

基于三角模糊数的高效多属性群决策方法

张龙昌, 张晓侠

(渤海大学 信息科学与技术学院, 辽宁 锦州 121013)

摘要:多属性群决策在决策领域具有广泛的应用,在决策过程中为便于决策,决策者对备选方案的属性评价通常以实数形式给出,然而相对于实数形式的属性评价信息,语言短语既符合决策者的习惯又能很好地刻画方案的属性。文中针对方案的属性评价信息为语言形式的多属性群决策问题,首先将备选方案的语言评价信息转化为相应的三角模糊数形式,以解决其不确定性,进而提高对最优方案选择的可靠性;接着借鉴 Skyline 计算的思想建立基于备选方案全集的不确定方案 Skyline 集,缩小对最优方案的搜索空间,提高方案的选择效率;接着借鉴优劣解距离法(TOPSIS),对不确定方案 Skyline 集中的方案进行选择,获得体现群体用户需求的最优方案。最后,通过实例分析验证了该方法的可靠性和高效性。

关键词:群决策;模糊语言评价;三角模糊数;Skyline;优劣解距离法

中图分类号:TP301

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2016)06-0020-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2016.06.005

An Efficient Multi-attribute Group Decision-making Method Based on Triangular Fuzzy Number

ZHANG Long-chang, ZHANG Xiao-xia

(College of Information Science and Technology, Bohai University, Jinzhou 121013, China)

Abstract: Multi-attribute group decision-making has a wide range of applications in the field of decision making. For the convenience of decision making in the decision-making process, the decision maker's evaluation of the alternatives is usually given in the form of real numbers. However, compared with the attribute evaluation information in the form of real numbers, linguistic expressions can not only meet the decision maker's habits but also describe the properties of the scheme. In this paper, attribute evaluation information for scheme is multi-attribute group decision-making problems with linguistic expression. In view of above problem, it converts language information into triangular fuzzy numbers to resolve the uncertainty and improve the reliability of choice firstly. Then, by reference of the Skyline theory, the uncertain service Skyline set is built to reduce the search scope in order to improve the efficiency of scheme selection. Next, TOPSIS method is referenced to select the scheme from the Skyline set and obtain the optimal scheme which reflects the user needs. Finally, the example demonstrates the superiority and efficiency of the approach proposed.

Key words: group decision making; appraisal with linguistic terms; triangular fuzzy numbers; Skyline; TOPSIS

0 引言

模糊多属性群决策问题针对方案的评价信息为语言短语形式,先采用三角模糊数将方案的语言评价转化为数值型,再从众多的评价方案中选择最佳方案,是多属性决策和群体决策结合,近年来在决策领域引起了学者们的普遍关注^[1-5]。然而,现有基于三角模糊数的多属性群决策方法的研究旨在不断改善其选择的可靠性,现实中,由于其计算的复杂性,当针对同一问题出现大量功能相同,质量不同的解决方案时,如何快速地从众多解决方案中选择最优方案,从而提高选择

的效率仍有待研究。

在大量备选方案中,总是有部分方案相对于某些方案在各属性上的表现都比较差,需要将这些方案剔除,构建最小决策方案集,减小决策方案搜索空间,从而提高方案选择效率。

为更好地解决此问题,文中通过借鉴已有研究成果,提出基于三角模糊数的高效多属性群决策方法。文中贡献有3点:

(1)将语言信息转化为三角模糊数以解决其不确定性,提高选择的可靠性;

收稿日期:2015-09-13

修回日期:2015-12-16

网络出版时间:2016-05-25

基金项目:辽宁省教育科学技术研究一般项目(L2014451)

作者简介:张龙昌(1978-),男,博士(博士后),副教授,硕士生导师,主要从事服务计算、云计算、物联网研究。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20160525.1706.038.html>

(2)提出基于三角模糊数的不确定方案 Skyline 计算方法,以缩小决策方案搜索空间;

(3)提出基于三角模糊数和 TOPSIS 方法的方案选择算法,获得满足用户需求的最优方案。

1 相关知识

1.1 多属性群决策问题

多属性群决策问题即由多名决策者 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ 参与对备选方案集 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ 在评价属性集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 下进行评价。其评价结果构成一个群体决策矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times n} (k = 1, 2, \dots, k)$ 。为解决群体多属性决策问题,需先对多名决策者的评价信息和属性权重进行集结,进而将其转化为多属性决策问题,然后对集结后得到的决策矩阵 $A = (r_{ij})_{m \times n}$ 进行求解,从中选择最佳方案。

