

多小区大规模 MIMO 系统下行能效分析

汪 鹏¹, 戴建新², 程崇虎¹, 王 军¹, 李 莎¹

(1. 南京邮电大学 通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003;

2. 南京邮电大学 理学院, 江苏 南京 210023)

摘 要:在大规模 MIMO 系统中, 发送功率是随着天线数的增加而减少的。但是, 在大规模 MIMO 系统中, 由于随着天线数增加, 电路功耗的影响也越来越大。考虑系统的功率模型不仅仅包括发送功率, 还包括电路功率。采用迫零预编码方案, 分析多用户多小区情形下大规模下行 MIMO 系统的能效, 假定用户数已知, 推导出系统能效与基站天线数和用户数的关系式, 继而得到能效的最大解及对应的天线数。数值结果验证了分析的正确性。通过仿真结果可知, 随着天线数的增加, 用户平均接收速率显著增加, 但由于电路功耗的增加, 因此系统的能效存在一个最优值, 这个值同时与用户数和发送功率有关。该结论对于绿色通信的应用有着重要的意义。

关键词:大规模 MIMO; 能效; 多小区; 电路功耗

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2017)01-0160-04

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2017.01.036

Analysis of Energy Efficiency in Downlink Multi-cell Massive MIMO System

WANG Peng¹, DAI Jian-xin², CHENG Chong-hu¹, WANG Jun¹, LI Sha¹

(1. College of Telecommunications & Information Engineering, Nanjing University of

Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;

2. School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: The transmission power is decreased as the increasing number of antennas in massive MIMO systems. However, the effect of circuit power consumption is more serious when the transmitter is equipped with massive number of antennas. The system power model adopted includes not only transmission power but also the fundamental power for operating the circuit at the transmitter. The EE of the massive MIMO systems is analyzed with multi-cell using the zero forcing pre-coding scheme. Then assuming that the number of terminals is given in advance, the expression between EE and the number of antennas and user terminals is obtained, and the optimal EE and corresponding number of antennas can be worked out. The numerical result confirms the truth of the analysis, which shows that the increment of the antennas increases the average rate of the receivers, however, the corresponding increment of circuit power results in the optimal EE which is related to the parameter number of terminals and transmit power. This conclusion is of great significance to the green communication.

Key words: massive MIMO; energy efficiency; multi-cell; circuit power consumption

0 引 言

随着现代信息社会的发展, 宽带信息服务逐步延展到移动终端成为必然趋势, 以提供语音业务为主的传统蜂窝移动通信系统, 正逐步演变为向移动用户提供互联网接入以及视频和多媒体业务的宽带移动通信系统。随着智能终端普及应用及移动新业务需求的持

续增长, 无线传输速率需求呈指数增长, 以往的移动通信系统将难以满足未来移动通信的应用需求。另一方面, 随着全球范围内移动用户数与高速数据业务应用的增长以及信息技术系统能源消耗所占比例的不断增长, 降低移动通信网络系统的能源消耗已逐渐成为移动通信发展的重要需求, 称之为绿色通信^[1-2]。在绿

收稿日期: 2016-03-15

修回日期: 2016-06-22

网络出版时间: 2017-01-04

基金项目: 江苏省博士后科研资助计划(1501073B); 南京邮电大学自然科学基金(NY214108)

作者简介: 汪 鹏(1992-), 男, 硕士研究生, 研究方向为大规模 MIMO 系统中能效的研究; 戴建新, 博士, 副教授, 研究方向为 5G 移动通信系统的关键技术; 程崇虎, 博士, 教授, 研究方向为电磁场。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20170104.1102.084.html>

色通信中有两个主要分支,一种主要考虑网络配置的成本,另一种则主要考虑数据传输的能效和功耗最优化^[3]。文中的模型以后者为基础。

大规模 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output, 多输入多输出) 系统是通过在基站覆盖区域内配置数十根甚至数百根以上的天线,较 4G 系统中天线数增加一个量级以上,这些天线以大规模阵列方式集中放置;分布在基站覆盖区内的多个用户,在同一时频资源上,利用基站大规模天线配置所提供的空间自由度,与基站同时进行通信,提升频谱资源在多个用户之间的复用能力,各个用户链路的频谱效率以及抵抗小干扰的能力,由此大幅提升频谱资源的整体利用率;与此同时,利用基站大规模天线配置所提供的分集增益和阵列增益,每个用户与基站之间通信的功率也可以得到显著提升^[3-4]。

