

基于截断多项式展开的大规模 MIMO 预编码

李波

(西安航空学院, 陕西 西安 710062)

摘要:探讨了大规模 MIMO 中预编码的实现算法。针对大规模多输入多输出系统中预编码复杂度随系统维数变大而增加的问题,提出了一种基于截断多项式展开的预编码算法,分析了该算法对比传统正则迫零预编码的优越性,并基于系统吞吐量和预编码复杂度的平衡考虑,采用随机矩阵理论,推导出了实现所提算法的最优预编码权值系数。在不同信道条件下,当阶数一定时,该算法用户平均可达速率随信噪比增加会无限趋近于正则迫零算法。该算法复杂度不会随系统用户数和天线数的增加而变大,具有可实现性。

关键词:大规模多输入多输出;预编码;截断多项式展开;正则迫零

中图分类号:TN911.73

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2016)09-0154-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2016.09.034

A Precoding Algorithm Based on Truncated Polynomial Expansion for Massive MIMO System

LI Bo

(Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710062, China)

Abstract: The implementation of precoding algorithm for massive Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) system is discussed. The computational precoding complexity increases with its dimensions in MIMO system. In view of this problem, a precoding scheme based on the truncated polynomial expansion is proposed and the superiority of it is analyzed compared with the conventional regularized zero forcing precoding. Using the random matrix theory, the optimal precoding weights coefficient is derived for tradeoff between system throughput and precoding complexity. Under different channel conditions, the simulation shows that the average achievable rate will increase infinitely approaches the regularized zero forcing precoding in a certain order. The complexity of the proposed algorithm does not change with the increase of the number of users and antennas, which is easy to realize.

Key words: massive MIMO; precoding; truncated polynomial expansion; regularized zero-forcing

0 引言

大规模多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 因为其巨大的性能优势成为下一代通信系统研究的热点,当同时在基站侧部署大量天线时,可以获得额外的天线增益和预编码增益。当天线数远大于用户数时,简单线性预编码具有最优的渐近性^[1-3],同时借助随机矩阵理论可以对随机可达速率有一个确定性的近似^[4-6]。天线数越大,确定性等效越精确。

虽然线性预编码的运算量比非线性预编码小得多,但是当天线数和用户数比较大时,大多数线性预编码方案仍然比较复杂,其运算量大约为天线数和用户

数最小值的三次方数量级。

近年来,研究者们对多用户检测中矩阵求逆的复杂度进行了研究,提出了很多降秩滤波的方法^[7-8],这些方法一般都是基于截断多项式展开 (TPE) 理论,简单来讲,就是矩阵的逆矩阵可以由一个具有 J 项的矩阵多项式来代替,但目前还没有结合系统吞吐性能进行预编码复杂度的研究。

文中试图从系统吞吐量的角度来研究单小区多用户下行链路中降低线性预编码复杂度的方法,基于可达用户速率推导采用 TPE 方法的任意 J 阶多项式的确定性等效值,使得在 MRT ($J = 1$) 和 RZF ($J = \min(M, K)$) 之间有一个平滑过渡。

收稿日期:2015-08-27

修回日期:2016-02-25

网络出版时间:2016-08-23

基金项目:陕西省科学技术研究发展计划项目(2013JC2-17,2013JK1163)

作者简介:李波(1979-),男,讲师,研究方向为计算机技术。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20160823.1343.030.html>

1 系统模型

考虑一个单小区下行链路,基站(Base Station, BS)具有 M 个天线,服务于 K 个单天线的终端。假定 $M \gg K$, 系统为时分复用(Time-Division Duplex, TDD)系统,BS 通过信道互易性获得上行信道信息。第 k 个用户接收到的基带复信号 $y_k \in \mathbb{C}^M$ 可以写成:

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{x} + n_k, k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ 为发送信号; $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^M$ 为在 BS 和第 k 个用户之间的随机信道向量, \mathbf{h}_k^H 为 \mathbf{h}_k 的转置; $n_k \sim \text{CN}(0, \sigma^2)$, $k = 1, 2, \dots, K$ 为第 k 个用户的循环对称复高斯加性噪声, σ^2 为接收机的噪声方差。

