

具有时变时延和丢包的网络控制系统 H_∞ 控制

周 颖, 郑 凤, 何 磊

(南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210003)

摘 要: 针对一类同时具有时变时延和丢包的网络化控制系统, 设计使得闭环系统均方意义下指数稳定的 H_∞ 状态反馈控制器, 并且满足给定的 H_∞ 性能指标。已知系统从传感器到控制器之间通道具有数据包丢失和时变时延, 控制器到执行器通道具有时变时延。假设网络诱导总时延小于等于一个采样周期, 将时延的时变系数转换为系统参数矩阵的不确定性, 因此系统被建模为范数有界的不确定系统。使用 Bernoulli 随机序列描述数据包丢失且数据丢失概率已知。基于线性矩阵不等式 (LMI) 方法和李雅普诺夫 (Lyapunov) 稳定性原理, 给出并证明了所设计控制器存在的充分条件, 并将控制器设计问题转换为求解线性矩阵不等式可行解的问题。最后给出了仿真实例, 验证了采用的设计控制器方法的有效性和可行性。

关键词: 时变时延; 丢包; 网络控制系统; H_∞ 控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2017)05-0164-06

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2017.05.034

H_∞ Control of Networked Control Systems with Time-varying Delay and Packet Dropout

ZHOU Ying, ZHENG Feng, HE Lei

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing 210003, China)

Abstract: For a class of networked control systems with time-varying delay and packet dropout, a H_∞ controller is designed in order to make the closed-loop system mean square stable and meet the prescribed H_∞ disturbance attenuation level. It is known that the system has data packet loss and time-varying delay from the sensor to the controller, and time varying delay from the controller to actuator. The total time delay is less than one sampling period. The uncertainty of delay is turned into the unknown parameters of the system equation so that the system is modeled as a norm bounded uncertain system. Data packet dropout is assumed to be satisfied with the Bernoulli distribution sequence with known probability. Sufficient conditions for the existence of the state feedback controller are given by linear matrix inequality and Lyapunov principle. And the controller design problem is transformed into solving the feasible solution of the linear matrix inequality. A simulation example is given to prove the effectiveness and feasibility of the design method.

Key words: time-varying delay; packet dropout; networked control system; H_∞ control; linear matrix inequality

0 引 言

在过去十年中, 通信、计算机以及控制技术的飞速发展, 大大地影响了控制系统的结构。随着控制对象复杂度的增加, 控制区域的扩大, 传统的控制系统已经满足不了复杂的需求。因此, 网络控制系统 (NCS) 应运而生^[1-3]。

在 NCS 给人们带来极大便利的同时, 由于网络自身的特性, 也给设计和分析 NCS 带来了麻烦。其中突

出的两个问题就是时延和丢包。网络控制系统在数据传输过程中往往伴随着时延和丢包。设计一个现实的 NCS 必须要考虑到时延和丢包对系统的影响, 否则将会导致系统性能下降甚至失稳^[4-7]。

关于网络控制系统丢包和时延的问题, 很多文献都给出了解决方法^[8-10]。文献[11]考虑了传感器到控制器之间的时延和丢包, 用 Markov 随机序列描述数据丢失并且设计了一个状态反馈控制器使得系统达到

收稿日期: 2016-05-31

修回日期: 2016-09-02

网络出版时间: 2017-03-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61104103, 61102155)

作者简介: 周 颖 (1978-), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为网络化控制系统的分析与设计、复杂大系统的自适应控制、非线性系统的控制理论及应用; 郑 凤 (1992-), 女, 硕士研究生, 研究方向为网络化控制系统的分析与设计。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.tp.20170313.1545.032.html>

稳定。文献[12]用 Bernoulli 随机序列描述丢包,丢包的概率属于一个已知的区间。文献[13]针对具有随机时延的 NCS 设计 H^∞ 控制器,随机时延满足 Bernoulli 随机序列。文献[14]假设系统时延恒定,将系统动态地分成多种情况来考虑,用多个子系统描述不同丢包情况下的网络化系统模型。

