

# 一种新的轮廓-局部区域分割模型及对偶算法

葛 琦,邵文泽,李海波

(南京邮电大学 通信与信息工程学院,江苏 南京 210003)

**摘 要:**基于区域的变分活动轮廓模型能够较好地处理图像模糊边界并且不易受初始轮廓线和噪声的影响。然而,传统区域模型通常以粗划分区域内的图像信息作为活动轮廓曲线演化的驱动力,分割精度有限,并且容易受到图像灰度不均匀性的影响。为此,提出了一种新的轮廓-局部区域分割模型。新模型通过提取活动轮廓曲线邻域内的局部统计信息作为推动曲线演化的区域项,并引入曲率拟合项来捕捉目标的拐点和细长结构。针对模型求解中正则项的非可微性使计算效率较低并具有数值不稳定性问题,通过引入辅助变量将原最优化问题转化为若干个低复杂度子问题进行求解,提出了一种快速对偶算法。医学核磁共振图像分割实验表明,所提出的模型和算法的准确性和运行效率均有明显的提高。

**关键词:**轮廓-局部区域;活动轮廓模型;曲率拟合项;对偶算法

**中图分类号:**TP391

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2017)07-0087-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2017.07.021

## A New Contour-local-region Segmentation Model and Dual Algorithm

GE Qi, SHAO Wen-ze, LI Hai-bo

(College of Telecommunications and Information Engineering, Nanjing University of  
Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** The variational region-based models often have the better performance for the images with weak object boundaries and are less sensitive to the initial contours and noise. However, in traditional region-based models, because their guidance force for contour evolution is only based on the extracted image information of rough partitioned region, they are limited in accuracy of segmentation and also often easily sensitive to the non-homogeneity of the image. A new Contour-Local-Region (CLR) segmentation model has been proposed in which the local statistic information in the neighborhood of the curve has been explored as the region term to drive the curve evolution, and a curvature fitting term has been applied to capture the inflexion, acute structure of the object. To overcome the un-stability and the non-differentiability of the numerical solution of regularization term, the original minimizing problem is transformed into several sub-problems with low computational complexity by introducing auxiliary variables, and then a fast dual algorithm has been proposed. Experimental results on medical Magnetic Resonance (MR) image demonstrate precision and efficiency of the proposed model.

**Key words:** contour-local-region; active contour model; curvature fitting term; dual algorithm

## 0 引言

核磁共振成像 (Magnetic Resonance Imaging, MRI) 以其非介入性、非损伤性以及很少受目标物体运动的影响等特点,在疾病诊断与分析应用广泛<sup>[1-4]</sup>。由于人体解剖结构复杂和不规则以及成像质量受多种因素的影响,医学图像分割成为一个难点。基于变分方法和偏微分方程演化的活动轮廓模型将分割问题转化为能量函数求最小解作为对目标边界的逼近。近年

来, Mumford-Shah (MS) 模型已广泛应用于医学图像分割<sup>[5]</sup>,该模型能够不依赖于梯度,较好地分割弱边界,降低初始条件对分割结果的影响。Chan 和 Vese 提出的 Chan-Vese (CV) 模型是基于两相位(背景和区域)简化的 MS 模型方法<sup>[6]</sup>。它能够自动处理曲线的拓扑改变,不需要利用图像梯度,因此对弱目标边界分割效果较好。在成像过程中,由于各种因素,图像的灰度不均匀性广泛存在,使得不同区域的统计量

收稿日期:2016-06-28

修回日期:2016-10-13

网络出版时间:2017-04-28

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61502244, 61402239);中国博士后基金(2015M580433, 2014M551637);江苏省自然科学基金(BK20150859, BK20130868, BK20130877);江苏省高校自然科学面上项目基金(15KJB520028);江苏省博士后基金(1401046C);南京邮电大学人才引进基金(NY213007);南京邮电大学先进院开放基金(XJKY14012)