采用小尺度衰落对信道进行建模,信道向量 \mathbf{h}_k 如下:

$$\mathbf{h}_k = \Phi^{\frac{1}{2}} z_k \quad (2)$$

其中,信道协方差矩阵 $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 为有界谱范数,如 $M \rightarrow \infty$, 有 $z_k \sim \text{CN}(0, \frac{1}{K} I_M)$ 。信道满足瑞利块衰落。假定基站采用高斯码本和线性预编码,其中 $\mathbf{g}_k \in \mathbb{C}^M$ 表示预编码向量, $s_k \sim \text{CN}(0, 1)$ 是第 k 个用户的数据符号。

基于上述假设,式(1)中的发送信号可表示为:

$$\mathbf{x} = \sum_{n=1}^K \mathbf{g}_n s_n = \mathbf{G} \mathbf{s} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1 \dots \mathbf{g}_K] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为预编码矩阵; $\mathbf{s} = [s_1 \dots s_K]^T \sim \text{CN}(0, I_K)$ 为包含所有用户的数据符号。则式(1)可表示为:

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_k s_k + \sum_{n=1, n \neq k}^K \mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_n s_n + n_k, k = 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

令 \mathbf{G}_k 为矩阵 \mathbf{G} 移除第 \mathbf{g}_k 列的矩阵。这样第 k 个用户的信干噪比(Signal to Interference and Noise Ratio, SINR)为:

$$\text{SINR}_k = \frac{\mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k}{\mathbf{h}_k^H \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^H \mathbf{h}_k + \sigma^2} \quad (5)$$

假定每一用户均有完全瞬时 CSI,则用户 k 的可达数据率为 $\log_2(1 + \text{SINR}_k)$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。

2 预编码方案及复杂度分析

线性预编码方案已经在很多文献中进行了研究,其中正则迫零(RZF)预编码算法区别于其他方案,在发端采用了维纳滤波^[9-10],是一种基于最优准则的波束形成^[11]算法。RZF 预编码在很多场景下被证明具有近似最优的特性,它结合很多方案的优点,优于多种传统方法(如 MRT、迫零波束形成等),因此文中以 RZF 预编码为基准。

2.1 大规模 MIMO 系统的 RZF 预编码

假定总发射功率恒定,即 $\frac{1}{K} \text{tr}(\mathbf{G} \mathbf{G}^H) = P$, 其中 $\frac{1}{K}$ 是用来调节式(2)信道方差的缩放因子。总功率 P 恒定,当天线数 M 和用户数 K 变大时,定义 RZF 预编码矩阵如下:

$$\mathbf{G}_{\text{RZF}} = \hat{\mathbf{H}} (\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} + \xi \mathbf{I}_K)^{-1} = \beta (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \xi \mathbf{I}_M)^{-1} \hat{\mathbf{H}} \quad (6)$$

其中, $\hat{\mathbf{H}}$ 为信道估计矩阵; β 为功率归一化参数,用来满足发射功率恒定; ξ 为标量调整系数,可以依据噪声方差、发端信道不确定性等进行调整。

在式(6)中,对所有用户来讲,平均发送功率相等,但在每一相干周期,瞬时收发信号功率不同。

2.2 基于截断多项式扩展(TPE)预编码

参考文献[3],基于截断多项式展开理论(TPE),可得到:

$$\begin{aligned} \beta (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \xi \mathbf{I}_M)^{-1} \hat{\mathbf{H}} &= \beta \alpha \sum_{l=0}^{\infty} (\mathbf{I}_M - \alpha (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \xi \mathbf{I}_M))^l \hat{\mathbf{H}} \approx \\ &= \beta \alpha \sum_{l=0}^{J-1} (\mathbf{I}_M - \alpha (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \xi \mathbf{I}_M))^l \hat{\mathbf{H}} = \\ &= \sum_{l=0}^{J-1} (\beta \alpha \sum_{m=l}^{J-1} \binom{n}{m} (1 - \alpha \xi)^{n-l} (-\alpha)^l (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H)^l \hat{\mathbf{H}}) \end{aligned} \quad (7)$$

采用上述等效式,式(6)预编码矩阵可以表示为:

$$\mathbf{G}_{\text{TPE}} = \sum_{l=0}^{J-1} w_l (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H)^l \hat{\mathbf{H}} \quad (8)$$

