

# 具有一步时延的直线电机迭代学习控制

周颖,何磊

(南京邮电大学 自动化学院,江苏 南京 210003)

**摘要:**将网络化控制引入传统的直线电机控制系统,充分发挥网络化控制的共享信息资源、减少系统布线、增加系统的灵活性和可靠性等优势,发展一种新型的网络化直线电机迭代学习控制模式。由于通信网络的限制,信息在网络通道中出现传输时延在所难免。针对测量信号在网络通信中存在随机一步时延的直线电机迭代学习控制系统,分析研究了P型迭代学习控制算法的收敛性问题。在采用Bernoulli随机序列描述一步时延,并假设其属于某个给定的数值区间的基础上,利用压缩映射方法和 $\lambda$ 范数理论给出了P型迭代算法的收敛条件,从理论上证明了算法的收敛性并进行了仿真验证。理论分析和仿真验证结果表明,尽管系统存在随机一步时延,所运用的迭代学习控制算法仍能保证跟踪误差的收敛性。

**关键词:**网络控制;一步时延;直线电机;迭代学习

**中图分类号:**TP273

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2017)06-0060-06

**doi:**10.3969/j.issn.1673-629X.2017.06.013

## Iterative Learning Control for Linear Motor System with One-step Delay

ZHOU Ying, HE Lei

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications,  
Nanjing 210003, China)

**Abstract:** The networked control is introduced to the linear motor control system to develop a new type of iterative learning control for networked linear motor system, which has many advantages such as resource sharing, less wiring, better flexibility and reliability. Due to the constraint of the communication network, the transmission delay is inevitable. Considering the measurement signal having one-step delay, the convergence problem of P-type Iterative Learning Control (ILC) algorithm has been analyzed for linear motor system. The one-step delay is described as a stochastic Bernoulli process with unknown probability under the hypothesis that the process belongs to a known numerical interval. On this basis, both of the contraction mapping theorem and  $\lambda$  norm theory have been used to derive the convergence condition of the P-type algorithm. The convergence of the algorithm has been proved by theory and simulation. Although the system has one-step delay, the results show that the tracking error can still be converged by using the P-type iterative learning control algorithm.

**Key words:** network control; one-step delay; linear motor; iterative learning

## 0 引言

直线电机是一种将电能直接转换成直线运动机械能的电力传动装置。与旋转电机相比,直线电机具有更高的转换效率和定位精度等特性,因此近年来在工业领域应用广泛。

针对执行重复任务的直线电机,迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)利用控制系统先前的控制经验,根据测量系统的实际输出和期望输出的偏

差,不断修正不准确的控制信号,向理想的控制信号逼近,以实现有限区间内的完全跟踪,而且还可以处理系统中由齿槽效应力、摩擦力、波纹推力、端部效应力等因素引起的重复或周期性扰动<sup>[1-2]</sup>。

对于直线电机迭代学习控制方面的研究已取得了丰富的研究成果<sup>[3-9]</sup>。文献[3]针对测量扰动对永磁直线电机迭代学习速度和位置跟踪控制的影响,提出了一种带有衰减因子的鲁棒迭代算法。在直线电机受

收稿日期:2016-07-05

修回日期:2016-10-20

网络出版时间:2017-04-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61104103, 61102155)

作者简介:周颖(1978-),女,博士,副教授,研究方向为网络化系统的分析与控制;何磊(1991-),男,硕士研究生,研究方向为网络化系统的分析与控制。

网络出版地址: <http://cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20170428.1703.046.html>

齿槽效应影响和执行器输入受约束的情况下,文献[4]设计了一种无模型迭代学习算法以获得最优系统输入,加快了系统收敛速度,降低了收敛误差。直线电机在不同的迭代初始位置下,文献[5]设计了线性变参数 ILC 学习律,消除了与位置无关的扰动,获得了更好的跟踪性能。文献[6]将鲁棒控制与迭代学习控制结合起来,利用鲁棒控制技术实现系统镇定,克服各种不重复干扰和不确定性的影响。针对直线电机高精度定位控制中存在的推力波动问题,文献[7]提出了基于在线运行的分段式复合 ILC 策略,有效降低了电机推力波动,提高了稳态定位精度。文献[8]考虑到外在干扰因素的不确定性和初态的随机性,改进了离散时间自适应迭代学习控制方法,提高了直线电机跟踪性能。文献[9]设计了一种 P 型前馈与 PID 型反馈相结合的迭代学习控制律,加快了收敛速度,提高了跟踪性能。