根据文献[5]知,大规模 MIMO 系统中每根天线的发送功率非常低。在其他的一些只考虑发送功率的能效研究中,发送天线增加的同时数据传输速率和能效也有所提高。然而,在大规模 MIMO 系统中,由于硬件系统的规模也同样增加了,电路功耗的影响随着天线的增加变得越来越大。因此对于实际的功耗模型,应同时考虑电路功耗和发送功率。因为电路功耗会随着发送端天线的增加而增加,因此系统总功率也会相应增加。

文中在一种新的系统功耗模型基础上,分析多小区情形下,天线数如何影响大规模 MIMO 系统的能效 (Energy Efficiency, EE),从而得到能效与天线数的关系以及能效有最优解时的天线数表达式。能效的定义是每焦耳能量传输的比特数。能效受到很多参数的影响,比如网络架构、频谱效率、发送功率和电路功率等等。一个精确的总功耗模型是获得可靠能效的基本前提。文中基于的新系统模型既考虑了一些固定的功耗,如基带处理、基站冷却等引起的消耗,又考虑了收发链路功耗、处理信道估计能耗、编解码单元功耗、回程功耗以及基站端线性处理功耗等实际的功耗。

1 系统模型

1.1 信道模型

以图 1 所示的多小区情形下的大规模 MIMO 系统模型为基础,该系统在基站端使用 M 根天线与 K 个单天线用户终端进行通信 ($M \gg K \gg 1$)。假设下行通信中不存在基站间的协作行为。该系统的信道为 Rayleigh 衰落信道。文中考虑一个带有 J ($J \geq 1$) 个小区的系

统。每个小区为半径为 r_j 的六边形结构。在多小区中,不得不涉及的一个因素为小区间的干扰,它直接影响着系统性能。在文中所述的大规模 MIMO 系统

中,假设 CSI (Channel State Information, 信道状态信息) 完美,下行采用 ZF (Zero Forcing, 迫零) 预编码方案,信道矩阵为: $\mathbf{H}_{jl} = [\mathbf{h}_{jl1}, \mathbf{h}_{jl2}, \dots, \mathbf{h}_{jlK}]^T \in \mathbb{C}^{K \times M}$ 。其中, \mathbf{h}_{jlK} 表示基站 j 到小区 l 中的用户 k 的 Rayleigh 衰落信道,根据文献[6]可以得到迫零法预编码矩阵 $\mathbf{W}_l = [\mathbf{w}_{l1}, \mathbf{w}_{l2}, \dots, \mathbf{w}_{lK}] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为:

$$\mathbf{W}_l = \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \quad (1)$$

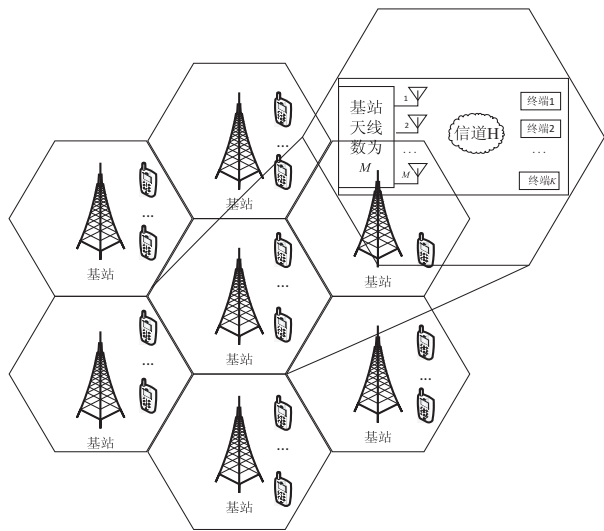


图1 多小区大规模 MIMO 系统模型

1.2 电路功耗模型

系统的电路功耗 P_{CP} 即各种不同的模拟电子元件功耗和数字信号处理所消耗的功耗之和。结合文献[7-12]中提出的系统模型,得到如下模型:

$$P_{CP} = P_{FIX} + P_{TC} + P_{CE} + P_{BH} + P_{LP} \quad (2)$$

其中, P_{FIX} 是一个常量,表示系统在基站冷却、信号控制和基带处理等方面所消耗的固定功率^[7-8]; P_{TC} 表示系统收发链路的功耗; P_{CE} 表示信道估计功耗; P_{BH} 表示回程功耗; P_{LP} 表示基站端线性处理的功耗。

根据文献[9],有:

$$P_{TC} = MP_{BS} + P_{SYN} + KP_{UE} \quad (3)$$

其中, P_{BS} 表示每根天线使电路元件 (如滤波器、变流器等) 正常工作的功耗; P_{SYN} 为本基站振荡器的功耗; P_{UE} 为终端所需的功耗。

根据文献[10],有:

$$P_{CE}^{(dl)} = \frac{B}{U} \frac{4\tau^{(dl)} K^2}{L_{UE}} \quad (4)$$

其中, B 表示传输带宽; U 表示相干块大小; L_{UE} 表示每焦耳功耗下用户终端的计算复杂度; $\tau^{(dl)}$ 表示下行的导频长度。

根据文献[11],有:

$$P_{BH} = \sum_{k=1}^K E(R_k) P_{BT} \quad (5)$$

其中, P_{BT} 表示回程传输功率; R_k 表示该小区第 k 个用户的接收速率。

根据文献[10,12],有:

$$P_{LP} = B \left(1 - \frac{K\tau^{(dl)}}{U} \right) \frac{2MK}{L_{BS}} + P_{LP-C} \quad (6)$$

其中, L_{BS} 表示每焦耳功耗下基站的计算复杂度; P_{LP-C} 表示计算信道矩阵和预编码矩阵所需的功耗,在 ZF 预编码方案下有:

$$P_{LP-C} = \frac{B}{U} \left(\frac{K^3}{3L_{BS}} + \frac{3MK^3 + MK}{L_{BS}} \right) \quad (7)$$

另外,定义 P_{TX} 为电路发送功率,它与传输带宽、用户数、传播环境有关^[6]。

综上所述,可得到系统的总功耗:

$$P_{TOTAL} = P_{TX} + P_{CP} = P_{TX} + \sum_{i=0}^3 C_i K^i + M \sum_{i=0}^2 D_i K^i \quad (8)$$

其中, $C_0 = P_{FIX} + P_{SYN}$, $C_1 = P_{UE}$, $C_2 = \frac{4B\tau^{(dl)}}{UL_{UE}}$, $C_3 = \frac{B}{3UL_{BS}}$, $D_0 = P_{BS}$, $D_1 = \frac{B}{L_{BS}} \left(\frac{1}{U} + 2 \right)$, $D_2 = \frac{B}{UL_{BS}} (3 - 2\tau^{(dl)})$ 。

1.3 信号模型

假设每个基站复用同样的频率且都能获取准确的信道状态信息,那么当采用迫零预编码发射时,根据文献[13],对于在第 l ($l \leq L$) 个小区中的终端 k ,其接收信号为:

$$y_{lk} = \sqrt{g_{jlk}} \mathbf{h}_{jlk} \mathbf{w}_{jlk} \sqrt{p_{lk}} x_{jlk} + \sum_{m \neq l} \sqrt{g_{jmk}} \mathbf{h}_{jmk} \mathbf{w}_m \sqrt{P_m} x_m + n_{lk} \quad (9)$$

