 α, β 对曲面形状的影响。左图是 $\alpha = 0.5, \beta = -0.5$ 时的曲面,右图是 $\alpha = -0.5, \beta = 0$ 时的曲面。可以看出,在不改变控制点的情况下,通过改变参数 α, β 的值可达到对曲面形状的调节作用。

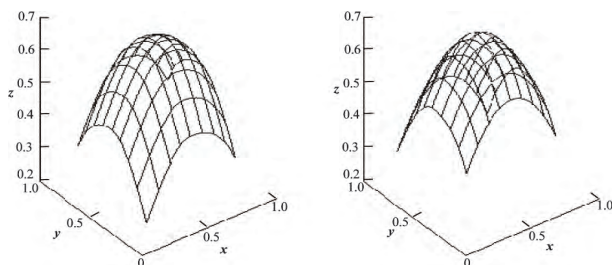


图 6 参数 α, β 对曲面形状的影响

4 结束语

通过定义带形状参数的类三次均匀 B 样条基函数,进而定义类三次均匀 B 样条曲线与 3×3 次均匀 B 样条曲面,不仅保留均匀 B 样条曲线曲面的原有特点,而且为形状调节增加了额外的手段。由于形状参数的直观易操作,已成为工程应用中设计人员用来调节曲线曲面形状的实用方法。事实上,对于准均匀 B 样条曲线曲面以及工程中应用更为广泛的两端固支的 B 样条曲线曲面,也可以寻求相似的扩展方法,使其更加适合工程应用。而更为重要的是,文中方法对于研究非均匀 B 样条曲线曲面的扩展具有一定的借鉴作用,这将是下一步的主要研究工作。

参考文献:

- [1] FARIN G. Curves and surfaces for CAGD [M]. 5th ed. [s.l.]: Academic Press, 2002.
- [2] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 修订版. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [3] 李林峰, 马 蕾. 三次均匀 B 样条在工业机器人轨迹规划中的应用研究 [J]. 科学技术与工程, 2013, 13(13): 3621-3625.
- [4] AGOSTON M K. Computer graphics and geometric modeling [M]. [s.l.]: Springer, 2005.
- [5] PIEG L. Modifying of the shape of rational B-spline [J]. Computer Aided Design, 1989, 21(8): 509-518.
- [6] 张国华, 杨兴强, 张彩明. 基于权因子的 NURBS 曲线形状调整 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(10): 1396-1400.
- [7] 董 枫. 船体曲面特征参数化设计技术研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2012.
- [8] 张太发, 秦新强, 程东旭, 等. NURBS 曲面形状修改的一种改进算法 [J]. 计算机辅助工程, 2005, 14(4): 58-61.
- [9] HAN Xuli. Cubic trigonometric polynomial curves with a shape parameter [J]. Computer Aided Geometric Design, 2004, 21(6): 535-548.
- [10] 陶淑一, 吴庆标. 基于约束优化的 B 样条曲线形状修改 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(18): 37-39.
- [11] 谢 进, 洪素珍. 带形状参数的二次 B 样条曲线 [J]. 计算机辅助工程, 2006, 15(2): 15-19.
- [12] 陶淑一. 二次均匀 B 样条曲线的扩展 [J]. 计算机辅助工程, 2008, 17(2): 54-56.
- [13] CAO Juan, WANG Guozhao. Non-uniform B-spline curves with multiple shape parameters [J]. Journal of Zhejiang University SCIENCE C: Computer & Electronics, 2011, 12(10): 800-808.
- [14] 张 成, 熊 建. 带双参数的三次均匀 B 样条曲线 [J]. 吉林师范大学学报: 自然科学版, 2015, 36(2): 69-72.
- [15] 方 玲, 王旭辉. 带形状参数的二次非均匀双曲 B 样条曲线 [J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2016, 39(8): 1148-1152.
- [16] (上接第 68 页)
- [17] tunistic networks [J]. Peer-to-Peer Networking and Applications, 2017, 10(2): 377-394.
- [18] PATEL D, SHAH R. Improved PROPHET routing protocol in DTN [J]. International Research Journal of Engineering Technology, 2016, 3(6): 503-509.
- [19] GONDALIYA N, SHAH M, KATHIRIYA D. A node scheduling approach in community based routing in social delay tolerant networks [C] // International conference on advances in computing, communications and informatics. [s.l.]: IEEE, 2015: 594-600.
- [20] XIAO M, WU J, HUANG L. Community-aware opportunistic routing in mobile social networks [J]. IEEE Transactions on Computers, 2014, 63(7): 1682-1695.
- [21] BULUT E, SZYMANSKI B K. Exploiting friendship relations for efficient routing in mobile social networks [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2012, 23(12): 2254-2265.
- [22] COSTANTINO G, MARTINELLI F, SANTI P. Privacy-preserving interest-casting in opportunistic networks [C] // Wireless communications and networking conference. [s.l.]: IEEE, 2012: 2829-2834.
- [23] DIWAKER C, SAINI S. An enhanced cluster based movement model using multiple ferries nodes in VANET [J]. International Journal of Management, IT and Engineering, 2016, 6(10): 68-78.
- [24] WU J, WANG Y. Hypercube-based multipath social feature routing in human contact networks [J]. IEEE Transactions on Computers, 2014, 63(2): 383-396.
- [25] NUNES I O, DE MELO P O S V, LOUREIRO A A F. Leveraging D2D multihop communication through social group meeting awareness [J]. IEEE Wireless Communications, 2016, 23(4): 12-19.