其中, $w_l, l = 0, 1, \dots, J-1$ 为标量权值。

式(8)定义了一个较高自由度的预编码,相对式(6)来讲,式(8)中的预编码可以通过标量权值 w_l 来调整,可以随 J 取值的变化形成一系列预编码矩阵。当 $J = 1$ 时, $\mathbf{G} = w_0 \hat{\mathbf{H}}$,也即最大比率传输,进一步可选择 $J = \min(M, K)$ 。遵循凯莱哈密顿定理,系数与 $(\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \xi \mathbf{I}_M)^{-1}$ 的特征多项式有关。定义 J 为 TPE 预编码的阶数,对应的多项式自由度为 $J-1$ 。合理选择 J 可以使得在低复杂度 MRT 预编码和高复杂度 RZF 预编码之间有一平滑过渡,根据文献[3],阶数 J 是有限的,且不随 M 和 K 的增大而变大。

3 TPE 预编码算法优化实现

基于上述分析,在大规模 MIMO 中,TPE 预编码算法的实现在复杂度方面有一定优势。考虑到预编码复杂度和系统吞吐量之间的平衡,本节讨论最大化吞吐量情况下的预编码最优值。

假定采用 TPE 预编码的 SINR 收敛于一个有限和确定的等效值,这个有效值取决于系数 w_l 和信道的统

计特征, 在式(5)中, 令 $\mathbf{g}_k = \mathbf{G}\mathbf{e}_k$, 则 $\mathbf{h}_k^H \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^H \mathbf{h}_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{G} \mathbf{G}^H \mathbf{h}_k - \mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k$, 其中 \mathbf{e}_k 表示单位矩阵 \mathbf{I}_k 的第 k 列, 将式(8)代入式(5), 则有:

$$\text{SINR}_k = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{A}_k \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{B}_k \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{A}_k \mathbf{w} + \sigma^2} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{w} = (w_0, w_1, \dots, w_{J-1})^T$; 矩阵 $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k \in \mathbb{C}^{J \times J}$, 且 $[\mathbf{A}_k]_{l,m} = \mathbf{h}_k^H (\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H)^l \hat{\mathbf{H}} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^H \hat{\mathbf{H}}^H (\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H)^m \mathbf{h}_k$, $[\mathbf{B}_k]_{l,m} = \mathbf{h}_k^H (\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H)^{l+m+1} \mathbf{h}_k, l = 0, 1, \dots, J-1, m = 0, 1, \dots, J-1$.

为使功率恒定, 将式(8)代入 $\frac{1}{K} \text{tr}(\mathbf{G}\mathbf{G}^H) = P$, 可得 $\frac{1}{K} \sum_{l=0}^{J-1} \sum_{m=0}^{J-1} w_l w_m^* \text{tr}((\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H)^{l+m+1}) = P$, 由文献[12]定理3推得 $\sum_{l=0}^{J-1} \sum_{m=0}^{J-1} \omega_e \omega_m^* \frac{(-1)^{l+m+1}}{(l+m+1)!} \frac{1}{K} \text{tr}(\mathbf{T}_{l+m+1}) = P$, 其中, $\mathbf{T}(t) = \left(\mathbf{I}_M + \frac{t\Phi}{1+t\delta(t)} \right)^{-1}, \delta(t) = \frac{1}{K} \text{tr} \left(\Phi \mathbf{I}_M + \frac{t\Phi}{1+t\delta(t)} \right)^{-1}$. 为最大化 SINR 的渐近值, 构造如下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} &= \frac{\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{A}} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}}) \mathbf{w} + \sigma^2} \\ \text{s. t. } & \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{C}} \mathbf{w} = P \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $[\bar{\mathbf{A}}]_{l,m} = \frac{(-1)^{l+m}}{l! m!} \left. \frac{d^l \mathbf{Z}_d(t)}{dt^l} \right|_{t=0} \left. \frac{d^m \mathbf{Z}_d(t)}{dt^m} \right|_{t=0}$, $[\bar{\mathbf{B}}]_{l,m} = \frac{(-1)^{l+m}}{(l+m)!} \left. \frac{d^{l+m} \mathbf{X}_d(t)}{dt^{l+m}} \right|_{t=0}, [\bar{\mathbf{C}}]_{l,m} = \frac{(-1)^{l+m+1}}{(l+m+1)!} \frac{1}{K} \text{tr}(\mathbf{T}_{l+m+1}), \mathbf{Z}_d(t)$ 和 $\mathbf{X}_d(t)$ 分别为信道 t 的随机函数, 满足:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_d(t) &= \mathbf{h}_k^H (t\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H + \mathbf{I}_M)^{-1} \hat{\mathbf{h}}_k \\ \mathbf{X}_d(t) &= \mathbf{h}_k^H (t\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H + \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{h}_k \end{aligned}$$

运用 $\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{C}} \mathbf{w} = P$, 式(10)可以写成:

$$\begin{aligned} \max_{\alpha} & \frac{\alpha^H (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{A}} (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \alpha}{\alpha^H \alpha} \\ \text{s. t. } & \alpha^H (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{C}} (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \alpha = P \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\alpha = (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{\frac{1}{2}} \mathbf{w}$.

