

# 基于图的谱系数夹角的特征点匹配

沈玲<sup>1</sup>, 王年<sup>2</sup>

(1. 安徽新华学院, 安徽合肥 230088;

2. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230039)

**摘要:**提出一种用图的谱系数夹角特征描述图像几何结构的特征点匹配算法。首先通过对两幅待匹配的图像分别构造高斯权 Laplace 矩阵, 并进行奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 以获得其特征向量, 然后由特征向量计算各分量间夹角的余弦并构造对称矩阵, 最后对其进行奇异值分解。根据分解结果构造出两幅匹配图像特征点间能够反映其匹配程度的关系矩阵, 从而由该关系矩阵实现特征点间的匹配。分别对模拟、真实及合成数据图像进行实验对比, 说明了文中算法的有效性和可行性。

**关键词:**图; 谱系数夹角; Laplace 矩阵; 特征点; 匹配

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2015)12-0068-04

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2015.12.016

## Feature Points Matching Based on Angle between Spectral Coefficient of Images

SHEN Ling<sup>1</sup>, WANG Nian<sup>2</sup>

(1. Anhui Xinhua University, Hefei 230088, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing of MOE, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract:** An algorithm for images features points matching by representing geometric structure of images based on the angle between spectral coefficient vectors was proposed. The algorithm defined Gaussian-weighted Laplacian matrices for the feature points of two images respectively, obtained the eigenvectors based on the result which was gotten by the singular value decomposition on the two matrices. Gained a symmetric matrix with the cosine value of the angle between the weight. Then with the result of the decomposition of the symmetric matrix, get a relationship matrix which denoted the matching degree among feature points. Finally, the algorithm obtained feature points matching of the two images with the relationship matrixes. Experiments on analog images, real-world images and synthetic data demonstrate the effectiveness and feasibility of the approach.

**Key words:** graph; spectral coefficient angle; Laplace matrix; feature point; matching

## 0 引言

在图像匹配问题中, 通过提取特征点实现匹配是模式识别、计算机视觉等研究领域中的热点方法。随着谱图理论的发展, 越来越多的科研工作者尝试把谱图理论<sup>[1-8]</sup>应用于该研究领域。Scott 和 Longuet-Higgins<sup>[9]</sup>采用高斯加权的方法定义特征点集之间的亲近矩阵 (intra-image proximity matrix), 从而得到待匹配图像的匹配关系, 实现了将谱图理论应用于点模式图

像匹配分析中。该方法可实现大小不同的点集的匹配, 但对于有着较大旋转角度的图像, 其匹配效果并不好。为了克服 Scott 和 Longuet-Higgins 提出方法的不足, Shapiro 和 Brady<sup>[10]</sup>分别对待匹配图像的特征点集, 通过构造高斯加权亲近矩阵, 计算其特征值和特征向量, 由比较构造的亲近矩阵的有序特征向量来获得待匹配图像间的对应关系, 即采取了构造图像内部点集亲近矩阵的方法。该方法对于待匹配的点集数相同的图像, 若随机点抖动和仿射变换较小时可以得出较

收稿日期: 2015-03-16

修回日期: 2015-06-19

网络出版时间: 2015-11-19

基金项目: 安徽省自然科学基金项目 (KJ2012Z133)

作者简介: 沈玲 (1983-), 女, 讲师, 研究生, 研究方向为图像处理、模式识别及应用; 王年, 教授, 博士, 研究方向为计算机视觉、模式识别及应用。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20151119.1109.028.html>

好的结果。为了有效减小随机位置的抖动,可以借助于EM算法<sup>[11-12]</sup>,Carcassoni将双步EM算法和谱方法结合起来<sup>[13]</sup>,进一步提高了匹配的鲁棒性和准确性。文献[14]中提出了一种基于图的Laplace谱的图像特征点匹配方法,该算法由待匹配图像的特征点分别构造出其Laplace矩阵,通过得到的矩阵的特征向量构造出点集的匹配矩阵,从而实现了图像之间的特征点匹配<sup>[14-15]</sup>。