其中, $g_{jlk} = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 d_{lk}^{-\alpha}$ 为基站 j 到小区 l 中用户 k 的路径损耗, λ 为载波波长, d_{lk} 为基站 j 到小区 l 中用户 k 的距离, α 为路径损耗因子; \mathbf{h}_{jlk} 为上文提到的基站 j 到小区 l 中用户 k 的信道; \mathbf{w}_{jlk} 即采用 ZF 预编码的预编码矩阵; $\mathbf{P}_l = \text{diag}\{p_{l1}, p_{l2}, \dots, p_{lk}\}$ 为小区 l 中的功率分配矩阵; p_{lk} 为小区 l 中用户 k 的功率分配因子; x_{lk} 为基站 j 发给小区 l 中用户 k 的信号; n_{lk} 为小区 l 中用户 k 接收到的加性噪声,且服从均值为 0、方差为 σ^2 的 Gauss 分布。

因此,小区 l 中的用户 k 接收到的速率可以被表示为:

$$R_{lk} = BE \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{S_{lk}}{I_{lk} + \sigma^2} \right) \right\} \quad (10)$$

其中, S_{lk} 为小区 l 中用户 k 接收到的期望信号能量; I_{lk} 为其他小区 m 对小区 l 中用户 k 的干扰信号能量。

根据式(9)可得:

$$S_{lk} = g_{jlk} p_{lk} (\mathbf{h}_{jlk}^H \mathbf{w}_{jlk}) (\mathbf{h}_{jlk}^H \mathbf{w}_{jlk})^H \quad (11)$$

$$I_{lk} = \sum_{m \neq l} g_{jmk} (\mathbf{h}_{jmk}^H \mathbf{w}_m) P_m (\mathbf{h}_{jmk}^H \mathbf{w}_m)^H \quad (12)$$

为了简化分析过程,假设基站的总发射功率为

P ,且采用等功率分配 $p_{lk} = \frac{P}{K}$,由式(8)知 $P = P_{TX}$ 。

根据文献[14],小区 l 中用户 k 的接收速率近似为:

$$R_{lk} = B \log_2 \left(1 + \frac{P(M-K+1)g_{jlk}}{KP \sum_{m \neq l} g_{jmk} + K\sigma^2} \right) \quad (13)$$

因此,小区 l 中所有用户的接收速率可以表示为:

$$R_l = \sum_{k=1}^K R_{lk} \quad (14)$$

2 能效分析

根据上文中得到的用户总接收速率以及系统总功耗,系统的能效为:

$$EE = \frac{R_l}{P_{TOTAL}} = \frac{B \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{P(M-K+1)g_{jlk}}{KP \sum_{m \neq l} g_{jmk} + K\sigma^2} \right)}{P_{TX} + \sum_{i=0}^3 C_i K^i + M \sum_{i=0}^2 D_i K^i} \quad (15)$$

在大规模 MIMO 系统中,系统功耗和接收速率之间存在一个折中,即接收速率随着天线数的增加而增加,但同时系统功耗也增加了。文中在给定用户数 K 下,研究能效的最优解及对应的天线数,在数学上可等

效为: $\max_M \frac{B \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{P(M-K+1)g_{jlk}}{KP \sum_{m \neq l} g_{jmk} + K\sigma^2} \right)}{P_{TX} + \sum_{i=0}^3 C_i K^i + M \sum_{i=0}^2 D_i K^i}, M \geq K$ 。

令 $a = 1 + \frac{P(1-K)g_{jlk}}{KP \sum_{m \neq l} g_{jmk} + K\sigma^2}$, $b = \frac{Pg_{jlk}}{KP \sum_{m \neq l} g_{jmk} + K\sigma^2}$, $c =$

$P_{TX} + \sum_{i=0}^3 C_i K^i$, $d = \sum_{i=0}^2 D_i K^i$,则可等效为:

$\max_M B \sum_{k=1}^K f_k(M)$ 。其中:

$$f_k(M) = \frac{B \log_2(a + bM)}{c + dM} \quad (16)$$

从式(16)可以知道,分母是一个关于 M 的凹函数,分子则是线性的。文献[14]提到:若函数 $u(x)$ 关于 x 是一个凹函数,而 $v(x)$ 关于 x 是线性的,则关于 x 的函数 $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ 是准凹的,因此 $f_k(M)$ 为准凹函数。因此再根据多个凹函数之和仍为一个凹函数这一