**作者简介:**葛 琦(1984-),女,讲师,研究方向为图像处理与模式识别。

**网络出版地址:** <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20170428.1702.032.html>

失真,故基于灰度一致性的 CV 模型会导致分割错误。Li 等通过添加核函数平滑 CV 模型中的区域检测项<sup>[7]</sup>,以此来克服灰度不均性导致的影响。因为核函数的方差为常数,故对空间变化的灰度不均性没有具体考虑。由文献[8-9]可知,基于区域的活动轮廓模型忽略了图像的几何特征信息,对于拓扑结构狭长、细小的目标提取能力有限。

为此,提出了一种基于轮廓-局部区域的分割模型(CLR)。一方面,该模型提取活动轮廓曲线邻近区域内的统计特征以提高像素点分类的准确性。另一方面,为了充分考虑活动轮廓曲线的几何特性,通过计算演化曲线当前点的曲率及对应位置的图像曲率信息,定义一种曲率的拟合项,以提高捕捉具有拐点和细长结构目标的能力。由于求解上述基于区域的活动轮廓模型的梯度下降流方程时,会产生数值逼近误差和效率较低的问题。因此, X. Bresson 等利用 Chambolle 对偶算法进行数值求解,避免了由于时间步长和参数引起的数值不稳定等问题<sup>[10-11]</sup>。受文献[10-12]的启发,引入两个辅助变量将原最优化问题解耦,把模型中能量函数的二次项进行线性化,进一步简化问题的求解,同时与 CV 模型<sup>[6]</sup>、LBF 模型<sup>[7]</sup>以及 GCS 模型<sup>[13]</sup>进行对比实验。结果表明,提出的模型明显提高了分割效率和准确率。

## 1 Chan-Vese 模型及局部二值拟合模型

该模型利用分片常数  $c_1$  和  $c_2$  分别逼近给定图像  $I$  的目标区域和背景子区域,其能量函数为:

$$E_{CV}(\Gamma, c_1, c_2) = \lambda_1 \int_{\Omega_1} (I(x) - c_1)^2 dx + \lambda_2 \int_{\Omega_2} (I(x) - c_2)^2 dx + \mu \int_{\Gamma} ds \quad (1)$$

其中,  $\Gamma$  为曲线;  $\Omega_1$  为曲线  $\Gamma$  的内部区域;  $\Omega_2$  为曲线  $\Gamma$  的外部区域;  $\lambda_1, \lambda_2, \mu$  为正值权重参数。

模型前两项是驱动曲线演化的区域项;最后一项是长度正则项,用于在曲线演化中保持曲线的光滑性。演化曲线  $\Gamma$  以水平集函数表示,能量函数最小化问题可以转化为求解关于水平集函数的梯度下降流方程。Li 等提出一种局部二值拟合(Local Binary Fitting, LBF)模型<sup>[7]</sup>,该模型利用高斯核函数提取邻域中的图像信息,并将其作为权值函数修正能量函数(1)中的区域项:

$$\lambda_1 \int_{\Omega_1} K(x-y) |I(y) - c_1|^2 H_e(\varphi(y)) dy + \lambda_2 \int_{\Omega_2} K(x-y) |I(y) - c_2|^2 (1 - H_e(\varphi(y))) dy \quad (2)$$

同时引入高斯核函数计算分片常数  $c_1$  和  $c_2$ :

$$c_1 = \frac{K_{\sigma}(x) \otimes [H_e(\varphi) I(\varphi)]}{K_{\sigma}(x) \otimes H_e(\varphi)} \quad (3)$$

$$c_2 = \frac{K_{\sigma}(x) \otimes [(1 - H_e(\varphi)) I(\varphi)]}{K_{\sigma}(x) \otimes (1 - H_e(\varphi))} \quad (4)$$

其中,  $K_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$ ;  $H_e$  同文献[2]

中定义:  $H_e(\varphi) = \frac{1}{2} [1 + \frac{2}{\pi} \arctan(\frac{\varphi(x)}{\varepsilon})]$ ; 符号  $\otimes$  为卷积算子。

