

基于改进协同过滤的个性化 Web 服务推荐方法研究

徐 堃¹, 朱小柯², 荆晓远³

- (1. 南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京 210003;
2. 武汉大学 计算机学院, 湖北 武汉 430072;
3. 南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210003)

摘要:目前基于协同过滤(collaborative filtering, CF)的 Web 服务推荐算法,使用的是 Web 服务的非功能性属性服务质量(quality of services, QoS),但是这类方法直接使用所有用户的 QoS 数据进行预测,并没有考虑用户的个性化偏好问题,导致在相似邻居的选择阶段会得到不真实的相似度结果,进而影响 QoS 预测准确率。针对以上问题,提出了一种基于用户偏好的改进协同过滤 Web 服务推荐算法。该算法从 QoS 数据中提取出用户偏好数据,并将其作为近似邻居的选择标准,然后使用 top-k 算法确定目标用户及服务的相似邻居集合,最后联合相似邻居偏好比重,使用调和的皮尔逊相关系数算法(Pearson correlation coefficient, PCC)预测目标用户及服务的 QoS 值。实验结果表明,该算法能有效提高 QoS 预测准确率,从而提高了 Web 服务推荐质量。

关键词: Web 服务推荐; QoS 预测; 用户偏好; 协同过滤

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2018)01-0064-05

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2018.01.014

Research on Personalized Web Service Recommendation Based on Improved Collaborative Filtering

XU Kun¹, ZHU Xiao-ke², JING Xiao-yuan³

- (1. School of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;
2. School of Computer, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
3. School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: Existing Web service recommendation algorithms based on collaborative filtering uses quality of services of non-functional attribute. However, they make a prediction directly by means of QoS data from all users without considering the preferences of them, which lead to unreal similarity in selection of similar neighbors and further affect the accuracy of QoS. In view of that, we propose an improved collaborative filtering algorithm based on users preference. It takes the preferable data of users in QoS as the standard of similar neighbors, and then identifies the similar neighbor sets of target users or services by top-k algorithm. Finally, the Pearson correlation coefficient is used to predict the QoS of targets users or services in combination of preference ratio of similar neighbors. The experiment shows that the algorithm proposed can effectively improve the accuracy of QoS, thus enhancement of the recommendation quality of Web service.

Key words: Web service recommendation; QoS prediction; users preference; collaborative filtering

0 引言

互联网中快速增加的 Web 服务给用户提供了很多选择,这些服务所提供的内容却有很多相似之处^[1]。为了减少用户选择 Web 服务时的难度,Web 服务推荐成为一种有效的方式。推荐系统现在受到了越来越多的重视,因为在大量的服务中,推荐系统能有效挖掘候

选服务的功能性及非功能性属性,进行择优筛选,并向用户推荐最合适的服务。亚马逊网站已经在用推荐技术进行书籍推荐和 CD 推荐^[2]。

协同过滤(collaborative filtering, CF)是一种广泛使用的服务推荐技术。该类方法假设,如果用户 1 和用户 2 访问一部分服务的质量相似,那么对于用户 2

收稿日期: 2017-01-20

修回日期: 2017-05-23

网络出版时间: 2017-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(61272273)

作者简介: 徐 堃(1990-),男,硕士研究生,研究方向为信息安全;荆晓远,教授,博士生导师,通讯作者,研究方向为模式识别、图像与信号处理、信息安全、机器学习与数据挖掘。

网络出版地址: <http://cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20171019.1624.028.html>

已经访问过的新服务而言,用户 1 在使用该服务时会有相似的服务质量^[3]。已有的基于访问历史的 CF 算法使用 Web 服务的服务质量(quality of services, QoS)计算用户之间或服务之间的相似度,但是直接使用所有的 QoS 数据并不能做出准确的相似性判断。因为在用户访问服务的过程中,用户的个性化偏好并不能直接体现在 QoS 数据中。直接使用 QoS 数据进行相似性计算,会得到不真实的相似度结果。为了准确地推荐服务,需要联合用户偏好和 QoS 数据进行相似度判断及 QoS 预测。

文中提出了一种基于用户偏好的改进协同过滤算法(UPCF),同时使用用户偏好和 QoS 做出准确的服务推荐。该方法改进了广泛使用的皮尔逊相关系数(Pearson correlation coefficient, PCC),首先从 QoS 数据中提取出个性化偏好,计算出准确的用户间或服务间相似度;然后使用 top-k 算法选择相似邻居;最后使用 QoS 值对目标用户的缺失数据进行预测。

