

# 基于随机几何理论的无线异构网络性能分析

杜月林, 郑宝玉

(南京邮电大学 信号处理与传输研究院, 江苏 南京 210003)

**摘要:**随着移动互联网的快速发展,以及新兴业务和移动应用的爆发性增长,移动用户对传输速率提出了更高的要求。通过在传统的蜂窝上叠加小型基站,使得异构无线网络可以有效地提高蜂窝网络容量。介绍了低功率节点类型、异构网络干扰等无线异构网络的概念及应用场景,构建了异构无线网络模型,异构无线网络其网络节点分布可建模为泊松分布,通过随机几何等数学工具对异构无线网络的性能进行了分析,推导出异构网络的成功传输概率及网络吞吐量。通过实验仿真验证了理论推导的正确性,为异构网络的实际部署提供了理论基础。

**关键词:**异构网络;随机几何;泊松点过程;成功传输概率;吞吐量

中图分类号:TN929. 5

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2016)11-0086-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2016.11.019

## Performance Analysis in Wireless Heterogeneous Networks Based on Stochastic Geometry Theory

DU Yue-lin, ZHENG Bao-yu

(Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications,  
Nanjing 210003, China)

**Abstract:** With the rapid development of the mobile Internet and explosive growth of emerging services and mobile applications, mobile users put forward a higher requirement for the data raters. By deploying small cells on the conventional Macrocell network, heterogeneous cellular network can effectively improve the cellular capacity. It introduces the concept and application scenario of wireless heterogeneous network like node type with low power and heterogeneous network interference, and uses a statistical approach based on stochastic geometry to model and evaluate the performance of the proposed system and deduces coverage probability and network throughput of heterogeneous network by stochastic geometry mathematical tools in this paper. Simulation has verified the correctness of theory deduction, which provides a theoretical basis for the actual deployment of heterogeneous networks.

**Key words:** heterogeneous networks; stochastic geometry; Poisson point process; successful transmission probability; throughput

### 1 概述

近来随着移动网络技术的快速发展,人们对移动数据业务的需求逐年增长。有统计表明,未来有三分之二的电话业务和百分之九十以上的数据业务是发生在室内的,同时,视频、在线游戏、高速下载等应用对蜂窝网络的速率和性能提出了越来越高的要求。但由于信号的穿墙路损,宏蜂窝网络很难保证室内用户的速率要求,因此在此背景下,国际上3GPP(3rd Generation Partnership Project)组织在LTE(Long Term Evolution) Release 10版本中引入了不同类型低功率基站节点,如

表1所示。

表1 异构网络低功率节点概况

指标	宏小区 (Macro)	微小区 (Pico)	家庭基站 (Femto)	中继 (Relay)	分布式天 线(RRH)
发射功率/dBm	46	23~30	<23	30	46
覆盖范围	Few km	<300 m	<50 m	300 m	Few km
用途	提供开放 式接入服 务	提高热点地 区的室内室 外信号覆盖 质量	服务家庭 或企业里 的用户	扩大覆 盖范围	增强运营 商网络部 署的灵活 性

这些低功率节点包括家庭基站、微微蜂窝、中继及射频拉远等基站节点构成,这种在宏蜂窝网络中叠加

收稿日期:2016-01-12

修回日期:2016-05-18

网络出版时间:2016-10-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61271240);江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXZZ11-0393)

作者简介:杜月林(1975-),男,博士研究生,讲师,研究方向为通信信号处理、嵌入式控制;郑宝玉,教授,博士生导师,通讯作者,研究方向为通信信号处理、量子信息处理。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20161024.1105.014.html>

低功率基站节点的网络架构称之为异构网络<sup>[1-2]</sup>。异构网络按照接入模式是否相同可以分为两类,相同接入模式有:宏小区(Macro)、微小区(Pico)、家庭基站(Femto)、中继(Relay)、分布式天线(RRH);不同接入模式有:WiFi网络、802.16网络、CDMA网络、GSM网络、M2M网络。为了最大化频谱利用率,3GPP倾向于采用同频组网方式。以上不同类型基站可以由运营商整体部署或用户单行部署,并且与宏小区同频,其目的是为了减轻宏小区的接入负担,这样可以改善小区边缘用户的通信性能。异构网络的部署可以降低网络开销,而且能够减少无限网络额定功率的损耗。因为小型基站的成本较低,所以异构无线网络的部署能够降低运营商的网络运营成本。由于异构网络技术能够提高区域内的频谱复用率,并且能为用户提供较高的数据传输速率,从而提升网络吞吐量和系统的整体效率。所以,异构网络被3GPP组织认为是LTE-Advanced标准中一种非常重要的增强型候选技术<sup>[3]</sup>。