该函数根据水平集函数  $\varphi$  的符号标记水平集函数内外部区域。该方法通过增加邻近像素点的权重和减少较远像素点的权重对图像进行建模,一定程度上克服了灰度分布不均的问题。文献[7]在该方法的基础上进行改进,增加对邻近点的估计权重,而对较远的像素点减少其估计权重。针对灰度分布不均问题,这些方法通过提取当前像素点邻域内的图像信息来提高分割的准确性。然而图像中不同位置的灰度分布不均通常是空间变化的,而利用参数固定的高斯核函数并不能完全准确地估计图像的统计特征。

## 2 轮廓-局部区域活动轮廓模型 (CLR Active Model)

对于给定图像  $I$ ,  $\varphi > 0$  标记曲线内部区域  $\Omega_1$ ,  $\varphi < 0$  标记曲线外部区域  $\Omega_2$ ,  $\varphi = 0$  标记当前活动轮廓曲线。因为局部邻域内计算图像的统计信息能更准确地考虑统计分布不均匀性,以曲线上的像素点为考察点,引入窗口函数  $W(x)$ ,表示以曲线上像素点  $x$  为中心,大小为  $k \times k$ 。窗口大小  $k$  为实验参数,可取  $k=5$ 。设  $\mu_1(x)$ ,  $\mu_2(x)$ ,  $\sigma_1(x)$ ,  $\sigma_2(x)$  分别为在曲线的内部外部计算的均值和标准差,如图 1 所示。

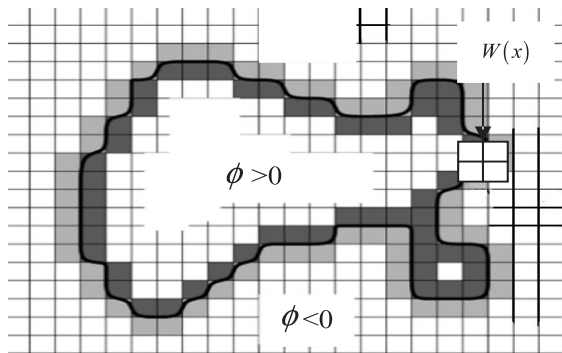


图 1 活动轮廓曲线及其邻域

$$\mu_1 = \text{mean}(I(x \in (\Omega_1 \cap W(x)))) \quad (5)$$

$$\mu_2 = \text{mean}(I(x \in (\Omega_2 \cap W(x)))) \quad (6)$$

$$\sigma_1^2 = \text{mean}(I^2(x \in \Omega_1 \cap W(x))) - \mu_1^2 \quad (7)$$

$$\sigma_2^2 = \text{mean}(I^2(x \in \Omega_2 \cap W(x))) - \mu_2^2 \quad (8)$$

假设图像的灰度在局部区域中服从高斯分布,设

$in = \Omega_1 \cap W(x)$  和  $out = \Omega_2 \cap W(x)$  表示曲线内部和外部与局部窗口重叠的区域。灰度值为  $I(x)$  的像素点  $x$  属于 in 或者 out 的概率为:  $P(in | I(x))$  和  $P(out | I(x))$ 。 $\Pr(in)$  和  $\Pr(out)$  分别为 in 和 out 在像素点  $I(x)$  的类先验概率。其中:

$$P(in | I(x)) = \frac{\Pr(in)P(I(x) | in)}{P(I(x))}$$
$$P(out | I(x)) = \frac{\Pr(out)P(I(x) | out)}{P(I(x))}$$

根据贝叶斯决策规则,若  $P(in | I(x)) > P(out | I(x))$ , 像素为  $I(x)$  的点  $x$  被归类于 in 类, 否则归于 out 类。假设先验概率  $\Pr(in)$  和  $\Pr(out)$  相等, 将灰度值为  $I(x)$  的像素点归结为目标和背景取决于  $P(I(x) | in)$  和  $P(I(x) | out)$  的大小, 而  $P(I(x) | \Omega_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\exp\left(-\left(\frac{I(x) - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right)$ ,  $\Omega_i = in, out$ 。