1 相关工作

1.1 基于协同过滤的 Web 服务推荐

协同过滤是一种广泛使用的服务推荐技术,CF 基于系统中其他用户的访问历史进行推荐。目前基于协同过滤的 Web 服务推荐的研究主要集中于基于访问历史的服务推荐和基于模型的服务推荐。文中提出的算法属于前者。

Web 服务推荐领域传统的基于访问历史的推荐算法有 UMEAN、IMEAN、UPCC、IPCC、WSREC^[4-7]。UMEAN 使用系统中所有用户对 Web 服务的已知 QoS 平均值来预测目标用户的缺失 QoS 值。同理,IMEAN 使用系统中所有服务的已知 QoS 平均值来预测目标服务的缺失 QoS 值。

UPCC 是基于用户的皮尔逊相关性预测算法,该算法致力于找寻与目标用户皮尔逊相关系数较大的邻居,并使用邻居用户的 QoS 数据来预测目标用户的 QoS 值。用户间的相似度取值范围为 $[-1, 1]$,相似度值越大表示用户间越相似。该算法的计算过程如下:

$$\text{sim}(u, v) = \frac{\sum_{i \in I} (q_{u,i} - \bar{q}_u)(q_{v,i} - \bar{q}_v)}{\sqrt{\sum_{i \in I} (q_{u,i} - \bar{q}_u)^2} \sqrt{\sum_{i \in I} (q_{v,i} - \bar{q}_v)^2}} \quad (1)$$

其中, $\text{sim}(u, v)$ 表示用户 u 、 v 之间的相似度; I 表示用户 u 和 v 共同访问的 Web 服务的 QoS 数据集; i 是集合 I 中的一个服务; $q_{u,i}$ 和 $q_{v,i}$ 分别表示用户 u 和 v 访问服务 i 的 QoS 值; \bar{q}_u 和 \bar{q}_v 分别表示被用户 u 和 v 访问过的 Web 服务的 QoS 平均值。

$$P(u, i) = \bar{q}_u + \frac{\sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v) \times (q_{v,i} - \bar{q}_v)}{\sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v)} \quad (2)$$

其中, $N(u)$ 为根据 top-k 算法选择的用户 u 的优先相似邻居集合; $P(u, i)$ 表示预测出的用户 u 访问服务 i 的 QoS 值。

与 UPCC 类似, IPCC 是基于服务的皮尔逊相关性预测算法,该算法致力于找寻与目标服务皮尔逊相关系数较大的邻居,并使用邻居服务的 QoS 数据来预测目标服务的 QoS 值。服务间的相似度取值范围也是 $[-1, 1]$,相似度值越大表示服务之间越相似。该算法的计算过程如下:

$$\text{sim}(i, j) = \frac{\sum_{u \in U} (q_{u,i} - \bar{q}_i)(q_{u,j} - \bar{q}_j)}{\sqrt{\sum_{u \in U} (q_{u,i} - \bar{q}_i)^2} \sqrt{\sum_{u \in U} (q_{u,j} - \bar{q}_j)^2}} \quad (3)$$

$$P(u, i) = \bar{q}_i + \frac{\sum_{j \in N(i)} \text{sim}(i, j) \times (q_{u,j} - \bar{q}_j)}{\sum_{j \in N(i)} \text{sim}(i, j)} \quad (4)$$

为了提高 Web 服务推荐的准确性,很多研究工作在此基础上进行了一些改进。WSREC 方法使用联合基于用户和基于服务的协同过滤推荐算法以提高 Web 服务的推荐准确性;文献[8-10]使用矩阵分解的方法代替协同过滤算法。但是,以上方法都没有考虑用户偏好对 QoS 预测的影响,预测结果的准确性因此受到影响。

1.2 个性化服务推荐

基于协同过滤^[11-14]的个性化 Web 推荐算法已经有不少学者研究过。文献[2]中认为,两个用户访问过相同的 Web 服务这一行为并不能保证这两个用户就是相似的,该文提出使用被访问服务的标准差大小来判定该服务对用户相似度评价的影响。文献[6]中认为,如果两个用户在访问一些服务时有相似的 QoS 值,那么在访问其他服务时,也会有相似的 QoS 值。文献[15]中认为,在地理位置上近邻的用户比相隔较远的用户有更大的可能性具有相似的访问服务质量,并以此作为预测准则。

