

广义贝叶斯字典学习 K-SVD 稀疏表示算法

周飞飞,李 雷

(南京邮电大学 理学院,江苏 南京 210023)

摘 要:稀疏字典学习是一种功能强大的视频图像稀疏表示方法,在稀疏信号处理领域引起了广泛关注。K-SVD 算法在稀疏表示技术上取得了巨大成功,但遇到了字典原子未充分利用的问题,而稀疏贝叶斯字典学习(Sparse Bayesian Dictionary Learning, SBDL)算法存在稀疏表示后信号原子不稀疏和不收敛的缺点。广义贝叶斯字典学习(Generalized Bayesian Dictionary Learning, GBDL) K-SVD 算法提供了一种新型稀疏表示系数更新模式,使得过完备字典稀疏学习算法逐步收敛的同时训练向量足够稀疏。仿真结果表明,对有损像素和压缩传感这两种视频图像帧进行稀疏化,GBDL K-SVD 算法表示的视频图像帧的重构效果与 SBDL K-SVD 算法相比有明显的提高。

关键词:稀疏贝叶斯学习;视频图像稀疏表示;字典学习;K-SVD 算法

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2016)05-0071-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2016.05.015

K-SVD Sparse Representation Algorithm of Generalized Bayesian Dictionary Learning

ZHOU Fei-fei, LI Lei

(College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing 210023, China)

Abstract: Sparse dictionary learning is a powerful sparse representation method for video image which has attracted much attention in exploiting sparsity in signal processing. The K-SVD algorithm has achieved success in sparse representation but suffers from the problem of underutilization of dictionary atoms. Sparse Bayesian Dictionary Learning (SBDL) algorithm exists the drawbacks of non-sparse representation and convergence of signal atoms. But Generalized Bayesian Dictionary Learning (GBDL) K-SVD algorithm offers a novel update mode of sparse represent coefficient to make the learning algorithm gradually convergent and give the training vectors a perfect opportunity to become extremely sparsity over the overcomplete dictionary. The simulation experiment of two cases where image frames with missing pixels and ones based on compressive sensing shows that the efficiency of sparsely represent by GBDL K-SVD algorithm is better than SBDL K-SVD algorithm.

Key words: sparse Bayesian learning; video image sparse representation; dictionary learning; K-SVD algorithm

0 引言

近年来,信号的过完备字典^[1]稀疏表示已成为重要的科研议题并引起了广泛的研究和讨论。信息时代下的信息获取和处理方法已然成为一个重要的议题。现实世界中,信息采样技术已成为数字信息和沟通的重要桥梁,高维数据的稀疏表示是机器学习和计算机视觉领域^[2]所关注的一个热门话题。它的基本设想是自然图像本身是稀疏信号,也就是说,当使用一组过完备基来线性表示输入信号时,获得的对应系数被

认为是输入信号在某一稀疏条件下的良好逼近。这些稀疏表示方法在压缩传感、图像去噪、视频稀疏编码、特征提取等重要应用中取得了巨大的成功。过完备特性意味着它所拥有的原子个数大于原子的维度,一组基信号的过完备集合的目标是用字典原子的稀疏组合线性地表示输入信号。过完备字典的最大优点是在有噪环境或退化信号条件下的鲁棒性,更重要的是,它在字典中引入更多种形式导致了输入信号的各种不同稀疏表示。

收稿日期:2015-07-25

修回日期:2015-11-05

网络出版时间:2016-05-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61071167,61373137);江苏省研究生科研创新计划项目(KYZZ_0233)

作者简介:周飞飞(1990-),女,硕士研究生,研究方向为非线性分析及应用;李 雷,博士,教授,研究方向为智能信号处理和非线性科学及其在通信中的应用。

网络出版地址:<http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20160505.0817.050.html>