根据式(5)~(8)得到像素点  $x$  位于曲线内部和外部邻域的均值和标准差后, 计算曲线上该点关于这两个区域的概率并取对数, 从而得到新的区域项将像素点归类。此外, 由于没有考虑图像的几何结构信息, 为此, 提出了一种关于曲率的拟合项, 使当前曲线的曲率尽可能逼近对应于该位置像素点的曲率。结合改进的区域项和曲率拟合项, 提出的轮廓-局部区域活动轮廓模型如下:

$$E(\varphi) = \int_{\Omega \cap W(x)} |\nabla \varphi| dx + \int_{\Omega \cap W(x)} \left( \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 \right) - \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right) + \left( \operatorname{div} \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} - \operatorname{div} \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)^2 \right) \varphi dx \quad (9)$$

其中, 第一项是关于水平集函数的正则项, 第二项和第三项分别是新的区域项和曲率拟合项。

为了避免最小化能量泛函(见式(9))产生较长的计算时间和数值不稳定性, 文献[11, 14] 基于文献[10], 利用对偶算法来解决这一问题。在此基础上, 提出了一种耦合型的对偶算法来求解能量函数。

3 CLR 模型的主对偶算法

Chambolle 引入对偶算法求解含有全变分算子的能量函数<sup>[10]</sup>。即引入一个对偶变量  $p$ , 则全变分算子  $\int_{\Omega} |\nabla \varphi| dx$  等价于:

$$\sup_{p \in C_1} \langle \varphi, \operatorname{div} p \rangle, C_1 := \{p | p \in C_c^1(\Omega, \mathbb{R}^2), |p(x)| \leq 1, \forall x \in \Omega\} \quad (10)$$

X. Bresson 等将这种对偶算法应用于求解形如

$TV - L^1$  能量函数的最小化问题<sup>[11]</sup>。其中的  $TV - L^2$  子问题的最小化可以利用 Chambolle 对偶算法求解。引入辅助变量  $v_1 = \varphi_1, v_2 = \varphi_2$ , 利用增广 Lagrange 方法, 提出的能量函数(见式(9))的等价形式为:

$$E(\varphi_1, \varphi_2) = \int_{\Omega \cap W(x), |p_1| \leq g_1} \varphi_1 \operatorname{div} p_1 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} (\varphi_1 - v_1)^2 dx + \int_{\Omega \cap W(x)} \left( \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 \right) - \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right) \right) v_1 dx + \int_{\Omega \cap W(x), |p_2| \leq g_2} \varphi_2 \operatorname{div} p_2 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} (\varphi_2 - v_2)^2 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} \left( \operatorname{div} \frac{\nabla \varphi_2}{|\nabla \varphi_2|} - \operatorname{div} \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)^2 v_2 dx \quad (11)$$

其中, 参数  $\theta > 0$  选取较小的值, 并记  $R(x) = \left( \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 \right) - \log \exp \left( - \left( \frac{I - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right) \right)$ ,  $G(x) = \left( \operatorname{div} \frac{\nabla \varphi_2}{|\nabla \varphi_2|} - \operatorname{div} \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)^2$ 。最小化能量函数(见式(11))转化为依次固定  $v_1, \varphi_1, v_2, \varphi_2$  四个变量, 依次交替对以下四个子问题进行最优化以获得水平集函数  $\varphi$  的最优解过程。

(1)  $v_1$  固定, 求最小化问题  $\min_{\varphi_1} \left\{ \int_{\Omega \cap W(x), |p_1| \leq g_1} \varphi_1 \operatorname{div} p_1 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} (\varphi_1 - v_1)^2 dx \right\}$  关于  $\varphi_1$  的解。