在文献[14]算法的基础上,文中提出了用图的谱系数夹角来表达图的结构特征。首先分别构造出图像特征点集的高斯权Laplace矩阵,然后求出其在特征向量空间特征向量各分量间夹角的余弦值,由得出的各余弦值构成一个对称矩阵,由奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)得出该矩阵的特征值和特征向量,并分析构造出图像特征点匹配关系矩阵,达到实现图像匹配的目的。该算法通过描述待匹配图像特征点间的相对位置关系,进一步表达了图的结构特征信息。最后通过大量的实验验证了该算法的有效性。

## 1 基于谱特征的图像匹配

### 1.1 高斯权Laplace矩阵

对含有 $n$ 个特征点 $V_i(i=1,2,\dots,n)$ 的图像 $I$ ,其高斯权Laplace矩阵定义如下:

$$L = [l_{ij}] = \begin{cases} e^{-\frac{d_{ij}^2}{2\sigma^2}} & i \neq j \\ -\sum_{k \neq i} l_{i,k} & i = j, k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

其中, $d_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )表示欧氏空间中任意2个特征点之间的距离;参数 $\sigma$ 的值可以根据图像特征点的结构来选取。

对高斯权Laplace矩阵 $L$ 进行SVD分解,可得:

$$L = \mathbf{U}\mathbf{\Delta}\mathbf{U}^T \quad (2)$$

其中, $\mathbf{\Delta} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ ,  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{n-1} \geq \lambda_n$ 是 $L$ 的奇异值; $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n)$ 是 $n \times n$ 的正交矩阵, $\mathbf{u}_i(i=1,2,\dots,n)$ 是 $\mathbf{U}$ 的列向量。

### 1.2 谱系数夹角的定义

对于待匹配图像 $I, J$ ,希望通过分析其角点信息来表达两幅图像结构的一致性,从而实现两幅图像匹配的目的。图的谱特性已被广泛应用且已被证实可以用来反映图的结构特征<sup>[16]</sup>。

文中即采用谱系数夹角特征来反映图像角点的相似性问题。谱系数夹角定义为图像中角点在特征向量空间的特征向量各分量之间的夹角的余弦值,它表达了图中特征点在特征空间中的一种分布和连接关系。

由公式(2),以矩阵的特征值 $\mathbf{\Delta}$ 按大小降序排列,定义:

$$\zeta = \sqrt{\mathbf{\Delta}}\mathbf{U}^T \quad (3)$$

其中, $\zeta(i), \zeta(j)$ 分别表示特征值对应的特征向量的第 $i$ 和第 $j$ 个分量,则它们之间夹角的余弦可定义为:

$$C(ij) = \cos\theta(ij) = \frac{\zeta(i)^T \zeta(j)}{\|\zeta(i)\| \cdot \|\zeta(j)\|} \quad (4)$$

### 1.3 基于谱系数夹角的匹配算法

根据式(4),对含相同特征点的待匹配图像 $I, J$ 分别计算其谱系数夹角余弦序列,然后构造对称矩阵 $\mathbf{A}_I, \mathbf{A}_J$ ,如下:

$$\mathbf{A}(i, j) = \begin{cases} \frac{\zeta(i)^T \zeta(j)}{\|\zeta(i)\| \cdot \|\zeta(j)\|} & i \neq j \\ -\sum_{k \neq i} a_{i,k} & i = j, k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

再分别对 $\mathbf{A}_I, \mathbf{A}_J$ 进行SVD分解:

$$\mathbf{A}_I = \mathbf{U}_I \mathbf{\Delta}_I \mathbf{U}_I^T \quad (6)$$

其中, $\mathbf{\Delta}_I = \text{diag}\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ ,  $\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_{n-1} \geq \alpha_n$ 是 $\mathbf{A}_I$ 的奇异值; $\mathbf{U}_I = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)$ 是 $n \times n$ 的正交矩阵, $\mathbf{v}_i(i=1,2,\dots,n)$ 是 $\mathbf{U}_I$ 的列向量。

$$\mathbf{A}_J = \mathbf{U}_J \mathbf{\Delta}_J \mathbf{U}_J^T \quad (7)$$

其中, $\mathbf{\Delta}_J = \text{diag}\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ ,  $\beta_1 \geq \dots \geq \beta_{n-1} \geq \beta_n$ 是 $\mathbf{A}_J$ 的奇异值; $\mathbf{U}_J = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$ 是 $n \times n$ 的正交矩阵, $\varphi_i(i=1,2,\dots,n)$ 是 $\mathbf{U}_J$ 的列向量。