过去几年中,要提出最好的稀疏表示方式是一个被广泛研究的困难议题^[3]。K-SVD 算法^[4]是一种迭代算法,优化迭代步骤分为两步:样本稀疏编码,这是基于固定的字典原子;其次是更新字典原子,使该字典更好地适应数据。稀疏贝叶斯字典学习(Sparse Bayesian Dictionary Learning, SBDL)算法是基于稀疏表示信号的最大后验(Maximum A Posteriori, MAP),它可以加入 K-SVD 算法的第一步来改善过完备学习词典的自适应性。文中提出一种广义稀疏贝叶斯字典学习(Generalized Bayesian Dictionary Learning, GB-DL)算法来扩展和修改 SBDL 算法的缺陷,证明了改进算法的可行性和有效性。

1 稀疏贝叶斯字典学习 K-SVD 算法综述

1.1 K-SVD 算法

给出训练信号集合的矩阵 $\mathbf{Y} \in R^{n \times N}$, 其列由 $\{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^N$ 组成, 使用一个过完备字典矩阵 $\mathbf{D} \in R^{n \times K} (K > n)$, 其列由 K 个标准信号原子 $\{\mathbf{d}_j\}_{j=1}^K$ 组成, 则信号 \mathbf{y}_i 能够被表示为这些原子的稀疏线性组合^[5]。假设 $\mathbf{X} \in R^{K \times N}$ 是一个稀疏矩阵, 包含信号 \mathbf{Y} 的对应稀疏表示系数, 那么要求解的问题就是去寻找一个最适合的字典 \mathbf{D} , 得到给出的训练信号集合 \mathbf{Y} 的稀疏表示 \mathbf{X} , 如式(1):

$$\min_{\mathbf{x}_i} \{ \|\mathbf{y}_i - \mathbf{D}\mathbf{x}_i\|_2^2 \}, \text{ s. t. } \|\mathbf{x}_i\|_0 \leq T_0, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中: $\|\bullet\|_2$ 为矩阵的 2-范数; T_0 为稀疏表示系数向量中的非零元素的最大个数。

首先是 K-SVD 稀疏编码阶段, 要解决问题(1), 产生一个随机标准化列的初始字典 \mathbf{D}_0 , 通过固定字典不变而产生稀疏矩阵 \mathbf{X} 。也就是找出每个训练信号 \mathbf{y}_i 对应于当前字典 \mathbf{D} 的稀疏表示 \mathbf{x}_i 。所选择的稀疏编码算法必须限制非零元素的最大数量的解决方案, 因此通常使用 OMP 算法^[6]来得到稀疏表示矩阵 \mathbf{X} 。

第二阶段是更新字典和稀疏系数, 固定所有其他列, 每次只更新字典 \mathbf{D} 中一列。假设用 \mathbf{d}_k (\mathbf{D} 的第 k 列) 来讨论, \mathbf{X} 的第 i 行表示对应于 \mathbf{d}_k 的系数 \mathbf{x}_T^i , 那么目标函数方程(2)可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{x}\|_F^2 &= \|\mathbf{Y} - \sum_{j=1}^K \mathbf{d}_j \mathbf{x}_T^j\|_F^2 = \\ &= \left\| \left(\mathbf{Y} - \sum_{j \neq k} \mathbf{d}_j \mathbf{x}_T^j \right) - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_T^k \right\|_F^2 = \\ &= \|\mathbf{E}_k - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_T^k\|_F^2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中, 矩阵 \mathbf{E}_k 表示字典中 N 个原子中除了第 k 列原子与信号原子矩阵之间的误差。因此, 这个步骤是去寻求一个新的 \mathbf{d}_k 和 \mathbf{x}_T^k , 从而来最小化方程(2)的目标函数。

为指出 \mathbf{Y} 中哪些分量使用字典原子 \mathbf{d}_k , 引入索引集 $w_k = \{i | 1 \leq i \leq N, \mathbf{x}_T^k(i) \neq 0\}$, 提取出行向量 \mathbf{x}_T^k 中所对应的非零值, 得到向量 \mathbf{x}_R^k 的长度为 $|w_k|$ 。相似地获得当前使用字典原子 \mathbf{d}_k 的信号原子构成的矩阵 \mathbf{Y}_k^R 和从 \mathbf{E}_k 中选择对应于 w_k 的列组成的 \mathbf{E}_k^R 。那么方程(1)中的目标函数可以被式(3)替换:

$$\min_{\mathbf{d}_k, \mathbf{x}_R^k} \|\mathbf{E}_k^R - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_R^k\|_F^2 \quad (3)$$