以上个性化推荐方法考虑了用户的地理位置、服务的变化性、用户的相似访问历史等因素,但都未考虑用户偏好,预测准确率受到影响。因此,文中提出基于用户偏好的改进协同过滤 Web 服务推荐算法。

2 改进协同过滤的 Web 服务推荐

2.1 用户偏好定义

定义 1: 给定用户集合 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 和服务集合 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, 定义变量 $\text{Sat}_{i,j}$ 为用户 u_i 对服

务 s_j 的偏好,并构建一个 $m \times n$ 的用户偏好矩阵 $\mathbf{SAT}^{m \times n}$;构建一个 $m \times n$ 的 QoS 矩阵 $\mathbf{Q}^{m \times n}$,变量 $q^{i,j}$ 表示用户 u_i 访问服务 s_j 的 QoS 值。

用户偏好从 QoS 数据中提取并提供两种评价准则。准则 1:QoS 值(可靠性等)越高用户越满意;准则 2:QoS 值(响应时间等)越低用户越满意。式(5)~(7)描述了 $\text{Sat}_{i,j}$ 的细节:

$$\text{Sat}_{i,j} = \begin{cases} \alpha, \text{measure}_1 \\ \beta, \text{measure}_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha =$$

$$\begin{cases} 0, \text{if } q_{i,j} = \min(u_i) \\ 1, \text{if } q_{i,j} = \max(u_i) \\ \frac{q_{i,j} - \min(u_i)}{\max(u_i) - \min(u_i)}, \text{if } \min(u_i) < q_{i,j} < \max(u_i) \end{cases} \quad (6)$$

$$\beta =$$

$$\begin{cases} 1, \text{if } q_{i,j} = \min(u_i) \\ 0, \text{if } q_{i,j} = \max(u_i) \\ \frac{\max(u_i) - q_{i,j}}{\max(u_i) - \min(u_i)}, \text{if } \min(u_i) < q_{i,j} < \max(u_i) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\min(u_i)$ 和 $\max(u_i)$ 分别表示用户 u_i 访问的最小和最大的 QoS 值。真实世界中, $\mathbf{Q}^{m \times n}$ 是一个稀疏矩阵, $\mathbf{SAT}^{m \times n}$ 也同样是一个稀疏矩阵。

2.2 基于用户偏好的相似度计算

在基于访问历史的协同过滤推荐工作中,找到目标用户或服务的优先相似邻居是整个算法中最重要的部分,因为推荐算法的预测准确率依赖于准确的相似邻居。

现有的相似度计算方法有余弦相似度、皮尔逊相关系数等,皮尔逊相关系数具有更好的相似度计算结果。文中采用皮尔逊相关系数计算用户间或服务间的相似度,并以此找出目标用户或服务的优先相似邻居。具体的相似度计算如下所示:

$$\text{sim}_{\text{sat}}(u, v) = \frac{\sum_{i \in I_{uv}} (\text{Sat}_{u,i} - \overline{\text{Sat}}_u) (\text{Sat}_{v,i} - \overline{\text{Sat}}_v)}{\sqrt{\sum_{i \in I_{uv}} (\text{Sat}_{u,i} - \overline{\text{Sat}}_u)^2} \sqrt{\sum_{i \in I_{uv}} (\text{Sat}_{v,i} - \overline{\text{Sat}}_v)^2}} \quad (8)$$

$$\text{sim}_{\text{sat}}(i, j) = \frac{\sum_{u \in U_{ij}} (\text{Sat}_{u,i} - \overline{\text{Sat}}_i) (\text{Sat}_{u,j} - \overline{\text{Sat}}_j)}{\sqrt{\sum_{u \in U_{ij}} (\text{Sat}_{u,i} - \overline{\text{Sat}}_i)^2} \sqrt{\sum_{u \in U_{ij}} (\text{Sat}_{u,j} - \overline{\text{Sat}}_j)^2}} \quad (9)$$

其中, $\text{sim}_{\text{sat}}(u, v)$ 表示用户 u 、 v 之间的偏好相似度; I_{uv} 表示用户 u 和 v 共同访问的 Web 服务的偏好数据集, i 是数据集 sat 中的一个服务; $\text{Sat}_{u,i}$ 和 $\text{Sat}_{v,i}$ 分别