文献[15]假设网络控制系统的时延为一步时延,方便了对系统的分析,却人为地增加了网络时延。文献[16]在处理时延时,采用在控制器和执行器接收端设置缓冲区的方法,随机时延即被转为确定时延,实际处理的时延是定常时延。文献[17]讨论了具有一步时延和丢包的网络控制系统的 H^∞ 滤波器的设计问题,用两个不相关的 Bernoulli 随机序列分别描述一步时延和丢包。

现如今,针对具有时延和丢包的网络控制系统的研究已经有很多成果,但仍然存在不足。网络诱导时延由前向通道和反馈通道的时延组成,上述有些文献只解决了前向通道的时延。有些文献只考虑时延或丢包其中一种情况下 NCS 的控制问题。而有的文献即使同时考虑到时延和丢包,但均是假设网络诱导时延是已知的常数。事实上,时延和丢包总是同时发生的,而且时延并不一定是常数,丢包也具有随机性。

针对上述情况,研究了具有时延和丢包的网络控制系统的 H^∞ 控制。不仅考虑了传感器到控制器的时延,也考虑了控制器到执行器之间的时延,并且假设时延是时变的,将未知的时延变量处理成系统参数的不确定性,利用 Bernoulli 随机序列描述数据丢失。通过 LMI 和 Lyapunov 函数给出了 H^∞ 控制器存在的充分条件。

1 问题描述

具有时延和丢包的网络控制系统的结构如图 1 所示。

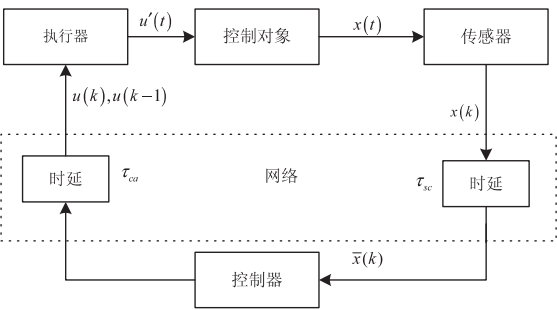


图 1 系统结构图

图中, τ_{sc} 表示传感器到控制器通道之间的时延, τ_{ca} 表示控制器到执行器通道之间的时延。网络诱导总时延为 τ_k ($\tau_k = \tau_{sc} + \tau_{ca}$)。文中时延考虑为时变短时延,所以 $\tau_k \in [0, T]$, T 为一个采样周期。假设丢包

发生在前向通道,满足 Bernoulli 随机序列且概率已知。

基于上述假设,可以得到控制器端接收到的状态变量 $\bar{x}(k)$:

$$\bar{x}(k) = \alpha(k)x(k) \tag{1}$$

其中, $\alpha(k)$ 是一个 Bernoulli 随机序列,其值可取 0 或 1,满足如下概率:

$$\begin{aligned} \text{prob}\{\alpha(k) = 1\} &= E\{\alpha(k)\} = \alpha \\ \text{prob}\{\alpha(k) = 0\} &= 1 - E\{\alpha(k)\} = 1 - \alpha \end{aligned} \tag{2}$$

当 $\alpha(k) = 1$ 时,表示前向通道的数据成功传输,即没有发生丢包;当 $\alpha(k) = 0$ 时, $\bar{x}(k)$ 等于 0,数据全部丢失。 α 是一个已知的介于 0 到 1 之间的数。

考虑如下的线性时不变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + G\omega(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ z(t) = Mx(t) + H\omega(t) \end{cases} \tag{3}$$

其中, $u(t) \in R^m, x(t) \in R^n, y(t) \in R^n, z(t) \in R^q, \omega(t) \in R^q$ 分别表示控制输入、系统状态、系统输出、控制输出和外部干扰; A, B, C, G, H, M 为具有适当维数的已知矩阵。