最后通过 SVD 算法关键步骤 ($\mathbf{E}_k^R = \mathbf{U}\mathbf{\Delta}\mathbf{V}^T$) 来解决更新字典原子 \mathbf{d}_k 和稀疏表示系数 \mathbf{x}_R^k 这个问题。字典的第 k 列 \mathbf{d}_k 的更新是通过提取矩阵 \mathbf{U} 的第一列, \mathbf{x}_R^k 的更新是通过 \mathbf{V} 的第一列和最大的奇异值 $\mathbf{\Delta}(1, 1)$ 相乘而得到。字典原子有 K 个并且要对每个原子进行奇异值分解, 因此将该稀疏编码方法简单命名为 K-SVD 算法。

1.2 SBDL 算法

SBDL 算法是以最大后验概率为基础的算法, 被用于稀疏基恢复。稀疏贝叶斯模型是通过一种特定的先验参数来优选稀疏系数组合的贝叶斯处理过程。基于高斯似然模型^[7]的稀疏贝叶斯字典学习方式表示为:

$$p(\mathbf{t} | \mathbf{x}; \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}\|^2\right) \quad (4)$$

目标是最大化方程(4)中的向量 \mathbf{x} 和常量 σ^2 的似然估计。为了避免模型中与训练样本数量相等的参数数量造成严重的匹配问题, 添加一个满足先验概率分布的参数, 得到的满足零均值高斯分布的向量 \mathbf{x} 的先验分布为:

$$p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\alpha}) = \prod_{i=1}^K N(\mathbf{x}_i | 0, \boldsymbol{\alpha}_i^{-1}) \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K)$ 是一个由 K 个超参数组成的向量。

假设噪声参数 σ^2 和超参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 满足 Gamma 先验概率分布, 可以得到方程(6)中向量 \mathbf{x} 的后验概率:

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\alpha}, \sigma^2) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_y|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}_y^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right\} \quad (6)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma}_y = \sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{D}^T$, $\boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2} \boldsymbol{\Sigma}_x \mathbf{D}^T \mathbf{y}$, $\boldsymbol{\Sigma}_x = (\sigma^{-2} \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}^{-1})^{-1}$, \mathbf{A} 为以先验 $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K$ 为对角的 $K \times K$ 大小的矩阵。

根据方程(6)和 $p(\boldsymbol{\alpha}, \sigma^2 | \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\alpha}, \sigma^2) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\sigma^2)$, 通过式(7)更新超参^[8]:

$$\begin{cases} \alpha_i^{\text{new}} = \frac{1 - \alpha_i \boldsymbol{\Sigma}_x(i, i)}{\|\mathbf{x}\|^2} \\ (\sigma^2)^{\text{new}} = \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{D}\boldsymbol{\mu}\|^2}{n - \boldsymbol{\Sigma}_x(i, i) (1 - \alpha_i \boldsymbol{\Sigma}_x(i, i))} \end{cases} \quad (7)$$

2 广义贝叶斯字典学习 K-SVD 算法 (GBDL K-SVD)