表示用户 u 和 v 对服务 i 的偏好,变量 $\overline{\text{Sat}}_u$ 和 $\overline{\text{Sat}}_v$ 分别表示用户 u 和 v 对各自访问的 Web 服务的偏好平均值。式(9)的结构与式(8)一致,目的是计算出服务之间基于用户偏好的相似度,这里不再展开描述。

2.3 改进协同过滤的 Web 服务推荐算法步骤

输入:QoS 数据的训练集 TrainData, QoS 数据的测试集 TestData, 近似邻居数 top-k, 调和参数 λ

输出:QoS 预测值 $P(u, i)$

(1)对训练集 TrainData 中的 QoS 数据,用式(5)计算出用户偏好矩阵 \mathbf{SAT} ;

(2)对用户偏好矩阵 \mathbf{SAT} 中的每个用户,用式(8)计算出用户之间的偏好相似性,存于用户相似性矩阵中;

(3)根据相似用户邻居数 top-k 选择用户的优先相似邻居集合 $N(u)$;

(4)对测试集 TestData 中缺失的 QoS 值,用式(2)计算出缺失 QoS 预测值 $P_u(u, i)$;

(5)对 \mathbf{SAT} 中的每个服务,用式(9)计算出服务之间的用户偏好相似性,存于服务相似性矩阵中;

(6)根据相似服务邻居数 top-k 选择服务的优先相似邻居集合 $N(i)$;

(7)对测试集 TestData 中缺失的 QoS 值,用式(4)计算出缺失 QoS 预测值 $P_i(u, i)$;

(8)用调和参数 λ 调节 $P_u(u, i)$ 、 $P_i(u, i)$ 的比例,得到 UPCF 算法最佳预测值 $P(u, i)$ 。

$$P(u, i) = \lambda P_u(u, i) + (1 - \lambda) P_i(u, i), \lambda \in [0, 1] \quad (10)$$

3 实验

3.1 数据库

实验使用香港中文大学发布的 WSDREAM^[16] 数据集,该数据集收集了全球 30 个国家的 339 个用户和 70 多个国家的 5 825 个 Web 服务,包含 197 万条真实 Web 服务 QoS 访问记录,分为响应时间和吞吐量两个部分。响应时间的取值范围是 0~20 s,吞吐量的取值范围是 0~1 000 kbps。

3.2 评价指标

平均绝对误差(MAE)是联合过滤方法中经常使用的评价指标,定义如下:

$$\text{MAE} = \frac{\sum_{u,i} |q_{u,i} - q_{u,i}|}{N} \quad (11)$$

其中, $q_{u,i}$ 为真实的服务调用的 QoS 值; $q_{u,i}$ 为预测的 QoS 值; N 为预测值的数量。

从式(11)可以看出,MAE 值越小表明算法预测的准确性越高。

平均标准误差 (RMSE) 也是度量指标,定义如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{u,i} (q_{u,i} - \widehat{q_{u,i}})^2}{N}}$$

(12)

和 MAE 相比, RMSE 加大了对预测差异较大的 QoS 值的惩罚,对于预测结果稳定性的要求更高,同样, RMSE 值越小表明算法预测的准确性越高。

3.3 实验对比与分析

为了证明文中算法的有效性,与传统的基于 CF 推荐算法 UPCC^[5]、IPCC^[7]、WSREC^[4] 和最新的基于 CF 推荐算法 PHCF^[2] 作对比实验。实验中使用的 QoS 属性为 Web 服务的响应时间 (response time)。

矩阵的稀疏度定义为训练集的稀疏度 (density), 算法运行在 6 个不同的稀疏度上,分别是 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%。如果矩阵的稀疏度是 10%, 那么矩阵中 10% 的数据组成训练集,剩下 90% 的数据组成测试集。每种算法做 20 次随机实验,取 MAE 和 RMSE 的平均值作为实验结果。文中算法的用户邻居 top-k 为 20, 服务邻居 top-k 为 130, 调和参数 λ 为 0.7, 实验结果如表 1 和表 2 所示。

表 1 不同稀疏度下 MAE 对比结果

方法	5%	10%	15%	20%	25%	30%
UPCC	0.636	0.555	0.515	0.486	0.467	0.454
IPCC	0.634	0.594	0.510	0.456	0.433	0.416
WSREC	0.625	0.582	0.501	0.450	0.427	0.411
PHCF	0.609	0.542	0.489	0.440	0.422	0.409
UPCF	0.596	0.538	0.477	0.431	0.419	0.406