在解决多属性群决策问题时,其方案的属性常分为效益型- O 和成本型- I 。效益型属性值越大对评价结果越有利;成本型属性值越小对评价结果越有利。为避免不同物理量纲对选择结果的影响,需要对备选方案集的属性值进行规范化,从而将决策矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times n} (k = 1, 2, \dots, k)$ 转化为规范化决策矩阵 $R = (r_{ij}^k)_{m \times n}$ 。文中借鉴文献[1]中的方法对决策矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times n}$ 进行规范化,公式如下:

$$r_{ij}^k = \frac{1}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{kg}} (a_{ij}^{kl}, a_{ij}^{kh}, a_{ij}^{kg}), j \in O \tag{1}$$

$$r_{ij}^k = \left(1 - \frac{a_{ij}^{kg}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{kg}}, 1 - \frac{a_{ij}^{kh}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{kg}}, 1 - \frac{a_{ij}^{kl}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{kg}} \right) \tag{2}$$

1.2 三角模糊数

定义1(三角模糊数):当给定集合为语言集时,称用三个数字特征描述给定集合的语言项 $a = (a^l, a^h, a^g)$ 为三角模糊数。其中, $a^l, a^h, a^g \in R$ (实数),且满足 $0 \leq a^l < a^h < a^g \leq 1$ 。 a^l 反映样本数据中的最小值, a^h 反映样本数据的最可能值, a^g 反映样本数据中的最大值。文中拟采用(很差,差,一般,好,很好)语言集对方案的属性信息和权重信息进行评价,其与三角模糊数的对应关系如表1所示。

表1 语言项与三角形模糊数之间的对应关系

属性评价语言变量	属性重要性程度	决策者重要性程度	三角模糊数
很差	很不重要	很不重要	(0,0,0.25)
差	不重要	不重要	(0,0.25,0.5)
一般	一般	一般	(0.25,0.5,0.75)
好	重要	重要	(0.5,0.75,1)
很好	非常重要	非常重要	(0.75,1,1)

定义2:设 $a = (a^l, a^h, a^g), b = (b^l, b^h, b^g)$ 为任意两个三角模糊数,则称 $d(a, b) = \sqrt{(a^l - b^l)^2 + (a^h - b^h)^2 + (a^g - b^g)^2}$ 为 $a = (a^l, a^h, a^g)$ 到 $b = (b^l, b^h, b^g)$ 之间的欧氏距离。

2 高效模糊多属性群决策的理想点法

2.1 不确定 Skyline 计算

定义3(支配):对于 N 维空间的点 $p(p_1, p_2, \dots, p_N)$ 和 $q(q_1, q_2, \dots, q_N)$,如果 $\forall i \in [1, N], (p_i \approx q_i) \vee (p_i > q_i)$ ($>$ 表示好于, \approx 表示等于),并且 $\exists i \in [1, N], p_i > q_i$,称 p 支配 q ,用 $q <_N p$ 。

定义4(三角模糊数“ \approx ”算子):在多属性群决策的属性值为三角模糊数描述的方案 s_1, s_2 中,如果 $(s_{1j} \cdot a^l = s_{2j} \cdot a^l) \wedge (s_{1j} \cdot a^h = s_{2j} \cdot a^h) \wedge (s_{1j} \cdot a^g = s_{2j} \cdot a^g)$,则 $s_{1j} \approx s_{2j}$ 。

定义5(三角模糊数的“ $<$ ”算子): $(s_{1j} \cdot a^l \leq s_{2j} \cdot a^l) \wedge (s_{1j} \cdot a^h \leq s_{2j} \cdot a^h) \wedge (s_{1j} \cdot a^g \leq s_{2j} \cdot a^g)$ 且存在 $(s_{1j} \cdot a^l < s_{2j} \cdot a^l) \wedge (s_{1j} \cdot a^h < s_{2j} \cdot a^h) \wedge (s_{1j} \cdot a^g < s_{2j} \cdot a^g)$,则 $s_{1j} <_n s_{2j}$ 。

定义6(不确定方案支配):设方案 s_1, s_2 由 n 个三角模糊数描述的属性称不确定方案,如果 $\forall j \in [1, n], (s_{1j} \approx s_{2j}) \vee (s_{1j} > s_{2j})$ 且 $\exists i \in [1, n], s_{2j} <_n s_{1j}$,称 $s_{2j} <_n s_{1j}$ (“ $<_n$ ”称不确定方案支配)。

定义7(不确定 Skyline 方案集):设备选不确定方案全集 S ,得出在 n 个属性上的不确定 Skyline 方案集 $\text{sky}(n, S) = \{s \mid (s \in S) \wedge (\neg \exists r \in S), s <_n r\}$ 。不确定 Skyline 方案集中的方案是那些不被备选方案集 S 中任何方案支配的方案构成的集合。