SBDL K-SVD 算法存在稀疏表示后信号原子不稀疏和不收敛的缺陷,于是文中提出了广义贝叶斯字典学习 (GBDL) K-SVD 算法。通过研究 α 和 σ^2 的估计方法,应用最大期望算法^[9]来最大化 $p(y | \alpha, \sigma^2)$,从而找到 α_{ML} 和 σ_{ML}^2 。将权值 \mathbf{x} 认为是隐变量,而后最大化 $E_{x|y, \alpha, \sigma^2} [p(y | \mathbf{x}, \alpha, \sigma^2)]$, 其中 $p(y | \mathbf{x}, \alpha, \sigma^2) = p(y | \mathbf{x}, \sigma^2) p(\mathbf{x}, \alpha)$ 表示完备数据对 $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$ 的概率。计算第 k 次迭代的 $E_{x|y, \alpha^{(k)}, \sigma^2} [x_i^2] = (\Sigma_x)_{i,i} + \mu_i^2$, 并获得如方程(8)所描述的 α 的新一轮迭代方式。

$$\alpha_i^{(k+1)} = \arg\max_{\alpha_i} E_{x|y, \alpha^{(k)}, \sigma^2} [p(y, \mathbf{x}, \alpha, \sigma^2)] = \frac{E_{x|y, \alpha^{(k)}, \sigma^2} [x_i^2]}{(\Sigma_x)_{i,i} + \mu_i^2} \quad (8)$$

相似地,对于 σ^2 的更新规则可以被如方程(9)简单地合成表示为:

$$(\sigma^2)^{(k+1)} = \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{D}\boldsymbol{\mu}\|^2 + (\sigma^2)^{(k)} \sum_{i=1}^K [1 - (\alpha_i^{(k)})^{-1} \Sigma_x(i, i)]}{n} \quad (9)$$

SBDL 需计算 $K \times K$ 大小的矩阵 Σ_x 的逆,其复杂度为 $O(K^3)$, 极端情况下 K 太大使求逆过程可能是无结果的。为缓解这个问题,通过式(10)计算 Σ_x^{-1} :

$$\Sigma_x^{-1} = (\sigma^{-2} \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A} - \mathbf{A} \mathbf{D}^T \Sigma_y^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A} \quad (10)$$

因此减少算法复杂度为 $O(n^3)$, 这在 $K \gg n$ 时有明显优势。利用线性代数的直观结果,可以满足这种需求。通过下列方程计算:

$$\boldsymbol{\mu} : \mathbf{x} = \boldsymbol{\mu} = \mathbf{A}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{\frac{1}{2}})^{\dagger} \mathbf{y}$$

$$\Sigma_x : \Sigma_x = [\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{\frac{1}{2}})^{\dagger} \mathbf{D}] \mathbf{A}$$

其中, $(\bullet)^{\dagger}$ 表示 Moore-Penrose 逆。

因此明显知道 \mathbf{x} 所对应的 α 的稀疏概况和观察到所有的 \mathbf{x} 都是可行的,并且如果 \mathbf{y} 是 \mathbf{D} 的跨度且所有的 α 被初始化为非零值,这将永远是可行的。

那么,GBDL K-SVD 算法关键步骤如下所述:

步骤 1(输入): 数据样本集 $\{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^N$, 整个算法的最大迭代次数 J_{max} , 稀疏编码的最大迭代次数 S_{max} , 稀疏化阈值 T_0 。

步骤 2(初始化): 过完备字典矩阵 $\mathbf{D}^{(0)} \in \mathbf{R}^{n \times K}$, 先验估计噪声方差 σ^2 , 超参数向量 $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K)$, 并设置 $J = 0$ 和 $S = 0$ 。

步骤 3(主程序): 执行 $J = J + 1$, 重复如下步骤直到满足收敛或停止准则 $J \geq J_{\text{max}}$:

1) 执行 $S = S + 1$, 重复如下步骤直到满足停止准则 $S \geq S_{\text{max}}$:

(1) 计算矩阵 \mathbf{X} 的协方差矩阵: $\Sigma_x = [\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{\frac{1}{2}})^{\dagger} \mathbf{D}] \mathbf{A}$ 。

(2) 估计向量 $\mathbf{x} : \mathbf{x} = \mathbf{A}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{\frac{1}{2}})^{\dagger} \mathbf{y}$ 。

