

基于偏微分方程的乘性噪声去噪算法

张化朋,任少美

(南京邮电大学理学院,江苏南京210046)

摘要:图像去噪是图像处理中最基本的问题,也是当前研究的热点。近年来,国内外学者对去除乘性噪声进行了大量的研究,在AA模型的基础上提出了许多去除合成孔径雷达图像中的伽马噪声的模型,它们都可以有效地去除图像中的噪声,但是共同的缺点是原图像的细节丢失并且计算速度慢。针对这些问题,引入了权重函数,在此基础上给出一种基于偏微分方程的去除图像乘性噪声的变分模型。然后使用交替迭代法,求出了该模型的数值解,并从理论上说明了该迭代序列的收敛性。数值实验结果表明,所提出的模型保持了较好的去噪效果,能够较好地抑制图像中的“阶梯效应”;与其他模型相比,该算法处理速度快,极大地缩短了运算时间。

关键词:图像去噪;合成孔径雷达图像;伽马噪声;偏微分方程;交替迭代法

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2016)11-0090-03

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2016.11.020

Algorithm of Removing Multiplicative Noise Based on Partial Differential Equation

ZHANG Hua-peng, REN Shao-mei

(College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: Image denoising is the most basic problem in image processing and also the current research focus. In recently years, there are a lot of researches on the multiplicative noise removal by domestic and foreign scholars. Based on AA model, many models for removal of Gamma noise in synthetic aperture radar image are proposed, which can remove the noise effectively, but the common disadvantage is loss of the original image's detail and slow computing speed. Aiming at them, introducing weight function, a new variational model based on partial differential equation is proposed to remove the multiplicative noise. An alternating minimization algorithm is introduced to solve the problem for the model. What's more, the convergence for the variational problem is illustrated in theory. Experimental results show that the proposed model has a good denoising effect and restrains the "staircase effect". Compared with the other models, the algorithm is faster and greatly decreases the computational time.

Key words: image denoising; synthetic aperture radar image; Gamma noise; Partial Differential Equation (PDE); alternating minimization algorithm

0 引言

随着科学技术的发展,信息的交流显得尤为重要,而图像传输在信息交流中作用很大,但是图像中的各类噪声严重影响了图片的后续应用,因此图像去噪非常重要。根据噪声与信号之间的关系,图像中的噪声可以分为两类:乘性噪声和加性噪声。其中,乘性噪声广泛存在于合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)图像中,如何有效去除SAR图像中的乘性噪声是SAR图像处理领域近年来研究的热点问题^[1-4]。

SAR图像中的乘性噪声服从伽马(Gamma)分布,

故称为伽马(Gamma)噪声。因此,如何有效地去除伽马噪声是SAR图像处理领域的首要问题。去除伽马噪声的方法有:基于小波变换、基于滤波和基于偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)^[5-7]。其中,基于偏微分方程的去噪方法是通过变分的思想去除SAR图像中的噪声。虽然现有的模型均可以去除伽马噪声,但都存在明显的“阶梯效应”,速度也较慢。因此,目前需要解决的问题是如何在保留现有模型优势的基础上,提高去噪效果并加快去噪速度。

为了解决此问题,在文献[4]中的模型的基础上,

收稿日期:2016-01-23

修回日期:2016-05-18

网络出版时间:2016-10-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11301281)

作者简介:张化朋(1982-),男,副教授,博士,研究方向为模糊泛函分析;任少美(1989-),女,硕士研究生,研究方向为图像处理。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20161024.1117.080.html>

引入参数函数^[8-9],文中提出了一种新的去除 SAR 图像中乘性噪声的变分模型。该模型不仅较好地抑制了噪声,避免了“阶梯效应”,而且能很好地保护图像的边缘细节与纹理特征,运行速度也较快。