异构网络中的Femtocell一般是由用户以Ad Hoc方式进行手动或自动配置,并且可以移动或开关,如图1所示。当Femtocell工作在封闭用户组(CSG)的接入模式时,如果有非法用户(宏用户1)进入Femtocell覆盖区域内时,其将受到Femtocell严重的下行干扰;同时,非法用户(宏用户1)也会对同频的Femtocell用户造成较强的上行干扰<sup>[4-5]</sup>。

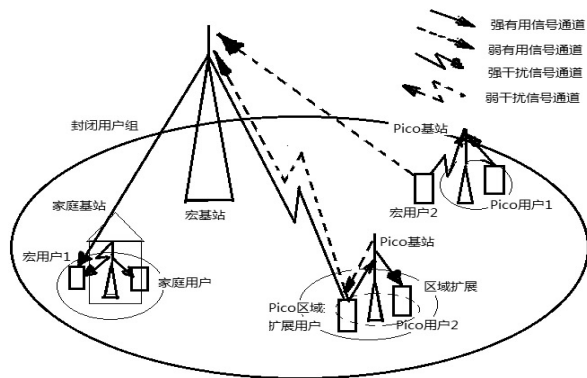


图1 异构网络干扰场景

由于低功率小型基站的大量铺设,其地理位置呈现随机特性,传统的蜂窝模型不能很好地体现这种随机特性。由于多种异构节点共用频谱资源所带来的干扰,在异构网络中如何避免控制信道的干扰以及提高数据信道的通信性能,是近年来研究的热点。异构随机网络节点位置通常建模为泊松点过程,即在一个二维空间域中,节点数目服从密度为 $\lambda$ 的泊松分布,每个节点位置则在该空间内均匀分布。由于干扰的存在,传统的信噪比(SNR)要用信干噪比(SINR)表示,通信理论的传统分析方法已不能完全分析这种新型网络。

随机几何理论是无线通信网络性能分析的重要数

学工具之一。与网络信息论中的经典模型不同,在大规模无线通信网络模型中,不仅要考虑由多径所带来的小尺度衰落对系统性能的影响,同时也需要考虑由节点的空间分布所带来的大尺度衰落和基于网络节点空间分布的平均化计算,可以对大规模无线通信网络的成功传输概率及空间吞吐量进行度量<sup>[6-11]</sup>。

具体来说,考虑存在于 $R^2$ 上的一个大规模无线通信网络,给定其网络节点服从某种空间分布,于是得到原点处典型接收用户所接收到的来自其他发射用户的干扰为:

$$I = \sum_{i \in T} P_i h_i l(|X_i|)$$

其中, $T$ 表示发射用户集合; $P_i$ 表示第 $i \in T$ 个发射用户的发射功率; $h_i$ 表示第 $i \in T$ 个发射用户与典型接收用户之间的衰落信道功率参数; $X_i$ 表示第 $i$ 个发射用户位置; $l(d)$ 表示距离为 $d$ 大尺度路损函数。

在目前的研究中,通常假定 $h_i$ 是均值为1的指数分布随机变量,并给定 $l(d) = d^{-\alpha}$ ,其中 $\alpha$ 为路径损耗因子。异构无线网络其网络节点分布可建模为泊松分布。泊松点过程(Poisson Point Process)是用于大规模无线通信网络节点分布建模的经典点过程之一。在泊松点过程的建模下,根据SINR = S/(N + I),通过使用Campbell定理和泊松点过程的PGFL表示,即可对异构无线通信网络中的成功传输概率及空间吞吐量等网络性能进行分析。