2.2 模糊 TOPSIS 方法

将决策者反馈的语言评价转换成一个三角模糊数表示的决策矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times n} (k = 1, 2, \dots, k)$,并利用公式(1)、(2)对矩阵中的元素进行规范化处理,得到 $R = (r_{ij}^k)_{m \times n}$,使其处于相同量纲。该问题是一个多目标决策问题,需先对多人决策矩阵的评估信息进行集结,再通过 TOPSIS 的决策过程得到基于 Skyline 集的最佳方案,具体处理过程如下所述^[6-9]。

步骤1:集结属性评估信息。

为了算法的内在需求,需采用如下的方式集结决策者群体关于方案 $s_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 在主观评价属性 $u_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 下的评价值 r_{ij} ,使多人决策矩阵 $R = (r_{ij}^k)_{m \times n}$ 转化为群体决策矩阵 $R = (r_{ij})_{m \times n}$,且此时

$$R_{ij} = \sum_{k=1}^k r_{ij}^k \tag{3}$$

步骤2:集结属性权重。

在这里属性权重由用户给出,且体现了用户对方

案的需求,一般情况下用户较难准确表达,语言短语和成对比较矩阵比较接近用户的习惯,但最终都将生成数值型的属性权重。因此,设用户给出的属性权重 ω

$$= (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \sum_{i=1}^n \omega_i = 1。$$

根据集结后的方案各属性评价信息以及对应的权重计算出加权决策矩阵,则计算公式如下:

$$r_{ij} = \omega_j r_{ij} \quad (4)$$

步骤 3: 不确定 Skyline 计算。

应用不确定 Skyline 计算备选方案的决策矩阵 R , 得出在 n 个属性上的不确定 Skyline 方案集 $\text{sky}(n, S)$ $= \{s \mid (s \in S) \wedge (\neg \exists r \in S), s <_n r\}$, 此时只需在不确定 Skyline 方案集中来选择最佳方案。

步骤 4: 确定 Skyline 方案集中的正理想解和负理想解。

为确定被选方案中的优劣,需要定义比较标准,即确定正理想解和负理想解。正理想解中的各属性值均为备选方案中的最好值;负理想解中的各属性值均为备选方案中的最差值^[10-14]。拟定 $R^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_n^+)$ 为正理想解, $R^- = (r_1^-, r_2^-, \dots, r_n^-)$ 为负理想解,其中

$$r_j^+ = (r_j^{+1}, r_j^{+h}, r_j^{+g}) = (\max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+1}, \max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+h}, \max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+g}), j \in O$$

$$r_j^+ = (r_j^{+1}, r_j^{+h}, r_j^{+g}) = (\min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+1}, \min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+h}, \min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{+g}), j \in I \quad (5)$$

$$r_j^- = (r_j^{-1}, r_j^{-h}, r_j^{-g}) = (\min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-1}, \min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-h}, \min_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-g}), j \in O$$

$$r_j^- = (r_j^{-1}, r_j^{-h}, r_j^{-g}) = (\max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-1}, \max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-h}, \max_{1 \leq i \leq m} r_{ij}^{-g}), j \in I \quad (6)$$

步骤 5: 计算 Skyline 集中的方案到正负理想解的距离。

在定义 2 的基础上,下面给出各方案到正负理想解的距离计算方法,采用三角模糊数间的 n 维欧氏距离计算。设评价方案到正理想解 R^+ 的距离为 $d_{s_i}^+$, 到负理想解 R^- 的距离为 $d_{s_i}^-$, 相应计算公式如下:

$$d_{s_i}^+ = \left\{ \sum_{j=1}^n d(r_j, r_j^+)^2 \right\}^{1/2}, i = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

$$d_{s_i}^- = \left\{ \sum_{j=1}^n d(r_j, r_j^-)^2 \right\}^{1/2}, i = 1, 2, \dots, m$$

步骤 6: 计算 Skyline 集中方案的最优度。

TOPSIS 的基本思想是以最大限度靠近正理想解并且尽可能远离负理想解的方案为最优方案;反之则为最差方案。下面基于 TOPSIS 的基本思想给出评价方案集的最优度计算公式:

$$T_i = \frac{d_{s_i}^-}{(d_{s_i}^+ + d_{s_i}^-)}, i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

根据贴近度 T_i 值的大小对各评价方案进行排序。由 T_i 的计算公式可知, T_i 值越大,该方案越好,反之, T_i 值越小,该方案越差。且 T_i 值最大的为最优方案。

