

# 一种改进权重的非局部均值图像去噪方法

黄玲俐

(电子科技大学 数学科学学院, 四川 成都 611731)

**摘要:**非局部均值(Non-Local Means, NLM)去噪采用图像邻域间的自相似性构造权重,进而达到图像恢复的效果。文中对非局部均值去噪模型进行了介绍说明,尤其是对原始非局部均值去噪算法中的核函数—指数函数进行了描述,并且通过对几种新的加权核函数的分析说明,综合几种的优缺点,提出了一种新的加权核函数。然后又对双边滤波算法进行了研究说明,借鉴双边滤波的优点,再结合之前提出的新的加权核函数,进而得到了一种改进的权重函数,提出了一种新的权重计算公式,得到了一种改进的非局部均值去噪算法。通过对添加不同噪声水平的噪声图像进行实验,结果表明,与传统的非局部均值滤波算法相比,文中算法保护了恢复图像的边缘,突出了几何特征和纹理,去噪效果比原有算法有所提高,在去噪性能和结构信息上均有显著效果。

**关键词:**图像去噪;非局部均值去噪;加权核函数;高斯噪声

**中图分类号:**TP301

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2016)06-0016-04

**doi:**10.3969/j.issn.1673-629X.2016.06.004

## A Non-local Means Denoising Algorithm with Improved Weighted Function

HUANG Ling-li

(School of Mathematical Sciences, University of Electronic Science & Technology,  
Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The NLM denoising uses self-similarity of image between neighborhood to construct weight, thus to achieve the effect of image restoration. The non-local means denoising model is introduced in this paper, especially for the exponential function which is the kernel function in the original non-local means denoising algorithm. And through the analysis of several new weighted kernel function, integrated the advantages and disadvantages of them, a new weighted kernel function is put forward. Then research on the bilateral filtering algorithm, reference of its advantages, and combined with new previous kernel function, an improved weighted function is obtained, proposing a new formula of weight, getting an improved non-local means denoising algorithm. The proposed method has been evaluated on testing images with various levels noise. Numerical results show that compared with the traditional non-local means algorithm, the improved method can protect the edges, highlight the geometry features and texture, make the denoising image become more clear and result in a better effect. The proposed method improves the denoising performance as well as the preservation of structure information.

**Key words:** image denoising; non-local means denoising; weighted kernel function; Gaussian noise

## 0 引言

在数字图像处理领域,图像去噪是最重要的研究问题之一。图像去噪可以有效去除图像获取和传输中的噪声污染。图像去噪效果的好坏对图像的后期处理,比如图像分割、目标识别、边缘提取等有着很大的影响。因此,图像去噪尤其是图像中叠加的高斯白噪声的去除,成为了图像去噪中的一个重要研究方向。如果一个图像去噪算法达到以下几个目标,就称之为

理想的去噪算法<sup>[1]</sup>:

- (1) 图像的纹理细节应被保持,不能丢失;
- (2) 图像边缘应被保留,不能模糊;
- (3) 图像的噪声应完全被滤去;
- (4) 应尽可能保持图像的平滑区域光滑;
- (5) 去噪图像不能引入光环或阶梯等人造特征。

为了寻求比较好的去噪方法,近年来,学者们提出了许多去噪方法<sup>[2-3]</sup>。比如高斯滤波,它的变量为像

收稿日期:2015-07-02

修回日期:2015-10-13

网络出版时间:2016-05-05

基金项目:四川省青年基金(2011JQ0003)

作者简介:黄玲俐(1991-),女,研究生,研究方向为基于变分和偏微分的图像处理。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20160505.0817.044.html>

素空间的欧氏距离,而邻域滤波,它的变量是像素灰度距离,还有双边滤波,它是基于单个像素的灰度相似性来去噪,不仅考虑了空间距离,而且考虑了灰度距离,去噪效果比较好。又或者是偏微分方程方法<sup>[4-10]</sup>,它是基于单个像素的梯度信息进行去噪。但它们均不能很好地保留纹理细节或者边缘。

2005年,Buades A等提出了非局部均值(Non-Local Means, NLM)去噪算法<sup>[11]</sup>,并且证明了NLM算法优于其他去噪算法,例如双边滤波<sup>[12]</sup>、全变差滤波等。NLM去噪通过利用图像自身的一些冗余信息,对图像进行去噪时利用非局部自相似性。图像中所有与当前像素点结构相似性的像素加权平均得到此像素点的值。加权系数由对各像素邻域块的相似性来确定。而对于每个像素点的权值,则由以当前像素点为中心的图像块与以每个像素点为中心点的图像块之间的高斯加权欧氏距离来确定。