对方程(3)进行离散化,得到:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + (B_0 + DF(\tau_k)E)u(k) + (B_1 + DF(\tau_k)E)u(k-1) + G\omega(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ z(k) = Mx(k) + H\omega(k) \end{cases} \tag{4}$$

其中:

$$\begin{cases} A_d = e^{AT} \\ B_0 = A \text{diag}(-\frac{1}{\lambda_1}, \dots, -\frac{1}{\lambda_n})A^{-1}B \\ B_1 = A \text{diag}(-\frac{1}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 T}, \dots, -\frac{1}{\lambda_n}e^{-\lambda_n T})A^{-1}B \\ D = A \text{diag}(-\frac{1}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 \alpha_1}, \dots, -\frac{1}{\lambda_n}e^{-\lambda_n \alpha_n})A^{-1}B \\ F(\tau_k) = \text{diag}(e^{\lambda_1(T-\tau_k-\alpha_1)}, \dots, e^{\lambda_n(T-\tau_k-\alpha_n)}) \\ E = A^{-1}B \end{cases} \tag{5}$$

其中, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为矩阵 A 的特征值; A_1, A_2, \dots, A_n 是矩阵 A 的特征向量。

$F(\tau_k)$ 满足:

$$F^T(\tau_k)F(\tau_k) \leq I \tag{6}$$

针对系统(3),设计如下的状态反馈控制器:

$$u(k) = K\bar{x}(k) = K\alpha(k)x(k) \tag{7}$$

将式(7)代入式(4),得到闭环控制系统的方

程为:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + \alpha(k)(B_0 + DF(\tau_k)E)Kx(k) + \\ \alpha(k)(B_1 + DF(\tau_k)E)Kx(k-1) + G\omega(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ z(k) = Mx(k) + H\omega(k) \end{cases} \quad (8)$$

针对闭环控制系统(8),设计形如式(7)的控制器,满足:

- (1) 闭环系统(8)均方意义下指数稳定;
- (2) 零初始条件下,系统控制输出满足:

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{ \|z_k\|^2 \} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{ \|\omega_k\|^2 \} \quad (9)$$

其中, γ 给定且大于 0。

以下是证明闭环系统(8)稳定性时用到的引理:

引理 1: 如果存在 $\kappa > 0, 0 < \tau < 1$, 满足 $E\{ \|x(k)^2\| \} < \kappa \tau E\{ \|x(0)^2\| \}$, 其中 $\forall x(k) \neq 0, x(k) = [x_1^T(k) \cdots x_n^T(k)]^T$, 则闭环系统(8)均方意义下指数稳定。

引理 2: $V(x(k))$ 为 Lyapunov 函数, 如果存在正实数 $\lambda \geq 0, \mu > 0, \nu > 0$ 和 $0 < \psi < 1$ 满足:

$$\begin{aligned} \mu \|x(k)\|^2 &\leq V(x(k)) \leq \nu \|x(k)\| \\ E\{ V(x(k+1)) | x(k) \} - V(x(k)) &\leq \\ \lambda - \psi V(x(k)) \end{aligned} \quad (10)$$

那么有:

$$E\{ \|x(k)^2\| \} \leq \frac{\nu}{\mu} \|x(0)\|^2 (1 - \psi)^k + \frac{\lambda}{\mu\psi} \quad (11)$$

引理 3: 设 Z_1, Z_2, Z_3, Δ_k 为适当位数的矩阵, $\Delta_k^T < I$, 矩阵满足:

$$Z_1 + Z_3 \Delta_k Z_2 + Z_2^T \Delta_k^T Z_3^T < 0 \quad (12)$$

则存在任意正数 ε 使得:

$$Z_1 + \varepsilon^{-1} Z_3 Z_3^T + \varepsilon Z_2 Z_2^T < 0, \exists \varepsilon > 0 \quad (13)$$