性质可以得到 $\max_M B \sum_{k=1}^K f_k(M)$ 必存在一个最优解。令 $f'_k(M) = 0$,则有

$$\frac{b(c + dM)}{a + bM} = d \ln(a + bM) \quad (17)$$

两边同时减去 d 得:

$$\frac{bc-ad}{a+bM}=d(\ln(a+bM)-1) \tag{18}$$

令 $x=\ln(a+bM)-1$, 则 $a+bM=e^{x+1}$, 则式(20)等效为:

$$\frac{bc-ad}{de}=xe^x \tag{19}$$

此处引入朗伯 W 函数 (Lambert W function) $W(x)$, 该函数对于任何复数 x , 有:

$$x=W(x)e^{W(x)} \tag{20}$$

因此式(19)的解为 $x^*=W(\frac{bc-ad}{de})$, 因此天线

$$\text{最优解 } M^*=\frac{e^{(x^*+1)}-a}{b}=\frac{e^{(W(\frac{bc-ad}{de})+1)}-a}{b}, \text{ 即:}$$

$$M^*=(KP\sum_{m\neq l}g_{jmk}+K\sigma^2) e^{W\left(\frac{Pg_{jlk}(P+\sum_{i=0}^3C_iK^i)}{KP\sum_{m\neq l}g_{jmk}+K\sigma^2-(1+\frac{(1-K)Pg_{jlk}}{KP\sum_{m\neq l}g_{jmk}+K\sigma^2})\sum_{i=0}^2D_iK^i}\right)+1}-1-\frac{(1-K)Pg_{jlk}}{KP\sum_{m\neq l}g_{jmk}+K\sigma^2}Pg_{jlk} \tag{21}$$

根据文献[6], $W(x)$ 有如下性质:

$$e\frac{x}{\ln(x)}\leq e^{W(x)+1}\leq (1+e)\frac{x}{\ln(x)}, x\geq e \tag{22}$$

则 $M^*\in N$ 理论上可以得到近似解, 下一节通过仿真得到了 M^* 。

3 数值结果分析

假设文中所讨论的系统中小区数 $l=6$, 小区用户数 K 已给定。其他各参数如表1所示。用户数取给定值时, 大规模 MIMO 系统下行接收速率与基站天线数 M 的关系如图2所示, 系统能效与 M 的关系如图3所示。

表1 系统仿真各参数值

参数	值	参数	值
发送功率 P_{TX}/W	$1.6 * K$	固定功耗 P_{FIX}/W	18
相干块 U	1 800	P_{SYN}/W	2
导频长度 $\tau^{(dl)}$	1	基站电路元件功耗 P_{BS}/W	1
基站端计算效率 L_{BS}	12.8 Gflops/W	终端电路元件功耗 P_{UE}/W	0.1
终端计算效率 $L_{UE}/(Gflops/W)$	5	信号编码功耗 P_{COD}/W	0.1
回程功耗 P_{BT}/W	0.25	信号解码功耗 P_{DEC}/W	0.8
(Gbit/s)		(Gbit/s)	
小区半径/m	250	路径损耗因子 α	2
系统带宽 B/MHz	10	噪声功率谱密度 $\sigma^2/(dBm/Hz)$	-174