网络控制系统 (Networked Control Systems, NCS) 是随控制技术、网络技术和计算机技术的发展而形成的一种新兴控制系统<sup>[10]</sup>。通信网络由于存在通信协议、时钟非精确同步和网络拥堵等问题,时延的产生不可避免。文献[11]通过实验测试,分析了网络负载、传送数据包以及传输协议选取的不同都会对网络时延产生不同的影响。文献[12]在研究室内定位技术上,提出一种基于接收信号强度指示的简化显式时延估计 (SETDE) 算法,根据接收信号强度,更新 SETDE 算法初始时延估计值。文献[13]利用马尔可夫链描述随机时延,研究了具有随机时不变通信时延的多智能体系统的一致性问题。文献[14]针对一类具有控制时滞不确定的线性时不变系统,采用改进的 PD 型迭代学习控制算法补偿网络时滞。

已有文献针对 ILC 的网络控制系统中时延的讨论,取得了丰富的研究成果。但在时延的发生概率处理上,一般是将其描述成概率已知的 Bernoulli 过程<sup>[15-16]</sup>,具有一定的局限性,并且将网络控制技术具体应用到直线电机系统工程中的相关研究较少。为此,将网络控制技术应用于直线电机迭代学习控制系统,假设传感器到控制器的网络链路中存在随机一步时延,并且将一步时延描述为概率未知的随机 Bernoulli 过程,但假设其丢失概率属于某个已知数值区间。利用压缩映射方法和  $\lambda$  范数理论推导出所提算法的收敛性充分条件。通过数值仿真验证该算法的有效性。

## 1 系统建模

永磁同步电机的非线性模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = \frac{u(t) - f_{\text{friction}}(t) - f_{\text{ripple}}(t)}{m} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $f_{\text{friction}}(t)$  为摩擦力;  $f_{\text{ripple}}(t)$  为推力脉冲;  $u(t)$  为推力;  $m$  为质量;  $x(t)$  为位置;  $v(t)$  为速度;  $t$  为连续时间。

摩擦力的模型为:

$$f_{\text{friction}}(t) = [f_c + (f_s - f_c)e^{-(v/v_s)^2}] \text{sign}(v) + B_v v \quad (2)$$

其中,  $f_s$  为静态摩擦力;  $f_c$  为库伦摩擦力的最小值;  $v_s$  为实验测得的润滑参数;  $B_v$  为粘滞摩擦参数。

根据电机结构中的齿槽效益,磁阻产生的脉冲力模型为:

$$f_{\text{ripple}}(t) = A_r \sin(\omega_0 x) \quad (3)$$

其中,  $A_r$  为振幅;  $\omega_0$  为角速度。

针对式(1) ~ (3)所示的永磁直线电机模型,可以写成具有如下形式的非线性离散系统。

$$\begin{cases} x_k(t+1) = f[x_k(t)] + B[x_k(t)]u_k(t) \\ y_k(t) = Cx_k(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $k$  为系统迭代次数;  $t \in [0, N]$  为离散时刻;  $x_k(t)$  为系统状态变量,对应式(1)中的位置和速度;  $u_k(t)$  为控制输入变量,对应式(1)中的推力;  $y_k(t)$  为控制输出变量;  $C$  为已知常数;  $f(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  为非线性函数。

对于非线性系统(4),一种简单有效的 ILC 方法为:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + Le_k(t+1) \quad (5)$$

其中,  $u_{k+1}(t)$  和  $u_k(t)$  分别为第  $k+1$  次和第  $k$  次迭代系统的控制信号,也就是当前迭代周期和前一次迭代周期的控制信号;  $e_k(t+1) = y_d(t+1) - y_k(t+1)$  为第  $k$  次迭代周期第  $t+1$  时刻的输出误差,  $y_k(t)$  为测量输出,  $y_d(t)$  为期望输出;  $L$  为学习增益因子。

考虑网络环境下直线电机迭代学习控制系统的结构图如图1所示。

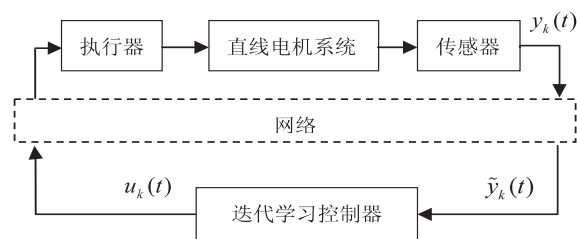


图1 网络环境下直线电机迭代学习控制结构图

对于图1所示系统,假设测量输出  $y_k(t)$  在传感器到控制器网络通信中发生了一步时延,则控制器接收到的测量信号可表示为:

$$\tilde{y}_k(t) = \gamma(t)y_k(t) + (1 - \gamma(t))y_k(t-1) \quad (6)$$

测量信号的随机一步时延通过  $\gamma(t) \in R$  来描述, 其取值为 0 和 1。当  $\gamma(t) = 1$  时, 表示未发生时延, 系统输出为  $y_k(t)$ ; 当  $\gamma(t) = 0$  时, 表示发生了时延, 则采用上一个时刻的输出  $y_k(t-1)$ 。假设它满足 Bernoulli 序列分布,  $\gamma(t)$  的概率为:

$$\begin{cases} \text{prob}\{\gamma(t) = 1\} = E\{\gamma(t)\} = \bar{\gamma} \\ \text{prob}\{\gamma(t) = 0\} = 1 - E\{\gamma(t)\} = 1 - \bar{\gamma} \\ E\{(\gamma(t))^2\} = \bar{\gamma} \end{cases} \quad (7)$$

$\bar{\gamma}$  不确定, 但假设属于如下的数值区间:

$$\bar{\gamma} \in [\gamma_{\min}, \gamma_{\max}] \quad (8)$$

其中,  $\gamma_{\min}$  和  $\gamma_{\max}$  分别表示一步时延概率的最小值和最大值。

$\gamma_{\max}$  和  $\gamma_{\min}$  是已知的, 且  $0 < \gamma_{\min} \leq \gamma_{\max} \leq 1$ , 取

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_{\min} + \gamma_{\max}}{2}, \gamma_1 = \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}{2} \quad (9)$$

则  $\bar{\gamma} \in [\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$  可以表示为:

$$\begin{cases} \bar{\gamma} = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \Delta\gamma \\ |\Delta\gamma| \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

注: 以往在一步时延迭代学习控制研究中对时延的概率一般都是以具体数值表示的, 但在实际工程中, 一步时延概率并不是固定不变的, 可以认为是时变的或者用式(8)数值区间的形式来表示, 这样更能体现对于问题考虑的全面性。这种方法也可以应用到数据丢失系统的研究中。

综上所述, 具有测量信号随机一步时延的直线电机迭代学习控制系统可表示为:

$$\begin{cases} x_k(t+1) = f[x_k(t)] + B[x_k(t)]u_k(t) \\ \tilde{y}_k(t) = \gamma(t)Cx_k(t) + (1 - \gamma(t))Cx_k(t-1) \end{cases} \quad (11)$$

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \tilde{L}\tilde{e}_k(t+1) \quad (12)$$

其中,  $\tilde{e}_k(t+1) = y_d(t+1) - \tilde{y}_k(t+1)$ 。

针对系统(11), 给出如下假设:

假设 1: 非线性函数  $f(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  满足 Lipschitz 条件, 即对于所有  $t \in [0, N]$ , 存在有界常数  $k_f, k_b$  满足:

$$\begin{cases} |f[x_1(t)] - f[x_2(t)]| \leq k_f |x_1(t) - x_2(t)| \\ |B[x_1(t)] - B[x_2(t)]| \leq k_b |x_1(t) - x_2(t)| \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $x_1(t), x_2(t)$  为任意两个状态变量。

假设 2: 系统的初始条件满足  $x_k(0) = x_d(0)$ ,  $x_k(0)$  为迭代初态,  $x_d(0)$  为期望初态。

假设 3: 对于给定的期望输出  $y_d(t)$ , 存在控制输入  $u_d(t)$  和状态  $x_d(t)$  满足:

$$\begin{cases} x_d(t+1) = f[x_d(t)] + B[x_d(t)]u_d(t) \\ y_d(t) = Cx_d(t) \end{cases} \quad (14)$$

主要工作数据: 对于直线电机系统(1), 假设测量信

号由于通信网络的引入, 在网络通道中发生了一步时延, 并且其发生概率未知。采用迭代学习算法(12), 选取适当的学习增益因子使得直线电机控制系统在网络环境下其系统输出能够收敛于期望输出, 即对  $t \in [0, N]$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) \rightarrow y_d(t)$ 。

## 2 收敛性分析

引理 1:  $\forall a > 1, \forall \lambda > 1, \forall i \in \mathbb{Z}_+$ , 则式(15)成立。

$$\sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{t-1} a^{t-1-j} \|E\{|\Delta u_k(j)|\}\|_2 \leq \left(\frac{1-a^{-(\lambda-1)T}}{a^\lambda - a}\right) \|E\{|\Delta u_k|\}\|_{(\lambda, a)} \quad (15)$$