(2)  $\varphi_1$  固定, 求最小化问题  $\min_{v_1} \left\{ \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x), |p_1| \leq g_1} (\varphi_1 - v_1)^2 dx + \int_{\Omega \cap W(x)} R(x) v_1 + h(v_1) dx \right\}$  关于  $v_1$  的解, 其中  $h(v_1) := \max \left\{ 0, 2 \left| v_1 - \frac{1}{2} \right| - 1 \right\}$ 。

(3)  $v_2$  固定, 求最小化问题  $\min_{\varphi_2} \left\{ \int_{\Omega \cap W(x), |p_2| \leq g_2} \varphi_2 \operatorname{div} p_2 dx + \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} (\varphi_2 - v_2)^2 dx \right\}$  关于  $\varphi_2$  的解。

(4)  $\varphi_2$  固定, 求最小化问题  $\min_{\varphi_2} \left\{ \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega \cap W(x)} (\varphi_2 - v_2)^2 dx + \int_{\Omega \cap W(x)} G(x) v_2 dx + h(v_2) dx \right\}$  关于  $v_2$  的解, 其中  $h(\cdot)$  的定义同(2)。

最后, 得到关于  $\varphi$  的解:  $\varphi = \min \left\{ \max \left( \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}, 0 \right), 1 \right\}$ 。



4 实验结果及分析

实验在 P4 3.2 GHz, RAM 768 MB 的台式机上实现。对大脑和心脏的核磁共振图像进行了实验,将所提出的 CLR 模型同 CV 模型<sup>[6]</sup>、LBF 模型<sup>[7]</sup>以及 GCS 模型<sup>[13]</sup>进行对比,如图 2 和图 3 所示。

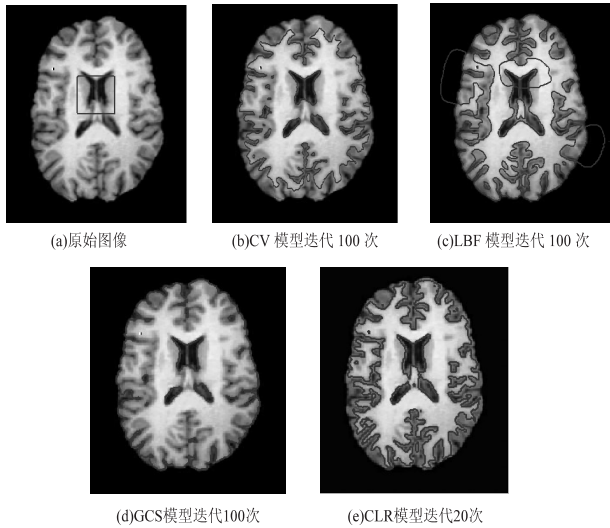


图 2 分割结果比较(1)

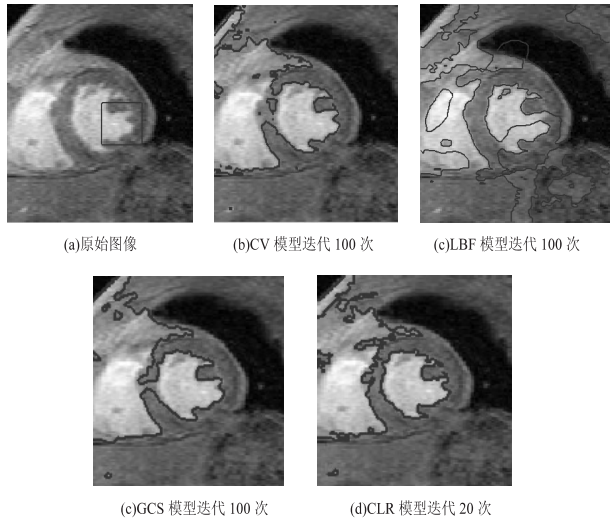


图 3 分割结果比较(2)