(3) 更新噪声方差和超参数:

$$(\sigma^2)^{\text{new}} =$$

$$\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{D}^{(J-1)} \mathbf{x}\|^2 + \sigma^2 \sum_{i=1}^K [1 - \alpha_i^{-1} \Sigma_x(i, i)]}{n}$$

$$\alpha_i^{\text{new}} = \Sigma_x(i, i) + x_i^2$$

2) 如果 $\|\mathbf{x}_i\| > T_0$, 继续用 OMP 算法来优化向量 \mathbf{x} , 直到满足 $\|\mathbf{x}_i\| \leq T_0$ 。

3) 更新字典, 更新 $\mathbf{D}^{(J-1)}$ 中 $k = 1, 2, \dots, K$ 的每一列。

(1) 定义被使用的原子对应的下标集 $w_k = \{i | 1 \leq i \leq N, x_i^k(i) \neq 0\}$;

(2) 计算全局表示误差矩阵 $\mathbf{E}_k = \mathbf{Y} - \sum_{j \neq k} \mathbf{d}_j \mathbf{x}_j^T$;

(3) 对应于 w_k 来收缩 \mathbf{E}_k , 从而获得 \mathbf{E}_k^R ;

(4) SVD 分解 $\mathbf{E}_k^R : \mathbf{E}_k^R = \mathbf{U} \mathbf{\Delta} \mathbf{V}^T$;

(5) 更新字典列和稀疏系数向量: $\mathbf{d}_{k, \text{new}} = \mathbf{u}_1, \mathbf{x}_{k, \text{new}}^k = \mathbf{v}_1 \bullet \mathbf{\Delta}(1, 1)$ 。

步骤 4(输出): $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_{R, \text{new}}^1, \mathbf{x}_{R, \text{new}}^2, \dots, \mathbf{x}_{R, \text{new}}^K]^T$ 和 $\mathbf{D} = \mathbf{D}^{(J_{\text{max}})}$ 。

其中: $\mathbf{D}^{(0)}$ 满足 l_2 标准化列; T_0 表示非零实体的最大数量; $\Sigma_x(i, i)$ 表示 \mathbf{X} 的协方差矩阵的第 i 个对角元素; \mathbf{u}_1 表示 \mathbf{U} 的第一列; \mathbf{v}_1 表示 \mathbf{V} 的第一列; $\mathbf{\Delta}(1, 1)$ 表示 $\mathbf{\Delta}$ 中对角元素的首元。

3 实验仿真和分析

3.1 字典学习结果对比分析

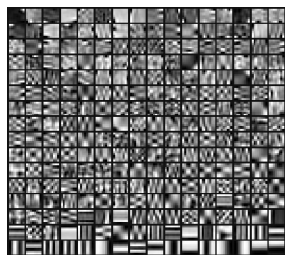
文中仿真实验使用由一组图像帧组成的视频序列作为样本, 从由 51 个 Y 帧组成的视频信号中提取出大小为 176×144 的一组图像帧^[10]。为提高视频图像帧的稀疏度, 采用重叠块滑动窗口的块算法来获得分块图像。从图像帧获得多个 8×8 大小的重叠块, 并将每个依次重新排列成维数是 64 的向量, 最后以这些向量为列构成 64×23153 大小的矩阵。选择过完备字典的大小为 64×256 , 设定 SBDL 算法和 GBDL 算法的 $S_{\text{max}} = 10, J_{\text{max}} = 10$ 。经过视频序列分解和分块图像处理, 分别用 SBDL K-SVD 算法和 GBDL K-SVD 算法对图像帧进行稀疏编码, 获得的基于图像块训练字典的结果如图 1 所示。

从图 1 可以看到, 通过仿真实验, 由 SBDL K-SVD 稀疏编码训练后的块信号, 虽然训练信号的每一块的特点大致能够表现出来, 但图像帧的训练特征不明显。

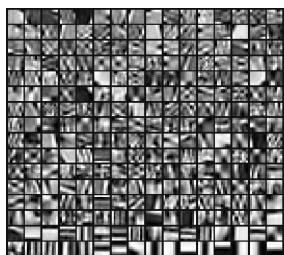
然而,通过 GBDL K-SVD 算法稀疏编码后,被训练的标准信号的特征纹理较前一种字典训练后的特征更加突出,纹理更加清晰。因此,使用 GBDL K-SVD 过完备字典训练图像帧信号更具有前瞻性和有效性。