1 去噪模型

近年来,许多学者针对伽马噪声提出了很多基于偏微分方程的去噪模型^[10-11]。Rudin 等提出了 RLO 模型,在一定程度上可以去噪,但是会出现“阶梯效应”。Alubert 和 Aujor 根据最大后验估计提出了 AA 模型,Huang 等利用对数变换,提出了 HNW 模型:

$$\min \int (z + fe^{-z}) + a_1 \|z - w\|_2^2 + a_2 \int |\nabla w| \quad (1)$$

其中, $\int (z + fe^{-z})$ 是保真项; $a_1 \|z - w\|_2^2$ 是协调项; $\int |\nabla w|$ 是正则项。

为了利用文献[9]的思想,结合参数函数 $a(x)$:

$$a(x) = \left(1 - \frac{1}{k |G_\sigma * f|^p}\right) \frac{1 + kM^p}{kM^p} \quad (2)$$

其中, $G_\sigma(x) = (1/4\pi\sigma) \exp\{-|x|^2/4\sigma^2\}$; $M = \sup_{x \in \Omega} (G_\sigma * f)(x)$; $\sigma > 0, k > 0, p > 0$ 是参数。

它的作用是边缘检测和控制去噪时的平滑速度。

根据文献[4],引入新的正则项,并结合协调项 $a_1 \|z - w\|_2^2$,得到如下的变分模型:

$$\min \int (z + fe^{-z}) + a_1 \|z - w\|_2^2 + a(x) \int |\nabla w| \ln(t + |\nabla w|) \quad (3)$$

其中, a_1, t 为正则化参数。

2 迭代算法及收敛性分析

受文献[4,11]的启发,利用交替最小化算法^[12](Alternating Minimization Algorithm, AMA)求解问题(3)。设 w_0 为初始数据,求解下列两个优化问题:

$$R(w_{m-1}) = z_m = \min \int (z + fe^{-z}) + a_1 \|z - w_{m-1}\|_2^2 \quad (4)$$

$$S(z_m) = w_m = \min a_1 \|z_m - w\|_2^2 + a(x) \int |\nabla w| \ln(t + |\nabla w|) \quad (5)$$

根据交替最小化算法的思想,求解新模型的算法如下:

Step1:初始化。给定参数 a_1, σ, k, p, t ,以及初始数据 w_0 ,并令 $m = 1$ 。

Step2:根据牛顿迭代法,利用式(4)求解 z_m 。

Step3:根据数值化方法^[13-14],并利用式(5)求解 w_m 。

Step4:重复步骤 2 和 3,当满足迭代停止条件:

$$\frac{\|u^{k+1} - u^k\|}{\|u^k\|} < 0.0001 \text{ 时,算法终止迭代。}$$

Step5:输出去噪后的图像。

下面证明迭代序列 $w_0, z_1, w_1, z_2, \dots, w_{m-1}, z_m$ 的收敛。由式(4)和式(5)可知, $w_m = S(z_m) = S(R(w_{m-1})) = T(w_{m-1})$,因此有下面的定理。

定理 1:对于任意初始数据 w_0 ,迭代序列 $\{w_m\}$ 收敛于式(3)的最优解。

根据文献[4,11],可以通过下面几个引理证明定理 1,这里不再证明定理 1。

引理 1:算子 R 是非膨胀的,算子 S 是 1/2-平均非膨胀的,算子 T 是非膨胀的。

引理 2: $\sum_{m=1}^{\infty} \|w_{m-1} - w_m\|_2^2$ 是收敛的。

引理 3:模型(2)对应的泛函是强制的。

引理 4:算子 T 至少存在一个不动点。

3 实验结果与分析

为了验证模型的有效性及其可行性,本节将在相同的计算机软件与硬件下采用 MATLAB R2009a 对 Lena 和 Babala 图像进行仿真实验。为了定量比较,选取以下 4 个度量作为性能指标:信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)、绝对误差(Relative Error, ReErr)、峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)、均方根误差(Mean Square Error, MSE)。显然,SNR 和 PSNR 越大,去噪效果越好;MSE 和 ReErr 越小,去噪效果越好。实验中分别对两幅图像添加视数为 10、30、50 的伽马噪声,并与 AA 模型、RLO 模型、HNW 模型进行比较,去噪效果见图 1~3。