确定加权核函数是NLM算法的核心问题,而在原始非局部均值去噪中,则是采用了指数型核函数对图像进行去噪。文中着重讨论加权核函数的建立,提出了一种改进的非局部均值去噪算法。

## 1 非局部均值去噪算法

文中假定噪声为加性高斯白噪声,噪声图像模型为:

$$V(i) = X(i) + N(i)$$

其中: $V(i)$ 为噪声图像; $X(i)$ 为原始图像; $N(i)$ 为均值为0、方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声。

考虑给定的一幅离散噪声图像 $V = \{v(i) | i \in I\}$ ,  $I$ 表示图像域。对于图像中任意一个像素点,NLM算法通过计算图像中所有像素值的加权平均,从而得到去噪后该点的估计值,即

$$NL[v](i) = \sum_{j \in I} w(i,j) v(j)$$

式中,权值 $w(i,j)$ 通过像素 $i$ 和 $j$ 之间的相似性来确定,而且权值满足 $0 \leq w(i,j) \leq 1$ 和 $\sum_{j \in I} w(i,j) = 1$ 。像素 $i$ 和 $j$ 的相似程度取决于矩阵 $N_i$ 和 $N_j$ 的相似度,其中 $N_i$ 表示以像素 $i$ 为中心的图像块。各邻域灰度矩阵之间的权值 $w(i,j)$ 由高斯加权欧氏距离来度量,即

$$w(i,j) = \frac{1}{C(i)} \exp\left(-\frac{d(i,j)}{h^2}\right)$$

$$C(i) = \sum_{j \in I} \exp\left(-\frac{d(i,j)}{h^2}\right)$$

$$d(i,j) = \|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2$$

其中:参数 $h$ 为指数函数的衰减因子,决定滤波的程度同时也控制指数函数的衰减速度; $a$ 为高斯加权

的标准差; $C(i)$ 为归一化因子。

式中,如果 $i=j$ ,那么就会发生过度加权现象。考虑到这个问题,令

$$w(i,i) = \max(w(i,j)), \forall j \neq i$$

为了避免计算量过大,在具体实验过程中,参加加权计算的是中心像素点周围一定大小的区域,而不是图像中的全部像素。

## 2 改进的非局部均值去噪算法

传统的非局部均值滤波算法中使用指数型来作为加权核函数,加权核函数对去噪效果的好坏程度起着特别重要的作用。在一定条件下,好的核函数应该具备这样的特性:

(1) 对于相似度高的邻域能够得到更大的权重;

(2) 相似度低的邻域能够得到更小的权重。

确定加权核函数是非局部均值去噪算法的关键问题。原始的非局部均值去噪算法中采用的是指数型核函数进行加权去噪,指数型核函数定义为:

$$f(x) = \exp\left(-\frac{d(i,j)}{h^2}\right), d(i,j) \leq h$$

可以通过对原指数型核函数进行改进或者引入新的加权核函数来对加权核函数进行改进。

文献[13]中提出了多种形式的加权核函数,包括高斯型等,并且对其进行了分析对比。高斯型核函数的定义为:

$$f(x) = \exp\left(-\frac{d^2(i,j)}{h^2}\right), d(i,j) \leq h$$

余弦型核函数的定义为:

$$f(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi d(i,j)}{2h}\right), & 0 < d(i,j) \leq h \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

通过文献[13]对以上两种加权核函数的分析,在去噪效果上,它们都比原始核函数去噪性能好。文献[13]中分析了高斯型核函数具有加权不足的缺点,并且也分析了余弦型核函数会出现过度加权的情况。通过文献[13]的分析,文中提出了一种新的余弦型高斯核函数:

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{d^2(i,j)}{h_1^2}\right) \cos\left(\frac{\pi d(i,j)}{2h_2}\right), & d(i,j) \leq h_2 \\ 0, & d(i,j) > h_2 \end{cases}$$

式中, $h_1$ 和 $h_2$ 是滤波参数。

通过对以上几个式子的分析,得到如图1所示的曲线图。

通过对图1的观察分析,可以看出四种加权核函数权值大小随像素邻域的变化趋势图。高斯型核函数

在像素邻域的欧氏距离较大时变得平一些,随着邻域距离的增大而下降得很快。余弦型核函数以及指数型核函数则相较而言很平坦。而在核函数的趋势图中可以看出,余弦高斯型核函数随着距离的变小而得到了较大的权值,相反在距离较大时得到了较小的权值,从而可以弥补高斯型核函数的加权不足以及余弦型核函数的过度加权的缺点。