(a)原始视频图像帧



(b)SBDL 算法训练结果



(c)GBDL 算法训练结果

图 1 算法训练结果

3.2 稀疏表示信号的重构性能对比分析

根据实际经验,视频经过媒介传输,在解码器端解码后会产生不同程度的失真。为了使仿真实验符合实际情况,随机地从视频序列中选择一个图像帧。首先,从图像帧中损失不同数量的像素,而后分别在 SBDL K-SVD 算法和 GBDL K-SVD 算法这两种过完备稀疏字典学习算法的训练下,重构出非损失像素的图像帧。为直观地比较不同学习字典的效果,对损失像素范围在 10%~90% 的图像帧进行重构,得到的对比结果如图 2 所示。

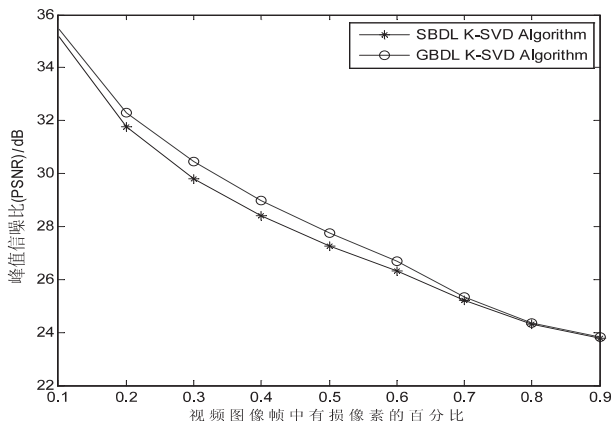


图 2 过完备稀疏字典对不同程度有损像素的图像帧重构的 PSNR 比较

从图 2 可以看到:若图像帧有损像素比例是 10%,经两种不同稀疏字典稀疏表示后重构出的图像帧的峰值信噪比 (PSNR) 可以上升到 35 dB 左右。损失的像素占原像素的比率越低,过完备字典稀疏表示

后的重构图像的 PSNR 值都相对较高。但随着损失像素的比例相对增加,获得的 PSNR 值近似线性下降。通过 GBDL K-SVD 算法获得的 PSNR 值总是高于 SBDL K-SVD 算法获得的 PSNR 值。因此改进后的过完备字典学习算法比原始的稀疏表示性能强,这是由于改进算法稀疏编码步骤中新更新模式考虑了 EM 算法最大化后验概率。因此通过 GBDL K-SVD 算法获得的信号稀疏表示来处理损失像素的图像帧具有更好的性能。

压缩感知^[11-12]是近年来新兴的技术并逐渐成熟,它主要包含信号的采样稀疏、压缩测量和重构三个主要步骤。采样稀疏也就是常说的稀疏编码,它在压缩感知技术中起着举足轻重的作用。在稀疏编码步骤中,选择一个合适的稀疏变换基或矩阵 Ψ ,或者选择一种过完备字典稀疏学习来获得信号的稀疏表示系数,再通过对稀疏系数的压缩测量,获得一个低维的向量。信号通过传输媒介后,在解码器端获得压缩后的信号。为了获得原始信号的逼近值并重构出图像帧,通常情况下采用贪婪迭代算法重建图像帧,如:正交匹配追踪 (OMP)^[8]、分段正交匹配追踪 (StOMP)^[13]和稀疏度自适应匹配追踪 (SAMP)^[14]。

为了比较稀疏表示算法的性能,设置了从 0.3 到 0.7 范围的不同采样率,对比结果见图 3。其中, m 表示图像矩阵列向量的维数,采样率表示获得的信号数量占原始图像帧数量的比率。