表 2 不同稀疏度下 RMSE 对比结果

方法	5%	10%	15%	20%	25%	30%
UPCC	1.380	1.311	1.260	1.220	1.191	1.171
IPCC	1.399	1.343	1.261	1.207	1.176	1.152
WSREC	1.388	1.330	1.250	1.197	1.166	1.142
PHCF	1.525	1.311	1.216	1.166	1.137	1.119
UPCF	1.473	1.283	1.202	1.160	1.135	1.118

从表 1 可以看出,各推荐算法的 MAE 值随着稀疏程度的减弱在降低;在各稀疏度下 UPCF 算法的 MAE 与最新的 PHCF 相比至少下降 0.8%, 与其他算法相比下降更多;结果表明 UPCF 具有更高的预测准确率。

表 2 的实验结果证明 UPCF 与对比算法相比在具有更好的预测准确率的同时,预测结果的稳定性也更好。

3.4 top-k 的影响

参数 top-k 控制相似邻居集合的大小。top-k 过小,邻居的 QoS 值会出现个性化偏置;top-k 过大,邻居的近似作用就会减弱。图 1 是 10% 稀疏度条件下用户邻居数对 MAE 的影响。

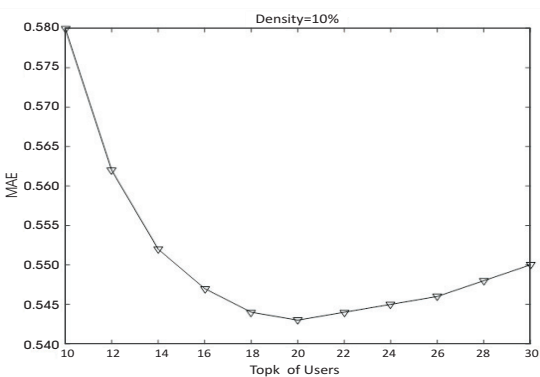


图 1 参数 Topk of Users 的影响

从图 1 可以看出,用户邻居数为 20 时, QoS 预测准确率最高。对服务邻居数也进行了测试实验,结果表明服务邻居数为 130 时预测准确率最高。

3.5 λ 的影响

参数 λ 调节相似用户预测部分和相似服务预测部分在 UPCF 训练模型中的比重,这种协同预测方法在文献[4]证明是一种有效提升预测准确率的办法。图 2 是 10% 稀疏度条件下参数 λ 变化对 MAE 影响。

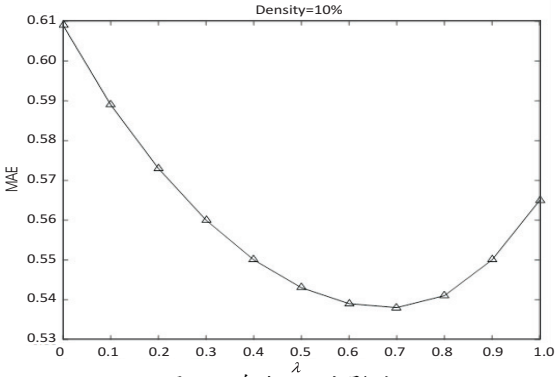


图 2 参数 λ 的影响

从图 2 可以看出,当 λ 为 0.7 时, MAE 值最低;此时相似用户预测部分占比 70%, 相似服务预测部分占比 30%。

4 结束语

文中提出一种基于用户偏好的改进协同过滤 Web 服务推荐算法。该算法从 QoS 数据中提取用户偏好,并将其作为相似用户的选择标准,然后使用 top-k 算法确定目标用户及服务的相似邻居,最后使用皮尔逊相关系数预测目标用户的 QoS 值。实验结果证明了该算法具有很好的预测准确率。

参考文献:

[1] EKSTRAND M D, RIEDL J T, KONSTAN J A. Collaborative filtering recommender systems [J]. Foundations and Trends in Human-Computer Interaction, 2010, 4 (2): 81-173.