证明:

$$\begin{aligned} & \sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{t-1} a^{t-1-j} \|E\{|\Delta u_k(j)|\}\|_2 = \\ & a^{-1} \sup_{t \in [0, N]} a^{-t(\lambda-1)} \sum_{j=0}^{t-1} a^{-\lambda j} \|E\{|\Delta u_k(j)|\}\|_2 a^{(\lambda-1)j} \leq \\ & a^{-1} \|E\{|\Delta u_k(t)|\}\|_{(\lambda, a)} \sup_{t \in [0, N]} a^{-t(\lambda-1)} \frac{a^{(\lambda-1)t} - 1}{a^{\lambda-1} - 1} \leq \\ & \left(\frac{1-a^{-(\lambda-1)T}}{a^\lambda - a}\right) \|E\{|\Delta u_k(t)|\}\|_{(\lambda, a)} \end{aligned}$$

证毕。

引理 2: 假设实序列  $\{a_k\}$  满足:  $a_k \leq \rho_1 a_{k-1} + \rho_2 a_{k-2} + \dots + \rho_N a_{k-N} + \varepsilon$ 。其中,  $k = N+1, N+2, \dots$ ,  $\rho_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, N)$ ,  $\varepsilon \geq 0, \rho = \sum_{i=1}^N \rho_i < 1$ 。那么:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k \leq \frac{\varepsilon}{1 - \rho} \quad (16)$$

证明:

设  $k_1 \in \{k-1, k-2, \dots, k-N\}$  为序列号, 满足:

$$a_{k_1} = \max\{a_{k-1}, a_{k-2}, \dots, a_{k-N}\}$$

那么根据引理 2 中的假设, 有:

$$a_k \leq \rho_1 a_{k-1} + \rho_2 a_{k-2} + \dots + \rho_N a_{k-N} + \varepsilon \leq \rho a_{k_1} + \varepsilon$$

类似的, 设  $k_2 \in \{k-1, k-2, \dots, k-N\}$  为序列号, 满足:

$$a_{k_2} = \max\{a_{k-1}, a_{k-2}, \dots, a_{k-N}\}$$

那么,  $a_{k_1} \leq \rho a_{k_2} + \varepsilon$ , 所以有  $a_k \leq \rho^2 a_{k_2} + \rho\varepsilon + \varepsilon$ 。

更具一般性的, 有:

$$a_k \leq \rho^m a_{k_m} + \rho^{m-1}\varepsilon + \rho^{m-2}\varepsilon + \dots + \rho\varepsilon + \varepsilon =$$

$$\rho^m a_{k_m} + \frac{1 - \rho^m}{1 - \rho} \varepsilon$$

其中,  $m$  和  $k_m$  均为正整数, 如果  $m$  选择  $k_m \leq N$ , 则

$\frac{k}{N} - 1 \leq m \leq n - N$ , 所以当  $k \rightarrow \infty$ , 有  $m \rightarrow \infty$ 。设

$M = \max\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ , 则

$$a_k \leq \rho^m M + \frac{1 - \rho^m}{1 - \rho} \varepsilon \quad (17)$$

这意味着

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k \leq \frac{\varepsilon}{1 - \rho}$$

证毕。

主要结果通过如下定理给出。

定理1:假设将迭代学习律(12)应用于系统(11),并且满足假设1~3,如果存在 $\rho$ ,满足不等式:

$$|1 - L\bar{\gamma}CB(x_k(t))| \leq \rho < 1 \quad (18)$$

则对所有的 $t \in [0, N]$ , 有 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[y_k(t)] \rightarrow y_d(t)$ 。

证明:

记 $\Delta u_k(t) = u_d(t) - u_k(t)$ ,  $\Delta x_k(t) = x_d(t) - x_k(t)$ , 则有:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_k(t+1) &= y_d(t+1) - \tilde{y}_k(t+1) = \\ &= y_d(t+1) - \gamma(t)y_k(t+1) - \\ &= (1 - \gamma(t))y_k(t) = \\ &= \gamma(t)e_k(t+1) + (1 - \gamma(t))e_k(t) + \\ &= (1 - \gamma(t))\delta(t) \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\delta(t) = y_d(t+1) - y_d(t)$ 。