## 2 随机几何数学基础

现实生活中存在很多的随机现象,事件的发生可认为是在一个有限的时间或空间中进行,因此在数学上可用一个理想化的点来表示。例如服务台前顾客的到来时刻,真空管阴极电子的发射时刻,可表示为实轴上的点。犹如天空中某一区域内星体的分布,都可用二维及以上空间的点表示。概括来说,空间中按照一定统计规律随机分布的点的集合构成一个随机点过程(简称点过程)。随机点过程是随机过程中最基本的研究对象,它包含很多模型,其中最简单且应用最为广泛的的就是泊松点(PPP)模型。泊松点过程可分为齐次PPP(HPPP)和非齐次PPP。

定义1:齐次泊松点过程。

对于两个不相交(互不交叉)的有界区域 $A, B \in R^d$ ,随机变量 $\Pi(A)$ 和 $\Pi(B)$ 是相互独立的,其中 $\Pi$ 表示所研究的随机点域, $\Pi(\cdot)$ 表示随机点域在有界区域中的随机点数。任何有界区域 $B$ 上的点数 $\Pi(B)$ 服从强度测度(表征随机点域 $\Pi$ 在区域 $B$ 中的平均点数,即 $\Lambda(B) = E(\Pi(B))$ ) $\Lambda(B) = \lambda v_d(B)$

的泊松分布,即:

$$\Pr(\prod(B) = k) = \exp(-\lambda v_d(B)) \frac{(\lambda v_d(B))^k}{k!}, k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

其中,  $v_d(B)$  为勒贝格测度 (Lebesgue Measure), 即区域  $B$  的面积; 参数  $\lambda$  为 HPPP 中唯一的特征参数, 代表 HPPP 的强度或者单位空间平均点密度。

定理 1: Campbell Mecke 定理。

$\varphi$  是概率密度为  $\lambda$ 、空间为  $R^2$  的泊松点过程的一个事件, 让  $f: R^2 \rightarrow R^2$  是一个可计算的函数, 则  $S = \sum_{x \in \varphi} f(x)$  是一个随机变量, 则其数学期望为:

$$E(\sum_{x \in \varphi} f(x)) = \lambda \int f(x) dx \quad (2)$$

定理 2: Probability Generating Functional (PGFL)。

$\varphi$  是概率密度为  $\lambda$ 、空间为  $R^2$  的泊松点过程的一个事件, 让  $f: R^2 \rightarrow [0, 1]$  是一个实值函数, 则:

$$E(\prod_{x \in \varphi} f(x)) = \exp(-\lambda \int_{R^2} (1 - f(x)) dx) \quad (3)$$

### 3 异构无线网络模型

假设有  $K$  层无线网络, 第  $i$  层基站分布可以建模为泊松点过程  $\varphi_i$ , 第  $i$  层基站的传输功率为  $P_i$ 。如果接收信号的信干比 (SIR) 大于  $\theta_i$ , 那么用户能被第  $i$  层的基站所连接; 假设每层网络都以相同的频率传输, 那么干扰是平分的; 若信道是瑞利信道, 路径损耗为  $\|X\|^{-a}$ ,  $a > 2$ , 假设 SIR 的门限  $\theta_i > 1$ , 网络模型如图 2 所示。其中,  $k = 3$ 。

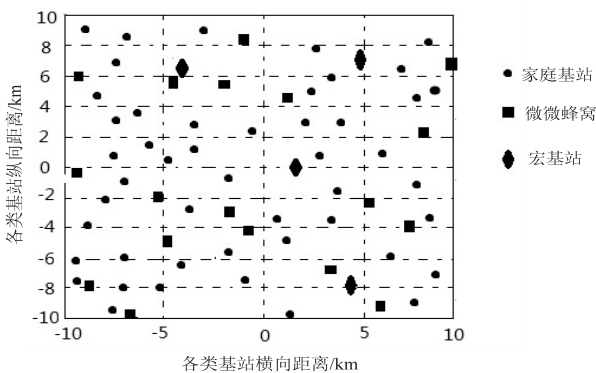


图 2 异构无线网络模型

### 4 异构网络性能分析

对于异构无线网络来说, 在网络设计中其背景噪声一般为定值。因此, 与文献 [12] 相类似, 如果忽略背景噪声, 就可以将接收点处的信干噪比 (SINR) 用信干比 (SIR) 表示, 则接收用户的 SIR 表示为:

$$SIR(x) = \frac{h_{x_0} \|x\|^{-a}}{\sum_{i=1}^k \sum_{y \in \varphi_i} h_{y_0} \|y\|^{-a} - h_{x_0} \|x\|^{-a}} \quad (4)$$