另外,表 1~3 分别给出了图 1~3 对应的去噪后的客观指标值。

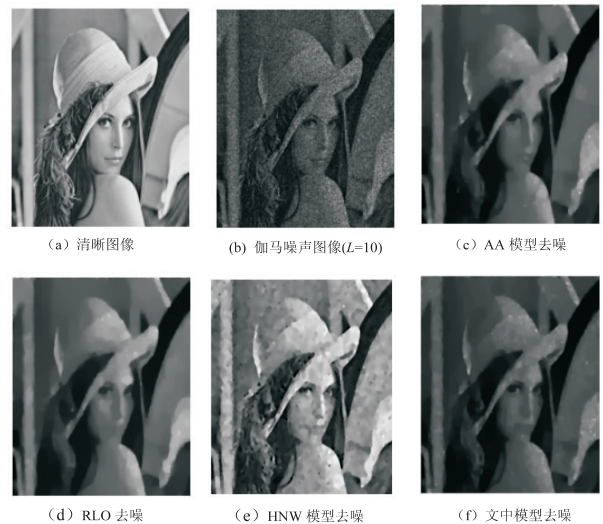


图 1 实验结果 1



图 2 实验结果 2



图 3 实验结果 3

表 1 图 1 的数值实验结果

图像	视数	模型	SNR/dB	ReErr	PSNR/dB	MSE	运行时间
Lena	10	AA 模型	6.415 4	0.321 7	15.535 4	0.028	36.883
		RLO 模型	8.426 6	0.265 8	17.194 2	0.019 1	32.509
		HNW 模型	10.464 5	0.184 7	20.357 8	0.009 2	20.353
		文中模型	11.554	0.096 3	26.051 5	0.002 5	5.198 7

表 2 图 2 的数值实验结果

图像	视数	模型	SNR/dB	ReErr	PSNR/dB	MSE	运行时间
Lena	30	AA 模型	4.641 1	0.405 6	13.522 9	0.044 4	28.901
		RLO 模型	6.430 1	0.428 6	14.795 3	0.040 8	31.858
		HNW 模型	10.123 2	0.228 3	20.623 8	0.034 4	9.764
		文中模型	12.783 5	0.097 2	25.969 3	0.002 5	6.848

表 3 图 3 的数值实验结果

图像	视数	模型	SNR/dB	ReErr	PSNR/dB	MSE	运行时间
Babala	50	AA 模型	4.405 9	0.416 6	12.981 4	0.050 3	17.44
		RLO 模型	6.236 5	0.397 8	13.381 4	0.045 9	19.171
		HNW 模型	8.547 3	0.206 7	19.100 9	0.012 3	6.236 9
		文中模型	10.350 6	0.120 1	23.821 3	0.004 1	3.329

从表 1~3 可以看出:对于人工产生的伽马噪声,比较 SNR, PSNR 值,文中模型都高于其他模型,而 ReErr, MSE 值均低于其他模型。另外,文中模型的收敛速度更快。

4 结束语

文中引入新的正则项,建立了一个新的去除 SAR 图像中伽马噪声的变分模型,既去除了噪声,又改善了去噪质量。

数值实验结果表明,新模型可以很好地去除噪声,并有效地抑制“阶梯效应”。

参考文献:

- [1] Rudin L, Lions P, Osher S, et al. Multiplicative denoising and deblurring: theory and algorithm [M]//Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics. New York: Springer, 2003: 103-119.
- [2] Aubert G, Aujol J F. A variational approach to removing multiplicative noise [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2008, 68(4): 925-946.
- [3] Jin Z, Yang X. Analysis of a new variational model for multiplicative noise removal [J]. Journal of Mathematical Analysis

名方案的安全性。

4 结束语

前向安全签名方案能有效降低因私钥泄露而造成的损失,但其普遍存在的缺陷就是无法保证私钥泄露后未来时段签名的安全性和及时发现机制。文中借助单向散列链技术,对刘亚丽的前向安全签名方案进行了改进,新方案弥补了其向后安全性,构造了基于 El-Gamal 体制的强前向安全数字签名方案,该方案既具有前向安全性又有后向安全性。

参考文献:

- [1] Anderson R. Two remarks on public key cryptology [C]//The fourth annual conference on computer and communications security. New York: [s. n.], 1997:151-160.
- [2] Bellare M, Miner S K. A forward-secure digital signature scheme [C]//Advances in Cryptology - Crypto '99. Berlin: Springer-Verlag, 1999:431-448.
- [3] Burmester M, Chrissikopoulos V, Kotzanikolaou P, et al. Strong forward security [M]//Trusted information. US: Springer, 2001:109-121.
- [4] 魏江宏,刘文芬,胡学先. 前向安全的密文策略基于属性加密方案[J]. 通信学报,2014,35(7):38-45.
- [5] Yu Jia, Kong Fanyu, Cheng Xiangguo, et al. One forward-secure signature scheme using bilinear maps and its applications and Applications,2010,362(2):415-426.
- [6] Huang Y, Ng M, Wen Y. A new total variation method for multiplicative noise removal [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1):20-40.
- [7] Donoho D L, Johnstone M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432):1200-1224.
- [8] Geman D, Geman S. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984(6):721-741.
- [9] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1):259-268.
- [10] Strong D M, Chan T F. Spatially and scale adaptive total variation based regularization and anisotropic diffusion in image processing [C]//Diusion in image processing, UCLA math department cam report. [s. l.]: [s. n.], 1996.
- [11] 李明祥,安妮. 基于格的前向安全签名方案[J]. 密码学报,2016,3(3):249-257.
- [12] 阿力木江·艾沙,库尔班·吾布力,艾斯卡尔·艾木都拉,等. 一种强前向安全数字签名方案[J]. 计算机工程与应用,2008,44(9):107-108.
- [13] 徐光宝,姜东焕,梁向前. 一种强前向安全的数字签名方案[J]. 计算机工程,2013,39(9):167-169.
- [14] 廖小平,蔡光兴. 一类具有强前向安全性的数字签名方案[J]. 湖北工业大学学报,2011,26(2):126-130.
- [15] 王明伟,胡予濮. 一种前向-后向安全的数字签名方案[J]. 西安电子科技大学学报,2014,41(2):71-78.
- [16] 曹欣,魏仕民,卓泽朋. 三个前向安全代理签名方案的安全性分析[J]. 计算机工程与应用,2015,51(7):98-100.
- [17] 吴克力,王庆梅,刘凤玉. 一种具有前向安全的数字签名方案[J]. 计算机工程,2003,29(8):122-123.
- [18] 夏峰,谢冬青,匡华清. 一类前向安全数字签名方案的分析与改进[J]. 计算机工程,2006,32(16):146-147.
- [19] 郭远,徐赐文. 基于 ElGamal 的前向安全签名方案的分析与改进[J]. 电脑知识与技术,2009,15(6):1459-1460.
- [20] 廖小平. 前向安全数字签名方案的分析与改进[J]. 计算机与信息技术,2012,20(1):45-47.
- [21] 刘亚丽,秦小麟,殷新春,等. 基于模 m 的 n 方根的前向安全数字签名方案的分析与改进[J]. 通信学报,2010,31(6):82-88.
- [22] Dong G, Guo Z, Wu B. A convex adaptive total variation model based on the gray level indicator for multiplicative noise removal [C]//Abstract & applied analysis. [s. l.]: Hindawi Publishing Corporation, 2013.
- [23] 胡学刚,张龙涛,蒋伟. 基于偏微分方程的变分去噪模型[J]. 计算机应用,2012,32(7):1879-1881.
- [24] 胡学刚,楼越芳. 一种去除 Gamma 乘性噪声的全变分模型[J]. 四川大学学报:工程科学版,2014,46(2):59-65.
- [25] Wang Y, Yang J, Yin W, et al. A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2008, 1(3):248-272.
- [26] 张红英,彭启琮. 变分图像复原中 PDE 的推导及其数值实验[J]. 计算机工程与科学,2006,28(6):44-46.
- [27] Shen J, Chan T F. Mathematical models for local nontexture inpaintings [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002, 62(3):1019-1043.

(上接第 92 页)