图 2(a)是大小为 180×149 的大脑 MR 图像。惩罚权重参数  $\theta = 0.33$ 。该图中存在较多对比度较低的目标边界,且脑白质末梢存在较多细长拓扑结构。由于 CV 模型和 GCS 模型没有考虑到局部统计信息,使得对比度较低的目标边界提取失败。虽然 LBF 模型利用高斯核函数提取了局部统计信息,能够提取一部分目标边界;但是因为 LBF 模型利用参数固定的高斯核函数估计局部统计信息,导致在演化过程中出现错误的分类,而且对于对比度较低的目标边界还是不能正确分割。CLR 模型利用充分小且接近活动轮廓曲线的邻域内的统计信息计算区域项,能够使曲线经较少的迭代演化之后停止在正确的目标边界上;同时,考虑了图像的曲率数据,能明显提取细长拓扑和具有尖状

结构的组织。

图 3(a)是大小为 180×96 的心脏 MR 图像。由于噪声和灰度分布不均,CV 模型分割出较多非感兴趣部分,而且心室和心肌之间结构弯曲部分的目标边界分割失败。虽然 GCS 模型受噪声影响较小,但同样不能分割出这部分区域。由于考虑了局部统计信息,LBF 模型能够分割出这部分区域,但是受灰度不均的变化性影响,将目标和背景进行错误分类。同时,由于 LBF 模型提取的局部统计信息不够精确,对比度较低的目标边界上的尖状末梢组织没有能够提取出来。CLR 模型能够分割出完整的目标边界,而且成功提取了对比度很低的目标边界上曲率较大的结构(尖状末梢组织),这是由于添加了曲率拟合项,使得轮廓曲线充分逼近图像中含曲率较大的目标。

从算法时间复杂度看,提出算法具有较好的计算效率,如表 1 所示。

表 1 计算时间对比					s
图像	CV 模型	LBF 模型	GCS 模型	CLR 模型	
图 2	9.67	15.67	13.33	4.12	
图 3	56.48	129.84	40.25	8.04	

5 结束语

结合基于边缘和区域的活动轮廓模型演化曲线的原理,提出了一种轮廓-局部区域的活动轮廓模型。一方面,该模型提取当前演化轮廓曲线邻域内的统计特征作为指导曲线演化的依据;另一方面,利用关于曲率的拟合项捕捉目标边界的尖状、拐点等结构。最后利用一种耦合型的快速对偶算法求解所提出的模型。通过医学 MR 图像的分割实验结果表明,与当今作为研究热点的 LBF 模型、GCS 模型相比,提出模型在准确性和时效性方面均有明显提高。

参考文献:

[1] 陈健,田捷,薛健,等.多速度函数水平集算法及在医学分割中的应用[J].软件学报,2007,18(4):842-849.

[2] 金大年,杨丰,陈武凡.基于贝叶斯分类的水平集 MR 图像分割方法[J].中国医学物理学杂志,2005,22(4):568-571.

[3] 葛琦,韦志辉,肖亮,等.基于局部特征的自适应快速图像分割模型[J].计算机研究与发展,2013,50(4):815-822.

[4] 张建伟,夏德深.基于双水平集的图像分割模型[J].计算机研究与发展,2006,43(1):120-125.

[5] Mumford D,Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42

从图中可以得出,提出算法所需运算时间远少于 OTSU 方法所需时间,帧数越大越能体现出优势。提出算法在运行时间上的优势与良好的背景提取效果,使其适用于场景复杂、较多运动目标出现的视频图像运动目标检测与分割中。

3 结束语

为克服 OTSU 分割的 Surendra 背景提取算法中存在的计算量大和精度低等问题,在分析相邻帧差分图像特征的基础上,提出一种自适应阈值的背景提取算法。通过采用切比雪夫不等式和在最大类间方差法中引入模糊技术结合的动态阈值提取差分图像的运动区域,从而准确地分割出运动区域和背景,并且能够适应光线的变化。背景更新时,利用相邻帧差和自适应阈值法得到当前帧的二值图像,再根据前景目标更新得到新的背景。仿真结果表明,新算法抗干扰能力强、处理迅速、易于实现,可建立较好的背景,效果优于常用的基于 OTSU 的 Surendra 算法,为下一阶段的运动目标检测打下了坚实的基础。

参考文献:

[1] 郭 玲. 智能视频监控中运动目标检测的算法研究[D]. 广州:华南理工大学,2013.