其中, 假设异构网络基站分布为  $\lambda$  的 PPP 分布, 记为  $\varphi_i$ , 路径损耗记为:  $l(x) = \|X\|^{-a}$ ,  $a > 2$ , 基站  $x$  和移动用户  $y$  (典型主用户记为 0) 之间的衰减因子记为  $h_{xy}$ 。

成功传输概率 (Coverage probability), 又称传输非中断概率, 被定义为接收用户能够对其所接收到的目标信号进行正确译码的概率。具体来说, 给定接收信干比  $SIR_m$ , 以及相应的成功接收门限  $\theta_m$ , 得到网络的成功传输概率 [13-18] 为:

$$P_m^c(\theta_m) = P(SIR_m \geq \theta_m) \quad (5)$$

定理 3: 在  $K$  层异构网络中, 成功传输概率为:

$$P_c = \frac{\pi}{C(a)} \frac{\sum_{m=1}^k \lambda_m P_m^{2/a} \theta_m^{-2/a}}{\sum_{m=1}^k \lambda_m P_m^{2/a}}, \theta_i > 1 \quad (6)$$

证明: 让  $P_c$  表示成功传输概率, 则:

$$1 - P_c = E(\prod_{m=1}^k \prod_{x \in \varphi_m} I(SIR(x) < \theta_m)) = E(\prod_{m=1}^k \prod_{x \in \varphi_m} 1 - I(SIR(x) > \theta_m)) \quad (7)$$

展开内部乘积, 有:

$$1 - P_c = 1 - E \prod_{m=1}^k \prod_{x \in \varphi_m} I(SIR(x) > \theta_m) + E \sum I(SIR(x) > \theta_m) I(SIR(y) > \theta_m) - (\text{three terms}) \dots \quad (8)$$

第二项为高阶项趋向于 0, 所以网络中宏基站至少能连接到 1 个 BS, 因此

$$P_c = \sum_{m=1}^k E \sum_{x \in \varphi_m} I(SIR(x) > \theta_m) \quad (9)$$

调用 Campbell Mecke 理论, 对于概率密度为  $\lambda$  的 PPP, 有

$$E \sum_{x \in \varphi} f(x, \varphi \setminus \{x\}) = \lambda \int_{R^2} E[f(x, \varphi)] dx \quad (10)$$

$$E \sum_{x \in \varphi_m} I(SIR(x) > \theta_m) = \lambda_m \int_{R^2} P(SIR(x) > \theta_m) dx \quad (11)$$

根据:

$$P(\frac{P_m h_{x_0} \|x\|^{-a}}{I} > \theta_m) = \zeta_I(\|x\|^a \theta_m P_m^{-1}) \quad (12)$$

系统总干扰等于每层独立干扰之和, 因此

$$L_I(\|x\|^a \theta_m P_m^{-1}) = \prod_{j=1}^k L_{I_j}(\|x\|^a \theta_m P_m^{-1}) \quad (13)$$

调用干扰的 Laplace 变换  $I_j = \sum_{x \in \varphi_j} P_j h_{x_0} \|x\|^{-a}$  得:

$$L_{I_j(s)} = \exp(-\lambda_j P_j^{2/a} S^{2/a} C(a)) \quad (14)$$

其中:

$$C(a) = \frac{2\pi^2}{a \sin(2\pi/a)} \quad (15)$$

因此

$$L_f(\|x\|^a \theta_m P_m^{-1}) = \exp(-\|x\|^a \theta_m^{2/a} P_m^{-2/a} \sum_{i=1}^k \lambda_i P_i^{2/a} C(a)) \quad (16)$$

结合相关式子,得出:

$$P_c = \sum_{m=1}^k \lambda_m \int_{R^2} \exp(-\|x\|^a \theta_m^{2/a} P_m^{-2/a} \sum_{i=1}^k \lambda_i P_i^{2/a} C(a)) dx \quad (17)$$