2 主要结果

当 $\omega(k) = 0$ 时, 对于系统(8), 得到定理 1。

定理 1: 对式(8), 干扰输入 $\omega(k) = 0$, 若存在正定对称矩阵 P, Q 和增益矩阵 K , 满足:

$$\begin{pmatrix} Q - P & 0 & A_d^T + \alpha(M_1 K)^T & (M_1 K)^T \\ 0 & -Q & (M_2 K)^T & (M_2 K)^T \\ A_d + \alpha M_1 K & M_2 K & -P^{-1} & 0 \\ M_1 K & M_2 K & 0 & -\beta^{-2} P^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{(1 - \alpha)\alpha} \\ M_1 &= B_0 + DF(\tau_k)E, M_2 = B_1 - DF(\tau_k)E \end{aligned} \quad (15)$$

那么系统(8)均方意义下指数稳定。

证明: $\omega(k) = 0$ 时, 构造如下的 Lyaounov 函数:

$$V(x(k)) = x^T(k) P x(k) + x^T(k-1) Q x(k-1) \quad (16)$$

可得:

$$V(x(k+1)) = x^T(k+1) P x(k+1) + x^T(k) Q x(k) \quad (17)$$

式(16)与式(17)两项作差可得:

$$\begin{aligned} V(x(k+1)) - V(x(k)) &= x^T(k+1) P x(k+1) + \\ & x^T(k) Q x(k) - x^T(k) P x(k) - x^T(k-1) Q x(k-1) = [A_d x(k) + \alpha(k)(B_0 + \\ & DF(\tau_k)E)Kx(k) + \alpha(k)(B_1 - \\ & DF(\tau_k)E)Kx(k-1)]^T P [A_d x(k) + \\ & \alpha(k)(B_0 + DF(\tau_k)E)Kx(k) + \\ & \alpha(k)(B_1 - DF(\tau_k)E)Kx(k-1)] + \\ & x^T(k) Q x(k) - x^T(k) P x(k) - \\ & x^T(k-1) Q x(k-1) \end{aligned}$$

取 $\eta^T(k) = [x(k), x(k-1)]^T$, 因为 $E\{\alpha(k) - \alpha\} = 0, E\{(\alpha(k) - \alpha)^2\} = (1 - \alpha)\alpha = \beta^2$, 令 $M_1 = B_0 + DF(\tau_k)E, M_2 = B_1 - DF(\tau_k)E$, 得到:

$$\begin{aligned} E\{V(x(k+1) | x(k))\} - V(x(k)) &= \\ [A_d x(k) + (\alpha(k) - \alpha)M_1 Kx(k) + \\ \alpha M_1 Kx(k) + (\alpha(k) - \alpha)M_2 Kx(k-1) + \\ \alpha M_2 Kx(k-1)]^T P [A_d x(k) + \\ (\alpha(k) - \alpha)M_1 Kx(k) + \alpha M_1 Kx(k) + \\ (\alpha(k) - \alpha)M_2 Kx(k-1) + \alpha M_2 Kx(k-1)] + \\ x^T(k) Q x(k) - x^T(k) P x(k) - \\ x^T(k-1) Q x(k-1) = \\ [A_d x(k) + \alpha M_1 Kx(k) + \alpha M_2 Kx(k-1)]^T P \\ P [A_d x(k) + \alpha M_1 Kx(k) + \alpha M_2 Kx(k-1)] + \\ \beta^2 [M_1 Kx(k)]^T P [M_1 Kx(k)] + \\ \beta^2 [M_1 Kx(k)]^T P [M_2 Kx(k-1)] + \\ \beta^2 [M_2 Kx(k-1)]^T P [M_1 Kx(k)] + \\ \beta^2 [M_2 Kx(k-1)]^T P [M_2 Kx(k-1)] + \\ x^T(k) Q x(k) - x^T(k) P x(k) - x^T(k-1) Q x(k-1) = \eta^T(k) \theta_1 \eta(k) \end{aligned} \quad (18)$$