由图2可知,随着天线数增加,终端用户的总接收速率也相应增加了,且当终端用户数越多,天线数超过一定范围(图2所示为90)时,总接收速率也越大。

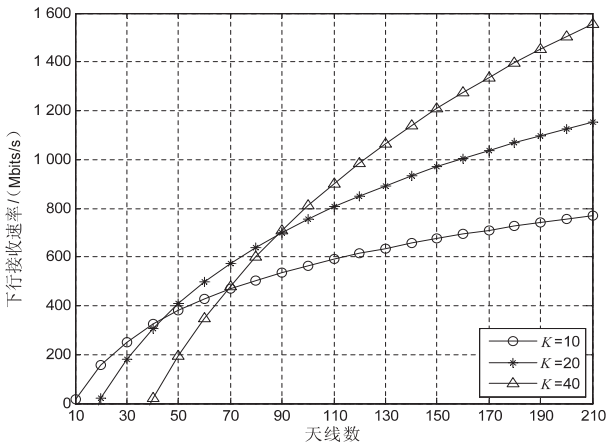


图2 多小区下大规模 MIMO 系统下行接收速率

由图3可知,在给定用户数 K 时,能效最优解 EE (Mbits/Joule) 以及对应的天线数 M 为 $[10, 43.24, 59], [20, 47.13, 104], [40, 48.06, 192]$ 。显然,随着用户数的增多,用户总接收速率增大,但系统功耗也相应增大,基站所需的天线数也增加了。

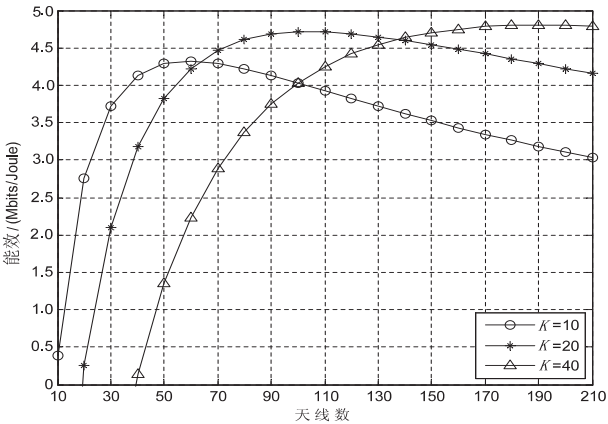


图3 多小区下大规模 MIMO 系统能效曲线图

4 结束语

以一个包含发送功率和新的电路功耗的功耗模型为基础,分析在多小区情形下多用户下行大规模 MIMO 系统的能效问题,得到系统能效关于基站天线数与用户数的表达式。分析表明,在给定用户数 K 时系统能效存在最大值,通过引进朗伯 W 函数得到对应的基站的天线数。基于该结论,可以进一步在未来 5G 多天线 MIMO 系统中,根据激活用户数动态地进行天线开启,从而进行节能传输。为了简化问题,只考虑了下行通信,且下行采用预编码方案为迫零法,信道状态信息完美。文中首先对用户数、发送功率等参数以及预编码方案进行了假设,因此,在以后的研究中,有一定的改进空间,如系统能效随着用户数、天线数同时变化时的最优解,同时不同预编码方案得到的结果也不同。

(下转第 168 页)