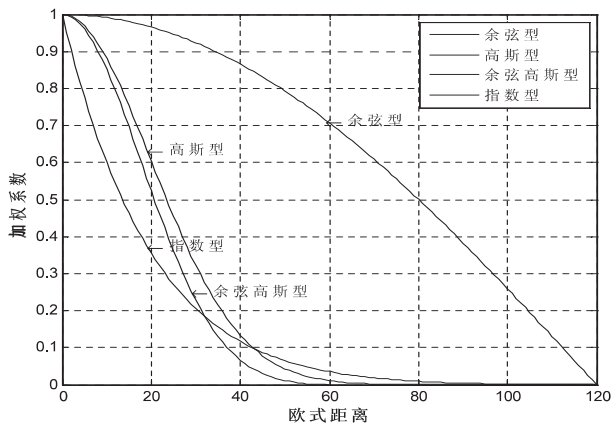


图 1 四种加权核函数的曲线趋势图

在以上提到的核函数中,  $d(i, j)$  表示像素  $i$  和  $j$  的空间欧氏距离。它可判断像素的位置差异对权值造成的影响。由于双边滤波不仅考虑了像素位置差异对权值的影响,并且还考虑了像素的灰度差异对权值的影响,所以借鉴双边滤波的思想,任一像素  $i$  的估计值为:

$$BF(i) = \frac{\sum_{(i,j) \in I} W_s(i, j) W_r(i, j) z(j)}{\sum_{(i,j) \in I} W_s(iD(i, j), j) W_r(i, j)}$$

$$W_s(i, j) = \exp\left(-\frac{D(i, j)^2}{2\sigma_s^2}\right)$$

$$W_r(i, j) = \exp\left(-\frac{|z(j) - z(i)|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$

式中:  $D(i, j)$  是像素  $i$  和  $j$  的空间距离,用来判断像素的位置差异对像素得到的权值所造成的影响;  $z(j) - z(i)$  是像素  $i$  和  $j$  的灰度距离,用来判断像素的灰度差异对权值的影响;  $\sigma_s$  和  $\sigma_r$  是滤波参数。

所以通过以上的分析对比,提出了一种新的权值计算公式:

$$w(i, j) = \frac{1}{C(i)} \left[ \exp\left(-\frac{d^2(i, j)}{h^2}\right) f(x) W_s(i, j) W_r(i, j) \right]$$

其中

$$C(i) = \sum \left[ \exp\left(-\frac{d^2(i, j)}{h^2}\right) f(x) W_s(i, j) W_r(i, j) \right]$$

$$f(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi d(i, j)}{2h}\right), & 0 < d(i, j) \leq h \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

这种权值不仅可以度量像素位置差异对权值的影

响,而且还可以度量像素灰度差异对权值的影响,从而可以提高去噪性能。

### 3 实验结果与分析

实验采用  $256 * 256$  的灰度测试图像—Lena 图像来证明改进的去噪方法要优于原始的去噪方法。文中比较了原始非局部均值去噪算法 (ONLM) 和 Buades 提出的最新的改进算法 (CNLM) [14]。

实验过程中,文中算法和经典的 NLM 算法以及 CNLM 算法均采用的是相似窗口  $7 * 7$ , 搜索窗口  $21 * 21$ 。实验中采用的测试图像如图 2 所示。其中图像添加了均值为 0、标准差  $\sigma = 10$  的噪声。



(a)Lena 原图

(b)Lena 噪声图

图 2 测试图像和噪声图像

#### 3.1 实验结果对比

通过对图 3 的分析可知,文中提出的算法与经典非局部均值去噪算法以及 CNLM 算法相比,很好地保护了图像的边缘,并且图像的去噪效果更好,较好地保留了图像的很多结构信息。



(a)ONLM 去噪效果

(b)CNLM 去噪效果



(c)文中算法去噪效果

图 3 Lena 去噪效果

#### 3.2 方法噪声对比

方法噪声 [4] 是指含噪图像与去噪图像的差,它是一种新的图像去噪性能评价标准。

图 4 表示三种不同方法对 Lena 图像去噪后的方法噪声。

通过对比观察可以看出,文中改进算法去噪后的图像包含更少的细节信息,得到的方法噪声更接近白



噪声,更表明了其去噪性能更好。

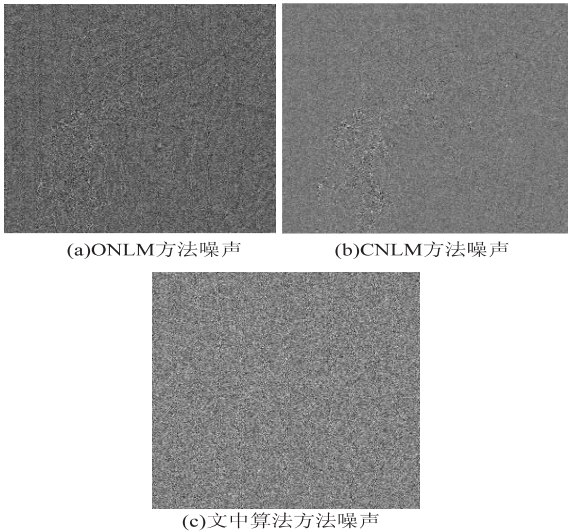


图4 Lena 图像方法噪声对比

3.3 峰值信噪比对比

文中利用信噪比(SNR)来判定三种算法的去噪效果,其公式为:

$$SNR = 20 * \log_{10}(\frac{\|f - \bar{f}\|_{L^2}}{\|v - \bar{v}\|_{L^2}})$$
$$PSNR = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_{ij} 255^2}{\sum_{ij} (g_{ij} - h_{ij})^2}\right)$$

其中: $f$ 表示原始图像; $v$ 表示噪声; $\bar{f}$ 表示 $f$ 的均值; $\bar{v}$ 表示 $v$ 的均值; $h$ 表示去噪后的图像; $g$ 表示原始图像。

文中对 Lena 图像加入了标准差为 5,10,15,20,25,且均值均为 0 的高斯白噪声。文中将算法 ONLM 与 CNLM 及文中改进的算法得到的峰值信噪比如表 1 所示。

表1 不同噪声水平下的 Lena 图像的性能比较

噪声标	PSNR/dB			
	ONLM 算法	CNLM 算法	加权更新	文中算法
准差				
5	25.24	26.13	26.89	27.21
10	23.02	23.98	24.70	25.21
15	21.64	22.42	23.01	23.67
20	20.28	21.79	22.40	22.68
25	19.51	20.98	21.32	21.79

通过表 1 的分析比较可以看出,文中改进算法的峰值信噪比均高于经典非局部均值去噪算法,同时也证明文中改进算法的去噪效果明显优于经典非局部均值去噪算法。

4 结束语

在对原始非局部均值去噪算法分析的基础上,文

中提出了一种新的加权核函数,得到了一种改进的非局部均值去噪算法。

综合以上的实验结果分析,在纹理信息和边缘信息保持上,文中算法比经典的非局部均值去噪算法在去噪性能上均有显著提高。当然,文中选取的噪声为高斯白噪声,当噪声为脉冲噪声或者乘性噪声时,权值该如何改进,这些都是以后要继续研究的重要问题。

参考文献:

[1] Liu C, Szeliski R, Kang S B, et al. Automatic estimation and removal of noise from a single image [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(2): 299-314.

[2] Chen Y, Vemuri B, Wang L. Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2000, 39(5): 131-149.

[3] Wang Y, Yin W, Zhang Y. A fast algorithm for image deblurring with total variation regularization [R]. [s. l.]: [s. n.], 2007.

[4] Yu J H, Wang Y Y, Shen Y Z. Noise reduction and edge detection via kernel anisotropic diffusion [J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29(23): 1496-1503.

[5] Gilboa G, Sochen N, Zeevi Y Y. Estimation of optimal PDE-based denoising in the SNR sense [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(8): 2269-2280.

[6] Chan T F, Shen J H, Vese L. Variational PDE models in image processing [J]. Notice of the AMS, 2003, 50(1): 14-26.

[7] Gabor D. Information theory in electron microscopy [J]. Laboratory Investigation, 1965, 14(1): 801-807.

[8] Koenderink J J. The structure of image [J]. Biological Cybernetics, 1984, 50(5): 363-370.

[9] Witkin A. Scale-space filtering: a new approach to multi-scale description [C]//Proc of ICASSP. [s. l.]: IEEE, 1984: 150-153.

[10] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on PAMI, 1990, 12(7): 629-639.

[11] Buades A, Coll B, Morel J M. Image denoising methods: a new nonlocal principle [J]. SIAM Review, 2012, 52(1): 113-147.

[12] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images [C]//Proceedings of the international conference on computer vision. [s. l.]: [s. n.], 1998.

[13] Tian Jing, Yu Weiyu, Xie Shengli. On the kernel function selection of nonlocal filtering for image denoising [C]//Proc of IEEE international conference on machine learning and cybernetics. [s. l.]: IEEE, 2008.

[14] Buades A, Coll B, Morel J M. Non-local means denoising [EB/OL]. (2011-09-13) [2012-09-23]. [http://www.ipol.im/pub/algo/bcm\\_non\\_local\\_means-denoising/](http://www.ipol.im/pub/algo/bcm_non_local_means-denoising/). DOI: 10.5201/ipol.2011.bcm\_nlm.