由 Schur 补引理可知, 式(14)等价于 $\theta_1 < 0$, 得到:

$$\begin{aligned} E\{V(x(k+1) | x(k))\} - V(x(k)) &= \\ \eta^T(k) \theta_1 \eta(k) &\leq -\lambda_{\min}(\theta_1) \eta^T(k) \eta(k) < \\ -\gamma \eta^T(k) \eta(k) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $0 < \gamma < \min(\lambda_{\min}(-\theta), \lambda_{\max}(P))$ 。

令 $\sigma = \lambda_{\max}(P)$, 得到:

$$E\{V(x(k+1) | x(k))\} - V(x(k)) <$$

$$-\gamma \eta^T(k) \eta(k) < -\frac{\gamma}{\sigma} V(k) = -\psi V(k) \quad (20)$$

由引理1和引理2可知,闭环控制系统(8)均方意义下指数稳定。

$\omega(k) \neq 0$ 时,对于闭环系统(8)设计满足均方意义下指数稳定的 H^∞ 控制器,给出定理2和定理3。

定理2:对式(8),干扰输入 $\omega(k) \neq 0$,给定 $\gamma > 0$,若存在正定对称矩阵 P, Q 和增益矩阵 K ,满足:

$$\begin{bmatrix} Q-P & 0 & 0 & (A_d + \alpha M_1 K)^T & (M_1 K)^T & C^T \\ 0 & -Q & 0 & (\alpha M_2 K)^T & (M_2 K)^T & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & G^T & 0 & H^T \\ A_d + \alpha M_1 K & \alpha M_2 K & G & -P^{-1} & 0 & 0 \\ M_1 K & M_2 K & 0 & 0 & -\beta^{-2} P^{-1} & 0 \\ C & 0 & H & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

那么系统(8)均方意义下指数稳定且满足 H^∞ 性能。

证明:当 $\omega(k) = 0$ 时,容易证得闭环系统(8)均方意义下指数稳定。

当 $\omega(k) \neq 0$ 时,取 Lyapunov 函数 $V(x(k)) = x^T(k)Px(k) + x^T(k-1)Qx(k-1)$, 取 $\eta^T(k) = [x(k), x(k-1), \omega(k)]^T$, 进而得到:

$$E\{V(x(k+1)|x(k))\} - V(x(k)) +$$

$$\begin{bmatrix} Y-X & 0 & 0 & XA_d^T + \alpha Z^T B_0^T & \beta Z^T B_0^T & XC^T & Z^T E^T \\ 0 & -Y & 0 & \alpha Z^T B_1^T & \beta Z^T B_1^T & 0 & -Z^T E^T \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & G^T & 0 & H^T & 0 \\ A_d X + \alpha B_0 Z & \alpha B_1 Z & G & -X + \varepsilon \alpha^2 D D^T & \beta \varepsilon \alpha D D^T & 0 & 0 \\ \beta B_0 Z & \beta B_1 Z & 0 & \beta \varepsilon \alpha D D^T & \beta^2 \varepsilon D D^T - X & 0 & 0 \\ CX & 0 & H & 0 & 0 & -I & 0 \\ EZ & -EZ & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

那么系统(8)均方意义下指数稳定且满足 H^∞ 性能。

证明:由式(21)可知:

$$\begin{bmatrix} Q-P & 0 & 0 & (A_d + \alpha M_1 K)^T & (M_1 K)^T & C^T \\ 0 & -Q & 0 & (\alpha M_2 K)^T & (M_2 K)^T & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & G^T & 0 & H^T \\ A_d + \alpha M_1 K & \alpha M_2 K & G & -P^{-1} & 0 & 0 \\ M_1 K & M_2 K & 0 & 0 & -\beta^{-2} P^{-1} & 0 \\ C & 0 & H & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q-P & 0 & 0 & (A_d + \alpha B_0 K)^T & (B_0 K)^T & C^T \\ 0 & -Q & 0 & (\alpha B_1 K)^T & (B_1 K)^T & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & G^T & 0 & H^T \\ A_d + \alpha B_0 K & \alpha B_1 K & G & -P^{-1} & 0 & 0 \\ B_0 K & B_1 K & 0 & 0 & -\beta^{-2} P^{-1} & 0 \\ C & 0 & H & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} +$$