$$\begin{aligned} \Delta x_k(t+1) &= x_d(t+1) - x_k(t+1) = \\ &= f(x_d(t)) - f(x_k(t)) + \\ &= B(x_d(t))u_d(t) - B(x_k(t))u_k(t) = \\ &= f(x_d(t)) - f(x_k(t)) + \\ &= B(x_k(t))\Delta u_k(t) + \\ &= (B(x_d(t)) - B(x_k(t)))u_d(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta u_{k+1}(t) &= u_d(t) - u_{k+1}(t) = u_d(t) - u_k(t) - \\ &= L\tilde{e}_k(t+1) = \Delta u_k(t) - L\tilde{e}_k(t+1) = \\ &= \Delta u_k(t) - L\{\gamma(t)C[f(x_d(t)) + \\ &= B(x_d(t))u_d(t) - f(x_k(t)) - \\ &= B(x_k(t))u_k(t)] + (1 - \gamma(t))C\Delta x_k(t) + \\ &= (1 - \gamma(t))\delta(t)\} = \Delta u_k(t) - \\ &= L\{\gamma(t)C[f(x_d(t)) - f(x_k(t)) + \\ &= B(x_k(t))u_k(t) + (B(x_d(t)) - \\ &= B(x_k(t)))u_d(t)] + \\ &= (1 - \gamma(t))C\Delta x_k(t) + (1 - \\ &= \gamma(t))\delta(t)\} \end{aligned} \quad (21)$$

根据假设1,由式(21)可得:

$$\begin{aligned} |\Delta u_{k+1}(t)| &\leq |(1 - L\gamma(t)CB(x_k(t)))| |\Delta u_k(t)| + \\ &= |L\gamma(t)C(k_f + k_b\beta)| |\Delta x_k(t)| + \\ &= |L(1 - \gamma(t))C| |\Delta x_k(t)| + \\ &= |L(1 - \gamma(t))| |\delta(t)| = \\ &= |(1 - L\gamma(t)CB(x_k(t)))| |\Delta u_k(t)| + \\ &= |L\gamma(t)C(k_f + k_b\beta)| |\Delta x_k(t)| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &|L(1 - \gamma(t))C| |\Delta x_k(t)| + \\ &|L(1 - \gamma(t))| |\delta(t)| \end{aligned} \quad (22)$$

这里,  $\beta = \sup_{t \in [0, N]} |u_d(t)|$ 。

根据假设1,利用Lipschitz条件,式(20)可得:

$$\begin{aligned} |\Delta x_k(t)| &\leq (k_f + k_b |u_d(t-1)|) |\Delta x_k(t-1)| + \\ &= |B(x_k(t-1))| |\Delta u_k(t-1)| \leq k_1 \\ &= |\Delta x_k(t-1)| + k_2 |\Delta u_k(t-1)| \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $k_1 = k_f + k_b |u_d(t-1)|$ ,  $k_2 =$

$$\sup_{t \in [0, N]} |B(x_k(t-1))|。$$

由于 $|\Delta x_k(0)| = 0$ ,将上式右端的 $\Delta u_k(t-1)$ 依次展开后可得:

$$|\Delta x_k(t)| \leq \sum_{j=0}^{t-1} k_1^{t-1-j} k_2 |\Delta u_k(j)| \quad (24)$$

将式(24)带入式(22),可得:

$$\begin{aligned} |\Delta u_{k+1}(t)| &\leq \\ &= |(1 - L\gamma(t)\eta(t)CB(x_k(t)))| |\Delta u_k(t)| + \\ &= |L\gamma(t)\eta(t)C(k_f + k_b\beta)| \sum_{j=0}^{t-1} k_1^{t-1-j} k_2 |\Delta u_k(j)| + \\ &= |L(1 - \gamma(t))\eta(t)C| \sum_{j=0}^{t-1} k_1^{t-1-j} k_2 |\Delta u_k(j)| + \\ &= |L(1 - \gamma(t))\eta(t)| |\delta(t)| \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)两端取期望,得:

$$\begin{aligned} E\{|\Delta u_{k+1}(t)|\} &\leq \rho E\{|\Delta u_k(t)|\} + \\ &= k_2 k_3 \sum_{j=0}^{t-1} k_1^{t-1-j} E\{|\Delta u_k(j)|\} + \\ &= k_4 |\delta(t)| \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\rho = |(1 - L\bar{\gamma}CB(x_k(t)))|$ ,  $k_3 = |L\bar{\gamma}C(k_f + k_b\beta) + L(1 - \bar{\gamma})C|$ ,  $k_4 = |L(1 - \bar{\gamma})|$ 。