[2] JIANG Yechun, LIU Jianxun, TANG Mingdong, et al. An ef-

- fective Web service recommendation method based on personalized collaborative filtering [C]//9th international conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2011: 211–218.
- [3] CHEN Xi, ZHENG Zibin, LIU Xudong, et al. Personalized QoS-aware Web service recommendation and visualization [J]. IEEE Transactions on Services Computing, 2013, 6(1): 35–47.
- [4] ZHENG Zibin, MA Hao, LYU M R, et al. WSRec: a collaborative filtering based Web service recommender system [C]//International conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2009: 437–444.
- [5] BREESE J S, HECKERMAN D, KADIE C. Empirical analysis of predictive algorithms for collaborative filtering [C]//2013 conference on uncertainty in artificial intelligence. United States: IEEE Computer Society, 2013: 43–52.
- [6] SHAO Lingshuang, ZHANG Jing, WEI Yong, et al. Personalized QoS prediction for Web services via collaborative filtering [C]//2007 IEEE international conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2007: 439–446.
- [7] RESNICK P, IACOVOU N, SUCHAK M, et al. Grouplens: an open architecture for collaborative filtering of Netnews [C]//1994 conference on computer supported cooperative work. United States: ACM, 1994: 175–186.
- [8] KOREN Y, BELL R, VOLINSKY C. Matrix factorization techniques for recommender systems [J]. Computer, 2009, 42(8): 30–37.
- [9] HE P, ZHU J, ZHENG Z, et al. Location-based hierarchical matrix factorization for Web service recommendation [C]//IEEE international conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2014: 297–304.
- [10] YU Q, ZHENG Z, WANG H. Trace norm regularized matrix factorization for service recommendation [C]//2013 IEEE international conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2013: 34–41.
- [11] FLETCHER K K, LIU X F, TANG M. Elastic personalized nonfunctional attribute preference and trade-off based service selection [J]. ACM Transactions on the Web, 2015, 9(1): 1–26.
- [12] LIU X, FLETCHER K K, TANG M. Service selection based on personalized preference and trade-offs among QoS factors and price [C]//IEEE first international conference on services economics. United States: IEEE Computer Society, 2012: 32–39.
- [13] RONG W, LIU K, LIANG L. Personalized Web service ranking via user group combining association rule [C]//IEEE international conference on Web services. United States: IEEE Computer Society, 2009: 445–452.
- [14] LIU R, JIA C X, ZHOU T, et al. Personal recommendation via modified collaborative filtering [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2009, 388(4): 462–468.
- [15] CHEN X, ZHENG Z, YU Q, et al. Web service recommendation via exploiting location and QoS information [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2014, 25(7): 1913–1924.
- [16] ZHENG Z, ZHANG Y, LYU M R. Investigating Qos of real-world Web services [J]. IEEE Transactions on Services Computing, 2014, 7(1): 32–39.
- +++++
- (上接第 63 页)
- Harmonic Analysis, 2005, 19(3): 340–358.
- [9] 李 民, 程 建, 李小文, 等. 非局部学习字典的图像修复 [J]. 电子与信息学报, 2011, 33(11): 2672–2678.
- [10] GULERYUZ O G. Nonlinear approximation based image recovery using adaptive sparse reconstructions and iterated denoising: Part I—theory [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(3): 539–554.
- [11] GULERYUZ O G. Nonlinear approximation based image recovery using adaptive sparse reconstructions and iterated denoising: Part II—adaptive algorithms [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(3): 555–571.
- [12] ZHANG L, DONG W, ZHANG D, et al. Two-stage image denoising by principle component analysis with local pixel grouping [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1531–1549.
- [13] XU Z, SUN J. Image inpainting by patch propagation using patch sparsity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(5): 1153–1165.
- [14] OSHER S, BURGER M, GOLDFARB D, et al. An iterative regularization method for total variation-based image restoration [J]. SIAM Journal on Multiscale Modeling & Simulation, 2005, 4(2): 460–489.
- [15] CAI J F, OSHER S, SHEN Z. Split bregman methods and frame based image restoration [J]. SIAM Journal on Multiscale Modeling & Simulation, 2009, 8(2): 337–369.
- [16] GOLDSTEIN T, BRESSON X, OSHER S. Geometric applications of the split Bregman method: segmentation and surface reconstruction [J]. Journal of Scientific Computing, 2010, 45(1–3): 272–293.
- [17] GOLDSTEIN T, OSHER S. The split Bregman method for L1 regularized problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323–343.
- [18] ZHANG J, ZHAO D, GAO W. Group-based sparse representation for image restoration [J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2014, 23(8): 3336–3351.
- [19] ZHANG Jian, ZHAO Debin, XIONG Ruiqin, et al. Image restoration using joint statistical modeling in a space-transform domain [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2014, 24(6): 915–928.