$$\begin{aligned} & E\{z^T(k)z(k)\} - \gamma^2 E\{w^T(k)w(k)\} = \\ & [A_d x(k) + (\alpha(k) - \alpha)M_1 Kx(k) + \\ & \alpha M_1 Kx(k) + (\alpha(k) - \alpha)M_2 Kx(k-1) + \\ & \alpha M_2 Kx(k-1) + H\omega(k)]^T P [A_d x(k) + \\ & (\alpha(k) - \alpha)M_1 Kx(k) + \alpha M_1 Kx(k) + \\ & (\alpha(k) - \alpha)M_2 Kx(k-1) + \alpha M_2 Kx(k-1) + \\ & H\omega(k)] + x^T(k)Qx(k) - x^T(k)Px(k) - \\ & x^T(k-1)Qx(k-1) + E\{(Mx(k) + \\ & Hw(k))^T (Mx(k) + Hw(k))\} - \\ & \gamma^2 E\{w^T(k)w(k)\} = \\ & \eta^T(k)\theta_2 \eta(k) \end{aligned} \quad (22)$$

由 Schur 补引理可知,式(21)等价于 $\theta_2 < 0$, 此时有

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{z^T(k)z(k)\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\omega^T(k)\omega(k)\} + E\{V(0)\} - E\{V(\infty)\}, \text{由零初始条件可知 } E\{V(0)\} = 0, \text{得到:}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|z_k\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|\omega_k\|^2\} \quad (23)$$

证毕。

定理3:给定 $\gamma > 0, \varepsilon > 0$,对于系统(8),若存在正定对称矩阵 X, Y 和矩阵 Z 满足:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha D \\ D \\ 0 \end{bmatrix} F(\tau_k) \begin{bmatrix} EK & -EK & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (EK)^T \\ -(EK)^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F^T(\tau_k) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha D^T & D^T & 0 \end{bmatrix} < 0 \tag{25}$$

左右同乘 $\text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}, I, I, \beta I, I, I\}$ ，令 $Y = P^{-1}QP^{-1}, X = P^{-1}, Z = KP^{-1}$ 。不等式 (25) 可化为式 (24)。由引理 1 可知，闭环系统 (8) 均方意义下指数稳定且满足给 $H\infty$ 性能。证毕。

3 仿真实例

考虑如下的控制对象：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.6 & 3.9 \\ -0.5 & -0.9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -7 & 0.4 \\ 0.6 & -5 \end{bmatrix} \omega(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \\ z(t) = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0.3 & -9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0.5 & -6 \end{bmatrix} \omega(t) \end{cases} \tag{26}$$

假设采样周期 $T = 1\text{ s}$ ， A 的特征值为 $\lambda_{1,2} = -0.15 \pm 1.17i$ 。 A 的特征向量为 $\Lambda = [\Lambda_1, \Lambda_2] = \begin{bmatrix} 0.94 & 0.94 \\ -0.18 + 0.28i & -0.18 - 0.28i \end{bmatrix}$ 。经过计算可以得到：

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.53 - 0.34i & -1.76i \\ 0.53 + 0.34i & 1.76i \end{bmatrix}$$

令 $F(\tau_k)$ 中的 $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$ 。

根据如上假设，可以得到：

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.835 & 8 & 2.632 & 6 \\ -0.337 & 5 & -0.176 & 8 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 2.76 \\ -0.43 \end{bmatrix},$$
$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.78 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1.76i \\ 1.76i \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 0.10 + 0.79i & 0.10 - 0.79i \\ -0.26 - 0.12i & -0.26 - 0.12i \end{bmatrix}$$