3 实验分析

3.1 Skyline 集正确性证明

经不确定 Skyline 计算后,能有效地降低备选方案的搜索空间,提高决策的效率。最优方案的选择只需要在不确定 Skyline 方案集中搜索最优方案。因此,需要证明在不确定 Skyline 方案集中进行最优方案选择的正确性,这里只需证明最优方案在不确定 Skyline 方案集中,即证明被支配的方案(不在不确定 Skyline 方案集中)一定不是最优方案。

命题 1: 设任意 $s_i \in S$, 且 $s_i \notin \text{sky}(n, S)$, 证明 s_i 不是经方案选择算法计算出的最优方案。

证明: 因为任意 $s_i \in S$, 且 $s_i \notin \text{sky}(n, S)$, 根据不确定 Skyline 方案集定义(见定义 7), 则必定能找到 $s_f \in \text{sky}(n, S)$ 且 $s_i <_n s_f$ 。假设用户权重 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 且 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, 则 s_i, s_f 经最优方案选择算法计算如下:

(1) 对集结后的方案评价信息进行加权计算, 则 $s_{ij} = (\omega_j r_{ij}^{+1}, \omega_j r_{ij}^{+h}, \omega_j r_{ij}^{+g}), s_{fj} = (\omega_j r_{fj}^{+1}, \omega_j r_{fj}^{+h}, \omega_j r_{fj}^{+g})$ 。

(2) 依据正理想解和负理想解计算方法(见式(5)和(6)), 得出 $r^+ = (r^{+1}, r^{+h}, r^{+g}), r^- = (r^{-1}, r^{-h}, r^{-g})$ 。

(3) 根据距离计算公式(7), 得下述方程:

$$d(s_i, r^+) = [(r_{i1}^{+1} - r^{+1})^2 + (r_{i1}^{+h} - r^{+h})^2 + (r_{i1}^{+g} - r^{+g})^2 + (r_{i2}^{+1} - r^{+1})^2 + \dots]^{1/2}$$

$$d(s_i, r^-) = [(r_{i1}^{-1} - r^{-1})^2 + (r_{i1}^{-h} - r^{-h})^2 + (r_{i1}^{-g} - r^{-g})^2 + (r_{i2}^{-1} - r^{-1})^2 + \dots]^{1/2}$$

$$d(s_f, r^+) = [(r_{f1}^{+1} - r^{+1})^2 + (r_{f1}^{+h} - r^{+h})^2 + (r_{f1}^{+g} - r^{+g})^2 + (r_{f2}^{+1} - r^{+1})^2 + \dots]^{1/2}$$

$$d(s_f, r^-) = [(r_{f1}^{-1} - r^{-1})^2 + (r_{f1}^{-h} - r^{-h})^2 + (r_{f1}^{-g} - r^{-g})^2 + (r_{f2}^{-1} - r^{-1})^2 + \dots]^{1/2}$$

由 $s_i <_n s_f$, 得 $d(s_i, r^+) > d(s_f, r^+), d(s_f, r^-) > d(s_i, r^-), d(s_f, r^-) d(s_i, r^+) > d(s_i, r^-) d(s_f, r^+)$ 。

(4) 根据式(8)计算方案的最优度:

$$T_i = \frac{d(s_i, r^-)}{d(s_i, r^+) + d(s_i, r^-)}$$

$$T_f = \frac{d(s_f, r^-)}{d(s_f, r^+) + d(s_f, r^-)}$$

因此

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{d(s_f, r^-)(d(s_i, r^+) + d(s_i, r^-))}{d(s_i, r^-)(d(s_i, r^+) + d(s_f, r^-))} = 1 + \frac{d(s_f, r^-)d(s_i, r^+) - d(s_i, r^-)d(s_f, r^+)}{d(s_i, r^-)(d(s_f, r^+) + d(s_f, r^-))} > 1$$

命题得证。

步骤 6: 将 $d_{s_1}^+$, $d_{s_1}^-$ 和 $d_{s_2}^+$, $d_{s_2}^-$ 分别带入式(8)求出它们各自的最优度, 结果如下:

$$T_1 = 0.992\ 1$$

$$T_2 = 0.692\ 3$$

$$T_1 > T_2, \text{从而得出最佳方案为 } T_1.$$

(2) 基于评价方案全集选出最佳方案。

只需再算出 T_3, T_4, T_5 , 然后对 T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 按从大到小的顺序进行排列, 看此时的最佳方案是否为 T_1 即可, 计算结果如下:

$$T_3 = 0.635\ 8, T_4 = 0.039\ 7, T_5 = 0.904\ 2$$

排序结果为 $T_1 > T_5 > T_2 > T_3 > T_4$ 。由排序结果可以得出, 基于备选方案全集选出的最优方案与基于 Skyline 集选出的最优方案为同一方案 T_1 , 从而证明基于 Skyline 集的选择是正确的。