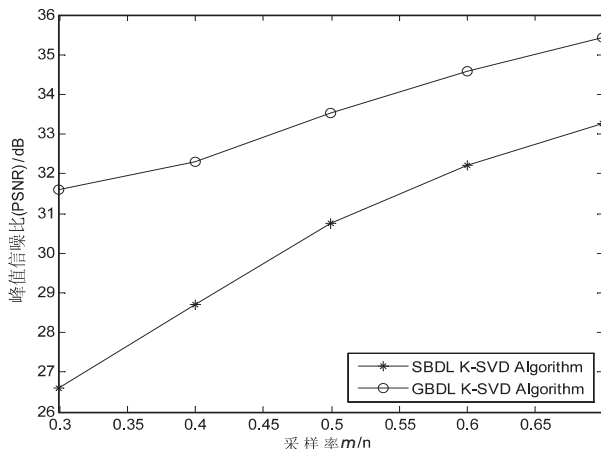


图 3 过完备稀疏字典对基于压缩感知技术的图像帧重构的 PSNR 比较

从图 3 可以看出,当采样率较低时,经两种算法稀疏表示后的重构图像帧的 PSNR 值相对较低,但随着采样率增加,PSNR 值也明显提高。通过 GBDL K-SVD 算法获得的 PSNR 总是高于 SBDL K-SVD 算法获得的 PSNR。

所以改进后的算法具有更强的重构性能,这很大程度上取决于它的稀疏表示系数在新型更新模式中使得学习算法逐渐收敛。

4 结束语

文中通过深入研究过完备稀疏字典学习的稀疏表示方法,提出了 GBDL K-SVD 算法。对稀疏编码步骤做出改进,改进协方差矩阵的计算和稀疏向量的估计方式,进而改进了常量 σ^2 和 γ 的更新模式,提高了重构精度,加快了收敛速度。此外,仿真实验表明,在有损像素的图像帧和基于压缩传感的图像帧两种情况下,视频图像帧通过 GBDL K-SVD 算法稀疏表示后的重构效率高于 SBDL K-SVD 稀疏字典学习算法。总而言之,改进的过完备字典学习始于非稀疏表示信号,并通过迭代过程逐步收敛到一个稀疏表示系数。实验结果说明了提出算法的正确性并证实了其有效性。

参考文献:

- [1] Delgado K K, Murray J F, Rao B D. Dictionary learning algorithms for sparse representation [J]. Neural Computation, 2003, 15(2): 349-396.
- [2] Mairal J, Bach F, Ponce J, et al. Online learning for matrix factorization and sparse coding [J]. Journal of Machine Learning Research, 2010, 11: 19-60.
- [3] Song X N, Liu L, Yang X B, et al. A parameterized fuzzy adaptive K-SVD approach for the multi-classes study of pursuit algorithms [J]. Neurocomputing, 2014, 123: 131-139.
- [4] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [5] Tropp J A, Wright S J. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems [J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 948-958.
- [6] Tropp J A, Gilbert A G. Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [7] Babacan S D, Molina R, Katsaggelos A K. Bayesian compressive sensing using laplace priors [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(1): 53-63.
- [8] Zhou F F, Li L. Modified sparse Bayesian dictionary learning K-SVD algorithm for video image sparse representation [J]. Journal of Computational Information Systems, 2015, 11(12): 4567-4580.
- [9] Wipf D P, Rao B D. Sparse Bayesian learning for basis selection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8): 2153-2164.
- [10] Sun Y P, Xu M, Tao X M, et al. Online dictionary learning based intra-frame video coding [J]. Wireless Personal Communications, 2014, 74: 1281-1295.
- [11] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(5): 1289-1306.
- [12] Zhou F F, Li L. Research on clipping threshold SAMP algorithm based on high frequency sub-band wavelet transform [J]. Computer Technology and Development, 2014, 24(5): 83-86.
- [13] Donoho D L, Tsai Y, Drori I. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [14] Thong T, Gan L, Nguyen N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [C]//Proc of Asilomar conference on signal, systems and computers. Pacific Grove, California: [s. n.], 2008.