综合以上推导,定理得证。

定理 4:网络的空间吞吐量(Throughput)被定义为网络中能够成功进行数据传输的网络用户的节点密度,在理想情况下空间吞吐量为:

$$T_m = P_m^c(\theta_m) \log_2^{(1+\theta_m)} \quad (18)$$

## 5 异构网络性能仿真分析

当 SIR 门限  $\beta_2 = 1$  dB 固定不变时,成功传输概率  $P_c$  与 SIR 门限  $\beta_1$  的仿真曲线如图 3 所示。其中,  $k=2$ , 路径衰落因子  $\alpha=3$ ,  $P_1=100P_2$ ,  $\lambda_2=2\lambda_1$ 。

通过比较可以看出,上述推导的异构网络成功传输概率  $P_c$  与实际的分析近似吻合。

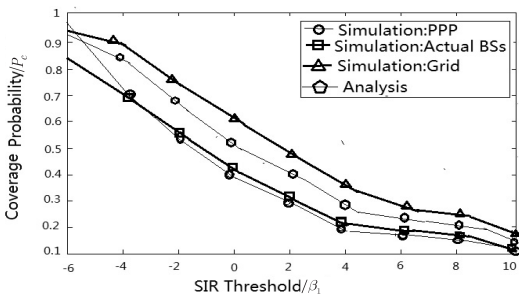


图 3 成功传输概率关于信干比门限的曲线图

## 6 结束语

文中介绍了异构网络的概念并引入了家庭基站的干扰场景,将异构无线网络中的节点位置建模为 PPP 过程,运用随机几何等数学工具计算出异构网络成功传输概率和空间吞吐量等网络性能指标,并用仿真实验验证了其推导结果的准确性,为异构网络性能分析提供了良好的方法和基础。

### 参考文献:

- [1] Lin P, Zhang J, Chen Y, et al. Macro-Femto heterogeneous network deployment and management: from business models to technical solutions [J]. IEEE Wireless Communications, 2011, 18(3): 64-70.
- [2] Andrews J, Claussen H, Dohler M, et al. Femtocells: past, present, and future [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(3): 497-508.

- [3] Cheng S, Lien S Y, Hu F S, et al. On exploiting cognitive radio to mitigate interference in Macro/Femto heterogeneous networks [J]. IEEE Wireless Communications, 2011, 18(3): 40-47.
- [4] Heath R W, Kountouris M. Modeling heterogeneous network interference [C]//Information theory and applications workshop. [s. l.]: IEEE, 2012: 17-22.
- [5] Lee C H, Haenggi M. Interference and outage in poisson cognitive networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(4): 1392-1401.
- [6] Stoyan D, Kendall W S, Mecke J, et al. Stochastic geometry and its applications [M]. New York: Wiley, 1996.
- [7] Weber S, Andrews J G, Jindal N. An overview of the transmission capacity of wireless networks [J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(12): 3593-3604.
- [8] Baddeley A, Bárány I, Schneider R. Spatial point processes and their applications [C]//Stochastic geometry: lectures given at the CIME Summer School held in Martina Franca, Italy. Martina Franca, Italy: [s. n.], 2004: 1-75.
- [9] Stoyan D, Kendall W, Mecke J. Stochastic geometry and its applications [M]. 2nd ed. [s. l.]: John Wiley and Sons, 1996.
- [10] Zuyev S. Stochastic geometry and telecommunications networks [M]//Stochastic geometry: highlights, interactions and new perspectives. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- [11] Baccelli F, Blaszczyzyn B, Muhlethaler P. Stochastic analysis of spatial and opportunistic ALOHA [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 27(7): 1105-1119.
- [12] Tse D, Viswanath P. Fundamentals of wireless communication [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [13] Gupta P, Kumar P R. The capacity of wireless networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(2): 388-404.
- [14] Xue F, Xie L L, Kumar P R. The transport capacity of wireless networks over fading channels [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(3): 834-847.
- [15] Ganti R, Baccelli F, Andrews J. Series expansion for interference in wireless networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(4): 2194-2205.
- [16] Weber S P, Yang X Y, Andrews J G, et al. Transmission capacity of wireless ad hoc networks with outage constraints [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4091-4102.
- [17] Sheng Zhengguo, Goeckel D L, Leung K K, et al. A stochastic geometry approach to transmission capacity in wireless cooperative networks [C]//20th international symposium on personal, indoor and mobile radio communications. [s. l.]: IEEE, 2009: 622-626.
- [18] Haenggi M, Ganti R K. Interference in large wireless networks [J]. Foundations and Trends in Networks, 2008, 51: 127-248.