可以看出, 式(11)的目标函数与 α 的范数无关, 并且此时有一对对应于最大特征根 λ_{\max} 的特征向量为:

$$(\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{A}} (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

则依据 $\alpha = (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{\frac{1}{2}} \mathbf{w}$, 可以求出:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{P}{\beta}} (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \alpha \quad (13)$$

其中, $\beta = \left\| \bar{\mathbf{C}}^{\frac{1}{2}} (\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}} + \frac{\sigma^2}{P} \bar{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}} \alpha \right\|^2$.

这一定理表明, J 阶多项式系数可以提前通过信道统计特征来计算使得渐近 SINR 最大化, 这样仅需在一个较长的周期内, 有一个信道统计特征的反馈, 可以使得系统的反馈开销大大降低。

4 仿真与分析

为验证上述推导过程和实施方法, 本节基于平均可达速率^[13-14]利用上述方法对系统的性能影响进行仿真。对应于式(6)和(8), 用户的平均可达速率 R 表示为:

$$R = E[\log_2(1 + \text{SINR}_k)] \quad (14)$$

为满足功率恒定要求, 不失一般性, 令 $\frac{1}{M} \text{tr}(\Phi) = 1, \sigma^2 = 1$, 天线数 $M = 128$, 用户数 $K = 32$, 信道如式(6)描述, 仿真针对信道标量参数 $\tau \in [0, 1]$ 分别取 0.1、0.5 和 0.9 进行两种方案下的性能对比, 其中基于 TPE 的预编码算法选择阶数 $J = 5$ 。仿真工具采用 Matlab 软件, 结果如图 1 所示。

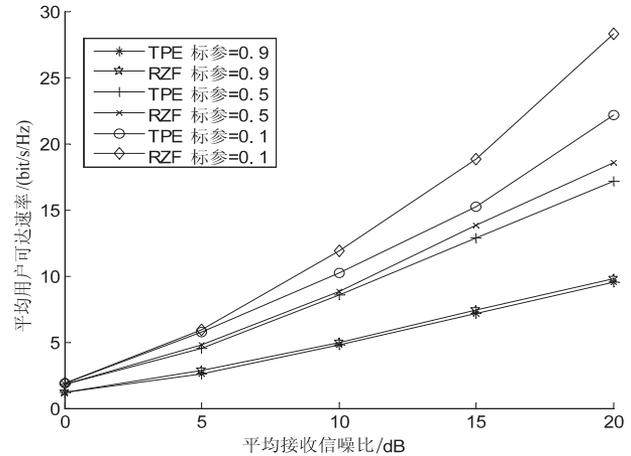


图 1 不同信道情况下用户可达速率与信噪比的关系
从图中可以看出, 在相同信道和低信噪比情况下 TPE 和 REF 的性能非常相近, 只有当 SNR 较大且信道状态较好(标量参数较小)时, TPE 和 REF 预编码传输有一定的差距。

为验证阶数 J 对 TPE 预编码算法的影响, 图 2 仿真了不同阶数下, 采用 TPE 预编码与 RZF 预编码算法对系统性能的影响。考虑到信道标量参数 $\tau = 0.1$ 时两者差距较大, 因此, 图 2 给出了在该情况下阶数 J 与用户速率的关系。