给定 $\gamma = 1, \varepsilon = 4$ ，通过 Matlab 中的 LMI 工具求解式 (24) 得出：

$$P = \begin{bmatrix} 0.377 & 3 & -0.085 & 9 \\ -0.085 & 9 & 0.727 & 2 \end{bmatrix}$$
$$Q = \begin{bmatrix} 0.430 & 8 & -0.204 & 8 \\ -0.204 & 8 & 1.221 & 5 \end{bmatrix}$$
$$K = ZX^{-1} = \begin{bmatrix} -0.229 & 5 & -0.860 & 8 \end{bmatrix}$$

当 $\omega(k) = 0$ 时，由 Matlab 仿真工具可得闭环系统的状态响应图，如图 2 所示。

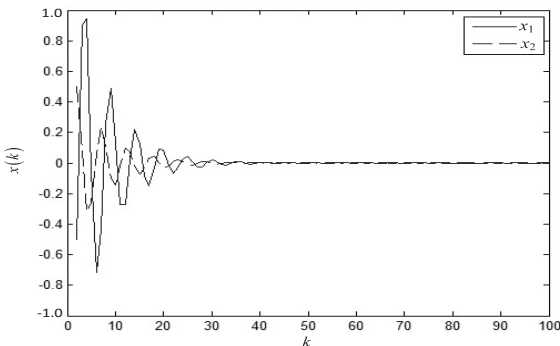


图 2 $\omega(k) = 0$ 时闭环系统的状态响应图

从图 2 中可看出，闭环系统的状态有界且最后趋于 0。当 $\omega(k) \neq 0$ 时，选 $\omega(k) = 0.03 \begin{bmatrix} \sin 10k \\ \sin 10k \end{bmatrix}$ ，使用 LMI 工具可以得到系统的状态响应图（如图 3 所示）和输出响应图（如图 4 所示）。

与此同时，可以得到：

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|z_k\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|\omega_k\|^2\}$$

满足 $H\infty$ 性能指标。由图可以看出系统是稳定的，所以采用的方法是可行的。

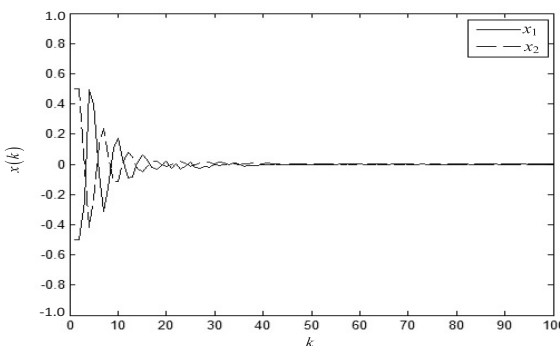


图 3 $\omega(k) \neq 0$ 时闭环系统的状态响应图

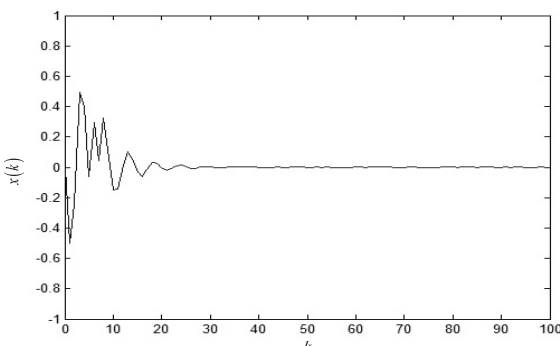


图 4 $\omega(k) \neq 0$ 时闭环系统的输出响应图

4 结束语

对于同时具有时延和丢包的网络控制系统,假设时延存在于传感器到控制器之间和控制器到执行器之间且时延是时变的。将时变短时延系统建模成含有不确定参数的系统。利用 Lypunov 稳定性原理和 LMI 方法给出并证明了 H^∞ 控制器存在的充分条件。由仿真实例证明了设计的控制器是可行有效的。

参考文献:

[1] 陈志明,崔宝同. 数据包丢失的无线网络控制系统的故障检测[J]. 计算机技术与发展,2012,22(11):61-64.

[2] Hetel L, Daafouz J, Iung C. Stabilization of arbitrary switched linear systems with unknown time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(10): 1668-1674.