上式两端取 $\|\cdot\|_2$ 范数,可得:

$$\begin{aligned} \|E\{|\Delta u_{k+1}(t)|\}\|_2 &\leq \rho \|E\{|\Delta u_k(t)|\}\|_2 + \\ &= k_2 k_3 \sum_{j=0}^{t-1} a^{t-1-j} \|E\{|\Delta u_k(j)|\}\|_2 + \\ &= k_4 \|\delta(t)\|_2 \end{aligned} \quad (27)$$

其中,  $a \geq k_1$ 。

为了处理式(27)中的指数 $a^t$ 算子,引入 $\lambda$ -范数。式(27)两边同时乘以指数函数 $a^{-\lambda t}$ ,并且同时在时间域 $[0, N]$ 内取极大值,可得:

$$\begin{aligned} \sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \|E\{|\Delta u_{k+1}(t)|\}\|_2 &\leq \\ &= \rho \sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \|E\{|\Delta u_k(t)|\}\|_2 + \\ &= k_2 k_3 \sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{t-1} a^{t-1-j} \|E\{|\Delta u_k(j)|\}\|_2 + \\ &= k_4 \mu \end{aligned} \quad (28)$$

其中,  $\mu = \sup_{t \in [0, N]} a^{-\lambda t} \|\delta(t)\|_2$ 。

由引理1可知:

$$\|E\{|\Delta u_{k+1}(t)|\}\|_{(\lambda, a)} \leq$$

$$\left( \rho + k_2 k_3 \frac{1 - a^{-(\lambda-1)N}}{a^\lambda - a} \right)$$

$$\|E\{\|\Delta u_k(t)\|\}_{(\lambda,a)} + k_4 \mu \quad (29)$$

由于  $0 < \rho < 1$ , 选取足够大的  $\lambda$ , 满足如下关系:

$$\rho_1 = \rho + k_2 k_3 \frac{1 - a^{-(\lambda-1)N}}{a^\lambda - a} < 1 \quad (30)$$

可将式(29)改写为:

$$\rho_1 \|E\{\|\Delta u_k(t)\|\}_{(\lambda,a)} \leq \|E\{\|\Delta u_{k+1}(t)\|\}_{(\lambda,a)} + k_4 \mu \quad (31)$$

根据引理 2, 上式意味着:

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|E\{\|\Delta u_k\|\}_{(\lambda,a)} \leq \frac{k_4 \mu}{1 - \rho_1} \quad (32)$$

当采样周期足够小的时候, 即  $\delta(t) = y_d(t+1) - y_d(t)$  的极大值有界且很小, 则  $\limsup_{k \rightarrow \infty} \|E\{\|\Delta u_k\|\}_{(\lambda,a)} \rightarrow 0$ , 这意味着当  $k \rightarrow \infty$ ,  $E\{u_k(t)\} \rightarrow u_d(t)$ ,  $E\{y_k(t)\} \rightarrow y_d(t)$ 。证毕。

### 3 实验结果

对于永磁直线电机系统模型

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = \frac{u(t) - f_{\text{friction}}(t) - f_{\text{ripple}}(t)}{m} \\ f_{\text{friction}}(t) = [f_c + (f_s - f_c)e^{-(v/v_s)^2}] \text{sign}(v) + B_v v \\ f_{\text{ripple}}(t) = A_r \sin[\omega_0 x(t)] \end{cases}$$

其参数设置为:  $m = 0.59 \text{ kg}$ ,  $f_c = 10 \text{ N}$ ,  $f_s = 20 \text{ N}$ ,  $f_v = 10 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $v_s = 0.01$ ,  $B_v = 10$ ,  $A_r = 8.5 \text{ N}$ ,  $\omega_0 = 314 \text{ rad/s}$ , 采样周期  $h = 0.001 \text{ s}$ 。期望轨迹为:  $y_d(t) = 60(t^5 - 2.5t^4 + \frac{5}{3}t^3)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ , 且设置初始状态  $x_k(0) = 0$ 。学习增益取  $L = 8.5$ 。

由于通信网络的存在, 假设测量信号在传感器到控制器的网络通道中发生了一步时延, 且其概率  $\bar{\gamma}$  不确定, 但  $\bar{\gamma} \in [0.8, 1]$ , 通过式(11)可得  $\gamma_0 = 0.9$ ,  $\gamma_1 = 0.1$ 。仿真结果如图 2 和图 3 所示。