- networks reveals complex anatomical communication substrate [J]. *Chaos*, 2009, 19(1): 283–290.
- [2] Turner R, Howseman A, Rees G E, et al. Functional magnetic resonance imaging of the human brain: data acquisition and analysis [J]. *Experimental Brain Research*, 1998, 123(1): 5–12.
- [3] Logothetis N K. What we can do and what we cannot do with fMRI [J]. *Nature*, 2008, 453(7197): 869–878.
- [4] Bounova G, De W. Overview of metrics and their correlation patterns for multiple-metric topology analysis on heterogeneous graph ensembles [J]. *Physical Review E*, 2012, 85(2): 1085–1088.
- [5] Rodriguez G, Arnaldi D, Picco A. Brain functional network in Alzheimer's disease: diagnostic markers for diagnosis and monitoring [J]. *International Journal of Alzheimer's Disease*, 2011, 2011: 481903.
- [6] Peraza L R, Taylor J P, Kaiser M. Divergent brain functional network alterations in dementia with Lewy bodies and Alzheimer's disease [J]. *Neurobiology of Aging*, 2015, 17(9): 2458–2467.
- [7] 柯 铭, 沈 辉, 胡德文. 基于 fMRI 的静息状态脑功能复杂网络分析 [J]. *国防科技大学学报*, 2010, 32(1): 147–151.
- [8] 王湘彬, 赵小虎, 江 虹, 等. 轻度认知功能障碍患者大脑 fMRI 网络小世界特性 [J]. *中国医学影像技术*, 2014(5): 790–793.
- [9] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of “small - world” networks [J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440–442.
- [10] Supekar K, Menon V, Rubin D, et al. Network analysis of intrinsic functional brain connectivity in Alzheimer's disease [J]. *Plos Computational Biology*, 2008, 4(6): 1–11.
- [11] Lee J, Yong J, Ye J C. Group sparse dictionary learning and inference for resting-state fMRI analysis of Alzheimer's disease [C]//2013 IEEE 10th international symposium on biomedical imaging. [s. l.]: IEEE, 2013.
- [12] Ni H, Zhou L, Ning X, et al. Exploring multifractal-based features for mild Alzheimer's disease classification [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2016, 76(1): 259–269.
- [13] Gavrilescu M, Stuart G S, Henshall K, et al. Functional connectivity estimation in fMRI data: influence of preprocessing and time course selection [J]. *Human Brain Mapping*, 2008, 29(9): 1040–1052.
- [14] Tzourio-Mazoyer N, Landeau B, Papathanassiou D, et al. Automated anatomical labeling of activations in SPM using a macroscopic anatomical parcellation of the MNI MRI single-subject brain [J]. *Neuroimage*, 2002, 15(1): 273–289.
- [15] Hampson M, Peterson B S, Skudlarski P, et al. Detection of functional connectivity using temporal correlations in MR images. [J]. *Polymer Degradation & Stability*, 2002, 15(4): 247–262.
- [16] Smith S M, Miller K L, Gholamreza S K, et al. Network modeling methods for FMRI [J]. *Neuroimaging*, 2011, 54(2): 875–891.
- +++++
- (上接第 163 页)
- 参考文献:**
- [1] Andrews J G, Buzzi S, Wan C, et al. What will 5G be? [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2014, 32(6): 1065–1082.
- [2] 王新玲. 面向 5G 移动网络绿色通信关键技术研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
- [3] 尤肖虎, 潘志文, 高西奇, 等. 5G 移动通信发展趋势与若干关键技术 [J]. *中国科学: 信息科学*, 2014, 44(5): 551–563.
- [4] 阳 析, 金 石. 大规模 MIMO 系统传输关键技术研究进展 [J]. *电信科学*, 2015, 31(5): 22–29.
- [5] Larsson E, Edfors O, Tufvesson F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems [J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 186–195.
- [6] Bjornson E, Sanguinetti L, Hoydis J, et al. Optimal design of energy-efficient multi-user MIMO systems: is massive MIMO the answer? [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(6): 3059–3075.
- [7] Ha D, Lee K, Kang J. Energy efficiency analysis with circuit power consumption in massive MIMO systems [C]//IEEE international symposium on personal indoor and mobile radio communication. [s. l.]: IEEE, 2013: 938–942.
- [8] Auer G, Blume O, Giannini V, et al. Energy efficiency analysis of the reference systems, areas of improvements and target breakdown [R]. [s. l.]: [s. n.], 2012.
- [9] Cui S, Goldsmith A J, Bahai A. Energy-efficiency of MIMO and cooperative MIMO techniques in sensor networks [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2004, 22(6): 1089–1098.
- [10] Boyd S, Vandenberghe L. Numerical linear algebra background [EB/OL]. 2010. <http://www.seas.ucla.edu/~vandenbe/ee236b/lectures/num-lin-alg.pdf>.
- [11] Tombaz S, Västberg A, Zander J. Energy- and cost-efficient ultra-high-capacity wireless access [J]. *IEEE Wireless Communications*, 2011, 18(5): 18–24.
- [12] 范建存, 宁 悦, 邓建国, 等. 多小区 MIMO 系统中基于能效最大的天线数和用户数联合优化方案 [J]. *中国科学: 信息科学*, 2016, 46(2): 281–290.
- [13] Yan L, Bai B, Chen W. Energy efficiency maximization in downlink multiuser MIMO systems: an asymptotic analysis approach [C]//Global communications conference. [s. l.]: IEEE, 2014: 3916–3921.
- [14] Fan J, Xu Z, Li G Y. Performance analysis of MU-MIMO in downlink cellular networks [J]. *IEEE Communications Letters*, 2015, 19(2): 223–226.