3.3 基于 Skyline 集的模糊多属性群决策方法效率分析

比较基于 Skyline 集和基于全集选择最优方案的性能, 需要设置一组随机方案数据集, 其中各方案属性值随机生成。并取方案中成本和可信度两个属性, 计算方案集在执行 1 000 次最优选择后的平均运行时间。记录相应实验数据绘制成图, 结果如图 1 所示。

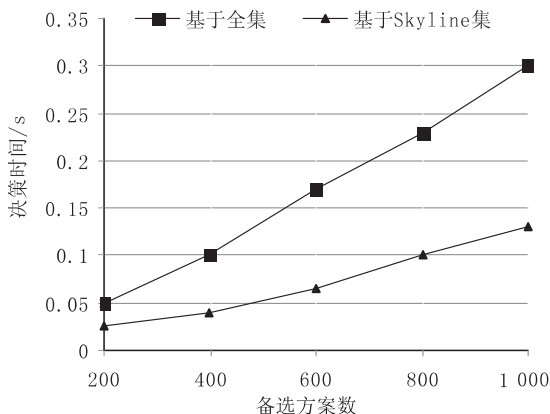


图 1 随机方案数据集的决策时间花费

从图 1 可以看出, 两种算法在决策时间花费上, 基于 Skyline 集的决策方法远好于基于全集的决策方法。

4 结束语

文中针对方案的评价信息为语言评价的多属性群决策问题, 基于三角模糊数性质以及借鉴 Skyline 的基本思想提出高效模糊多属性群决策的理想点法, 以提高多属性群决策方法的效率。该决策方法计算步骤简

单易学, 有较广泛的适用范围。最后, 应用实例证明了该决策方法的可用性和高效性。但该方法在对方案评价信息和权重信息集结后在一定程度上也削弱了方案评价信息的精确度, 因此如何尽可能地降低这种信息损失, 从而提高选择最优方案的精确性还需进一步探讨。

参考文献:

- [1] 程 霄. 基于新的距离度量的三角模糊数多属性决策法[J]. 吉林师范大学学报: 自然科学版, 2014, 35(1): 60-65.
- [2] 陈晓红, 阳 熹. 一种基于三角模糊数的多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(2): 278-282.
- [3] 兰 蓉, 范九伦. 一种基于三角模糊数的理想点多属性决策方法[J]. 西安邮电学院学报, 2009, 14(5): 164-168.
- [4] 孙 禄, 卢 潇, 韩毅娜. 基于三角模糊数的多目标群决策方法[J]. 化工自动化及仪表, 2010, 37(11): 73-77.
- [5] 周佳敏, 王展青. 基于三角模糊数的动态混合多属性决策法[J]. 武汉理工大学学报: 信息与管理工程版, 2014, 36(1): 121-124.
- [6] Olcer A I, Odabasi A Y. A new fuzzy multiple attributive group decision making methodology and its application to propulsion/maneuvering system selection problem [J]. European Journal of Operational Research, 2005, 166(1): 93-114.
- [7] Osei-Bryson K M. Evaluation of decision trees: a multi-criteria approach [J]. Computers & Operations Research, 2004, 31: 1933-1945.
- [8] Liang G S, Wang M J. A fuzzy multi-criteria decision making method for facility site selection [J]. International Journal of Production Research, 2001, 29: 2313-2330.
- [9] Yu Q, Bouguettaya A. Efficient service Skyline computation for composite service selection [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2013, 25(4): 776-789.
- [10] 吴 健, 陈 亮, 邓水光, 等. 基于 Skyline 的 QoS 感知的动态服务选择 [J]. 计算机学报, 2010, 33(11): 2136-2146.
- [11] 黄智力, 李茂青. 基于理想点的三角模糊数群体多属性决策法 [J]. 厦门大学学报: 自然科学版, 2008, 47(6): 812-817.
- [12] 姜 超. 基于三角模的模糊矩阵的合成 [J]. 吉林师范大学学报: 自然科学版, 2013, 34(2): 51-53.
- [13] 徐泽水. 基于期望值的模糊多属性决策法及其应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 109-113.
- [14] 杨 静, 邱苑华. 基于投影技术的三角模糊数型多属性决策方法研究 [J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 637-640.