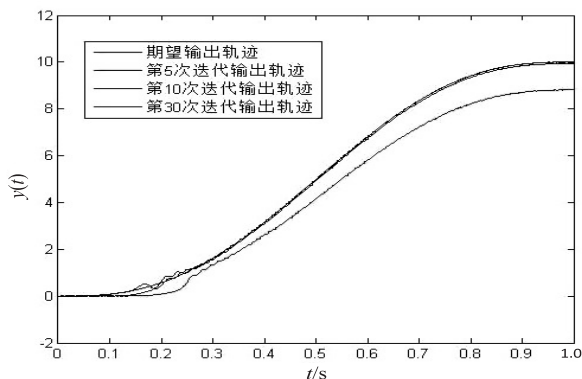


图 2  $\bar{\gamma} \in [0.8, 1]$  时不同迭代次数下  
系统输出轨迹

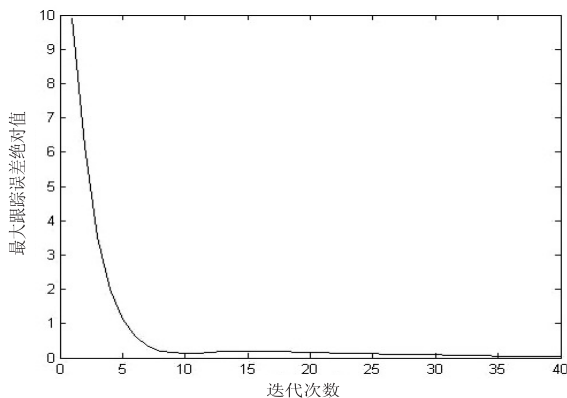


图 3  $\bar{\gamma} \in [0.8, 1]$  时最大跟踪误差  
当  $\bar{\gamma} \in [0.3, 1]$ , 通过式(11)可得  $\gamma_0 = 0.65$ ,  $\gamma_1 = 0.35$ 。仿真结果如图 4 和图 5 所示。

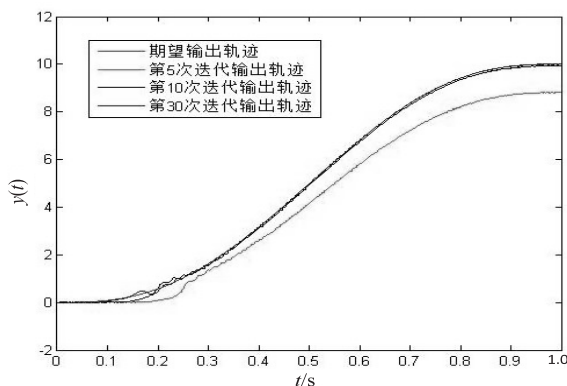


图 4  $\bar{\gamma} \in [0.3, 1]$  时不同迭代次数下的  
系统输出轨迹

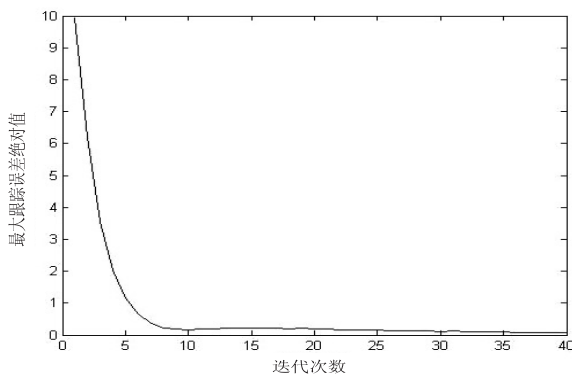


图 5  $\bar{\gamma} \in [0.3, 1]$  时最大跟踪误差

从图 2~5 可知, 尽管系统存在测量数据一步时延的情况, 但是其最大跟踪误差依旧能够收敛到一个较小的界内。系统经过一定次数的迭代后趋于稳定。

### 4 结束语

针对一类测量数据存在随机一步时延的直线电机迭代学习控制系统, 在分析研究了 P 型迭代学习控制算法收敛性问题的基础上, 给出了算法的收敛条件, 理论证明了算法的收敛性并进行了仿真验证。理论分析和仿真结果表明, 当系统存在一步时延时, 所提的 P 型



迭代学习控制算法仍然可以保证跟踪误差的收敛性。

参考文献:

[1] Tan K K, Dou H F, Chen Y Q, et al. High precision linear motor control via relay-tuning and iterative learning based on zero-phase filtering[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9(2): 244-253.

[2] Lee T H, Tan K K, Lim S Y, et al. Iterative learning control of permanent magnet linear motor with relay automatic tuning[J]. Mechatronics, 2000, 10(1-2): 169-190.

[3] 张宏伟, 余发山, 卜旭辉, 等. 基于鲁棒迭代学习的永磁直线电机控制[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(6): 81-86.