[2] Zhang Haiyan. Multiple moving objects detection and tracking based on optical flow in polar-log images[C]//Proceedings of the ninth international conference on machine learning and cybernetics. Qingdao:IEEE,2010:1577-1582.

[3] Ivanov V A. Interpolation algorithms in calculating the frame-to-frame difference for detecting moving point objects[J].

(上接第 90 页)

(5):577-685.

[6] Chan T F,Vese L A. Active contours without edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2001,10(2):266-277.

[7] Li C,Kao C Y,Gore J C,et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2008,17(10):1940-1949.

[8] 刘正光,马喜妹,邹 亮. 一种基于主动轮廓模型的 MRI 医学图像序列边缘提取算法[J]. 计算机应用,2006,26(7):1577-1579.

[9] 龚永义,罗笑南,黄 辉,等. 基于单水平集的多目标轮廓提取[J]. 计算机学报,2007,30(1):120-128.

[10] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision,

Optoelectronics,Instrumentation and Data Processing,2007,43(3):246-251.

[4] Barnich O, Van D M. ViBe:a universal background subtraction algorithm for video sequences[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2011,20(6):1709-1724.

[5] 张 恒,胡文龙,丁赤飏. 一种自适应学习的混合高斯模型视频目标检测算法[J]. 中国图象图形学报,2010,15(4):631-636.

[6] Haritaoglu I,Harwood D,Davis L S. W4:real time surveillance of people and their activities[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2000,22(8):809-830.

[7] Salhi A, Jammoussia Y. Object tracking system using Camshift,Meanshift and Kalman filter[J]. World Academy of Science,Engineering and Technology,2012,64:674-679.

[8] 毛燕芬,施鹏飞. 高斯核密度估计背景建模及噪声与阴影抑制[J]. 系统仿真学报,2005,17(5):1182-1184.

[9] Sahoo P K,Soltani S,Wong A K C,et al. A survey of thresholding techniques[J]. Computer Vision Graphics and Image Processing,1988,41(2):233-260.

[10] 郑 毅,刘上乾. 基于最大模糊熵和遗传算法的图像分割[J]. 光学技术,2006,32(4):578-580.

[11] Gupte S,Masoud O,Martin R F K,et al. Detection and classification of vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation System,2002,3(1):37-47.

[12] 胡 斌,宫宁生. 一种改进的 OTSU 阈值分割算法[J]. 微电子学与计算机,2009,26(12):153-155.

[13] 茆诗松,程依明,濮晓龙. 概率论与数理统计教程[M]. 北京:高等教育出版社,2008.

[14] 孙文彩,杨自春. 区间参数结构可靠性分析新模型[J]. 海军工程大学学报,2011,23(3):62-66.

2004,20(1-2):89-97.

[11] Bresson X, Esedo lu S, Vanderghelynst P, et al. Fast global minimization of the active contour/snake model[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision,2007,28(2):151-167.

[12] 罗红根,朱利民,丁 汉. 基于主动轮廓模型和水平集方法的图像分割技术[J]. 中国图象图形学报,2006,11(3):301-309.

[13] Goldstein T,Bresson X,Osher S. Geometric applications of the split Bregman method:segmentation and surface reconstruction[J]. Journal of Scientific Computing,2010,45(1-3):272-293.

[14] Wang L L,Gu Y. Efficient dual algorithms for image segmentation using TV-Allen-Cahn type models[J]. Communications in Computational Physics,2011,9(4):859-877.