[3] Jung E H, Lee H H, Suh Y S. LMI-based output feedback control of networked control systems[C]//IEEE international workshop on factory communication systems. [s. l.]: IEEE,2004:311-314.

[4] Zhang Y, Tang G Y, Hu N P. Non-fragile control for nonlinear networked control systems with long time-delay[J]. Computers & Mathematics with Applications,2009,57(10): 1630-1637.

[5] Zhang H K. Non-fragile guaranteed-cost robust h-infinity control for a class of nonlinear networked control systems with long time-delay[C]//2010 international conference on intelligent computation technology and automation. [s. l.]: IEEE,2010:784-787.

[6] Fridman E, Shaked U. A descriptor system approach to H^∞ control of linear time-delay systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2002,47(2):253-270.

[7] Chen Z P, Liu L, Zhang J F. Observer based networked control systems with networked-induced time delay[C]//Inter-

national conference on systems. [s. l.]: IEEE,2004:3333-3337.

[8] Mahmoud M S, Khan G D. Dynamic output feedback of networked control systems with partially known Markov chain packet dropouts[J]. Optimal Control Applications and Methods,2015,34(5):505-634.

[9] 黄鹤,韩笑冬,谢德晓,等. 具有数据包丢失的网络控制系统主动容错控制[J]. 控制与决策,2009,24(8):1126-1131.

[10] Dasgupta S, Halder K, Banerjee S, et al. Stability analysis and controller synthesis of Networked Control system (NCS) with arbitrary packet drop-outs[C]//2nd international conference on electronics and communication systems. [s. l.]: IEEE,2015:217-222.

[11] 马卫国,邵诚. 网络控制系统随机稳定性研究[J]. 自动化学报,2007,33(8):878-882.

[12] 阮玉斌,杨富文,王武. 测量丢失概率不确定的网络化系统的鲁棒故障检测[J]. 控制与决策,2008,23(8):894-899.

[13] Yang F W, Wang Z D, Hung Y S, et al. H^∞ control for networked systems with random communication delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2006,51(3):511-518.

[14] 邱占芝,张庆灵,连志春,等. 存在时延和数据包丢失情况下状态反馈网络控制系统的指数稳定性[J]. 信息与控制,2005,34(5):567-575.

[15] Zhou Y, Zhu Y J. Control for uncertain discrete-time system with data packet dropouts and one step delay[C]//34th Chinese control conference. [s. l.]: [s. n.], 2015:6777-6781.

[16] 于之训,陈辉堂. 时延网络控制系统均方指数稳定的研究[J]. 控制与决策,2000,15(3):278-281.

[17] 李秀英,王金玉,孙书利. 具有一步随机时滞和多丢包的网路系统 H^∞ 滤波器设计[J]. 自动化学报,2014,40(1):155-160.

(上接第 163 页)

[J]. Neural Networks,1995,8(2):179-201.

[8] 王仁宏. 数值逼近[M]. 北京:高等教育出版社,1999:220-253.

[9] 孙志军,薛磊,许阳明,等. 深度学习研究综述[J]. 计算机应用研究,2012,29(8):2806-2810.

[10] Erhan D, Bengio Y, Coupville A, et al. Why does unsupervised pre-training help deep learning[J]. Journal of Machine Learning Research,2010,11(3):625-660.

[11] Laserson J. From neural networks to deep learing:zeroing in on the human brain[J]. XRDS,2011,18(1):29-34.

[12] Hinton G E, Osindero S, Teh Y. A fast learning algorithm for deep belief nets[J]. Neural Computation,2006,18(7):1527-1554.

[13] Bengio Y. Learning deep architectures for AI[J]. Foundations and Trends in Mach Learning,2009,2(1):1-127.

[14] Lecun Y, Bottou L, Bengio Y, et al. Gradient-based learning applied to document recognition[J]. Proceedings of the IEEE,1998,86(11):2278-2324.

[15] 马艳东. 一种基于 AutoEncoder 的 RBF 神经网络训练算法[J]. 中国科技信息,2015(9):59-60.