从图 2 可以看出, J 越大, 越接近于 RZF, 而且在 J

$= 8$ 时, TPE 和 RZF 的性能已经非常接近, 而此时天线数 $M = 128$, 用户数 $K = 32$ 。

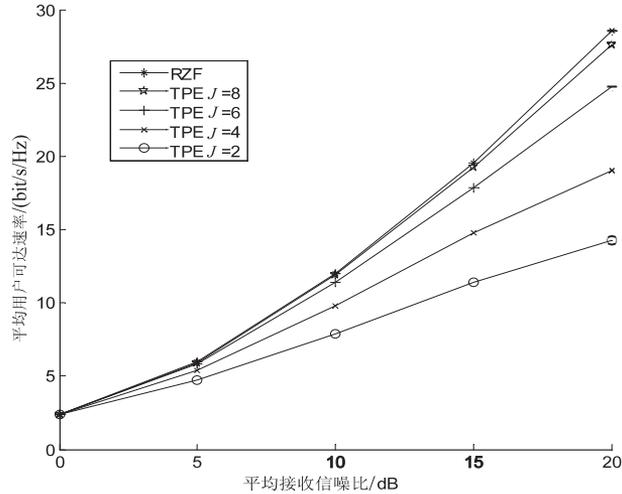


图2 不同阶数用户可达速率与信噪比的关系

5 结束语

文中从系统吞吐量的角度研究了单小区多用户下行链路中降低线性预编码复杂度的方法。采用基于截断多项式扩展预编码方法建立了一种系统吞吐量和预编码复杂度的平衡。通过截断多项式扩展等效算法实现了多级硬件并行流水结构, 并采用这种并行处理算法消除了系统的额外延迟, 同时可以随着信噪比的高低动态增加或减少多项式阶数 J 的值。文中推导出了可以使吞吐量最大化的最优预编码系数, 通过仿真验证了所提算法在较低复杂度下性能良好。

参考文献:

- [1] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [2] 李兴旺. 无线通信系统中的大规模 MIMO 关键理论及技术

研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2015.

- [3] 戚晨皓, 黄永明, 金石. 大规模 MIMO 系统研究进展[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(3): 544-551.
- [4] Hachem W, Khorunzhy O, Loubaton P, et al. A new approach for capacity analysis of large dimensional multi-antenna channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(9): 3987-4004.
- [5] 吴伟陵, 牛凯. 移动通信原理[M]. 第2版. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [6] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [7] Sessler G, Jondral F. Low complexity polynomial expansion multiuser detector for CDMA systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2005, 54(4): 1379-1391.
- [8] 徐国珍, 蒋伟, 刘安, 等. 有限反馈下大规模 MIMO 系统性能仿真[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2012, 24(5): 589-594.
- [9] Hoydis J, Debbah M, Kobayashi M. Asymptotic moments for interference mitigation in correlated fading channels[C]// Proc of ISIT. [s. l.]: [s. n.], 2011: 2796-2800.
- [10] 邱玲. 多用户多小区 MIMO 通信技术[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2011.
- [11] Joham M, Utschick W, Nossek J A. Linear transmit processing in MIMO communications systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 2700-2712.
- [12] Bjornson E, Zakhour R, Gesbert D, et al. Cooperative multi-cell precoding: rate region characterization and distributed strategies with instantaneous and statistical CSI[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4298-4310.
- [13] 杨大成. 移动传播环境理论基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [14] Bjornson E, Jorswieck E. Optimal resource allocation in coordinated multi-cell systems[J]. Foundations and Trends in Communications and Information Theory, 2013, 9(2-3): 113-381.
- [15] 周国静, 李云. 基于最小最大策略的集成特征选择[J]. 南京大学学报: 自然科学版, 2014, 50(4): 457-465.
- [12] 陈晓明. 海量高维数据下分布式特征选择算法的研究与应用[J]. 科技通报, 2013, 29(8): 79-81.
- [13] 连惠城. 最小最大模块化网络及人脸属性分类研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2008.
- [14] 解男男. 机器学习方法在入侵检测中的应用研究[D]. 长春: 吉林大学, 2015.
- [15] 闫国虹. 支持向量机不平衡问题和增量问题算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.

(上接第 153 页)

- feature selection[C]//Proc of ACM SIGKDD conference on knowledge discovery and data mining. [s. l.]: ACM, 2012: 913-921.
- [8] Awada W, Khoshgoftaar T M, Dittman D, et al. A review of the stability of feature selection techniques for bioinformatics data [C]//Proc of international conference on information reuse and integration. [s. l.]: [s. n.], 2012: 356-363.
- [9] 季薇, 李云. 基于局部能量的集成特征选择[J]. 南京大学学报: 自然科学版, 2012, 48(4): 499-503.
- [10] Lu B L, Ito M. Task decomposition and module combination based on class relations; a modular neural network for pattern

classification[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(5): 1244-1256.