[4] Janssens P, Pipeleers G, Swevers J. Mode-free iterative learning control for LTI systems and experimental validation on a linear motor test setup[C]//American control conference. [s. l.]: [s. n.], 2011: 4287-4292.

[5] Butcher M, Karimi A. Linear parameter-varying iterative learning control with application to a linear motor system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2010, 15(3): 412-420.

[6] 樊立萍, 刘义. 直线电机的  $H_\infty$  迭代学习控制设计[J]. 电力系统及其自动化学报, 2009, 21(2): 87-91.

[7] 杨俊友, 马航, 关丽荣, 等. 永磁直线电机二维分段复合迭代学习控制[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(30): 74-80.

[8] Jin Shangtai, Hou Zhongsheng, Chi Ronghu. Discrete-time adaptive iterative learning control for permanent magnet linear motor[C]//IEEE international conference on cybernetics and intelligent systems. [s. l.]: IEEE, 2011: 69-74.

[9] Jia Heshuai, Cao Rongmin, Zhou Huixing. Research on the iterative learning control method for linear motor[C]//International conference on electrical machines and systems. [s. l.]: [s. n.], 2011: 1-5.

[10] 赵维俭, 袁华强, 李迪, 等. 一类物联网控制系统中的时延问题研究[J]. 计算机科学, 2014, 41(s1): 303-305.

[11] 桂芳, 全书海. 网络控制系统传输时延分析与测试[J]. 计算机应用, 2005, 25(10): 2264-2266.

[12] 王鹏, 张晓彤, 徐丽媛, 等. 基于自适应时延估计的室内近场测距算法[J]. 计算机学报, 2016, 39(32): 1-19.

[13] 高庆文, 樊春霞, 韦庆阳. 具有随机时延的多智能体系统的一致性研究[J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(10): 52-55.

[14] 张严心, 徐健洲. 不确定时滞系统的 PD 型迭代学习控制算法[J]. 北京交通大学学报, 2012, 36(2): 70-73.

[15] Liu Chunping, Xu Jianxin, Wu Jun. Iterative learning control for remote control systems with communication delay and data dropout[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012(3): 705474.

[16] 黄立勋, 方勇. 测控信号随机时延对迭代学习控制系统的影响[J]. 应用科学学报, 2014, 32(2): 156-162.

(上接第 59 页)

[2] Candes E. Compressive sampling[C]//Proceeding of the international congress of mathematicians. [s. l.]: [s. n.], 2006: 1433-1452.

[3] 方红, 章权兵, 韦穗. 基于非常稀疏随机投影的图像重建方法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(22): 25-27.

[4] Candes E, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections; universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 52(12): 5406-5425.

[5] 马庆涛, 唐加山. 基于压缩感知的测量矩阵研究[J]. 微型机与应用, 2013, 32(8): 64-67.

[6] Baraniuk R. A lecture on compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-121.

[7] Donoho D L, Stark P B. Uncertainty principles and signal recovery[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1989, 49(3): 906-931.

[8] 徐静, 王彩云. 压缩感知测量矩阵优化混合方法[J]. 深圳大学学报: 理工版, 2014, 31(1): 58-62.

[9] Zhao Ruizhen, Qin Zhou, Hu Shaohai, et al. An optimization method for measurement matrix based on eigenvalue decomposition[J]. Signal Processing, 2012, 28(5): 654-656.

[10] Nhat V D M, Vo D, Halla S, et al. Efficient projection for compressed sensing[C]//Proceedings of the computer and

information science. [s. l.]: [s. n.], 2008: 322-327.

[11] Elad M. Optimized projections for compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(12): 5695-5702.

[12] Abolghasemin V, Ferdowsi S, Makkiabadi B, et al. A robust approach for optimization of the measurement matrix in compressed sensing[C]//International workshop on cognitive information processing. Elba Island: IEEE Press, 2010: 388-392.

[13] Abolghasemin V, Ferdowsi S, Sanei S. A gradient-based alternating minimization approach for optimization of the measurement matrix in compressed sensing[J]. Signal Processing, 2012, 92(3): 999-1009.

[14] Abolghasemi V, Ferdowsi S, Makkiabadi B, et al. On optimization of the measurement matrix for compressive sensing[C]//18th European signal processing conference. [s. l.]: IEEE, 2010: 427-431.

[15] 彭玉楼, 何怡刚, 林斌. 基于奇异值分解的压缩感知噪声信号重构算法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(12): 2655-2660.

[16] 傅迎华. 可压缩传感重构算法与近似 QR 分解[J]. 计算机应用, 2008, 28(9): 2300-2302.