为了使 $\mathbf{v}_i$ 和 $\varphi_i$ 的距离尽量小<sup>[14]</sup>,对 $\mathbf{U}_J$ 的列向量实现符号校正。其中, $\mathbf{U}_I, \mathbf{U}_J$ 中的第 $i$ 行向量分别称为第 $i$ 个点的特征表示,记为 $\gamma^{(i)}, \nu^{(i)}$ 。

设 $\nu' = \nu\mathbf{s}$ 是校正后的向量组。由于

$$\|\gamma^{(i)} - \nu'^{(j)}\|^2 = (\gamma^{(i)} - \nu'^{(j)}) (\gamma^{(i)} - \nu'^{(j)})^T = 2[1 - \gamma^{(i)} (\nu'^{(j)})^T]$$

因此 $\gamma^{(i)}, \nu'^{(j)}$ 间的距离越小就意味着 $\gamma^{(i)} (\nu'^{(j)})^T$ 越大,说明图像 $I$ 中的第 $i$ 个点和图像 $J$ 中的第 $j$ 个点匹配的可能性就越大。构造匹配矩阵:

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}_I \mathbf{U}_J^T = [\rho_{ij}^{(i)} (\nu'^{(j)})^T] = [\rho_{ij}] \quad (8)$$

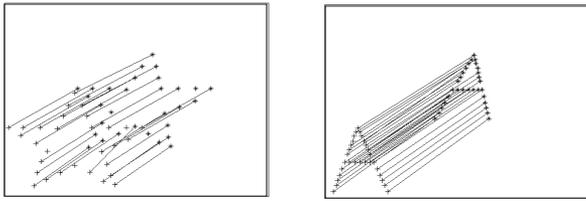
如果 $\rho_{ij}$ 是它所在行和列的最大元素,则认为图像 $I$ 中的第 $i$ 个点和图像 $J$ 中的第 $j$ 个点匹配。

## 2 实验结果及分析

为验证文中算法的正确性和有效性,选取了模拟图像、真实图像在刚体变换下和合成数据集在非刚体变换下的图像分别使用文献[14]中基于Laplace谱匹配算法和文中算法进行了实验验证。结果表明,文中算法对刚体变换下的图像具有较高的匹配精度。

### 2.1 模拟图像匹配实验

选取各含有30个特征点的模拟图像五角星“star”和字母“A”,分别进行射影变换,图1(a)、(b)是“star”和字母“A”分别使用文中算法的实验结果。



(a)五角星“star”的实验结果 (b)字母“A”的实验结果

图 1 文中算法匹配结果

表 1 是采用 Laplace 算法和文中算法对两类模拟图像进行匹配的实验结果对比。

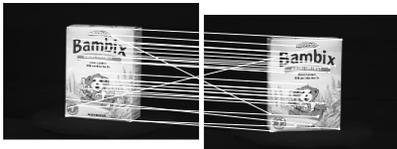
表 1 模拟图像实验结果对比

算法	star	字母“A”
文中算法	26	30
Laplace 算法	11	23

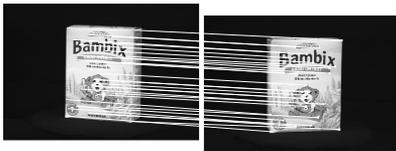
从表中可看出,对于射影变换下的模拟图像,文中算法可获得较高的匹配正确率。

### 2.2 真实图像匹配实验

这里选择一组包装盒的真实图像序列(图像库 ALOI, <http://staff.science.uva.nl/~aloi/>),对第  $r_0$  帧、第  $r_{30}$  帧和第  $r_{60}$  帧图像分别抽取 30 个特征点,分别使用 Laplace 算法和文中算法进行实验验证。图 2、图 3 分别是第  $r_0$  帧和第  $r_{30}$  帧、第  $r_0$  帧和第  $r_{60}$  帧的实验结果,图(a)均是 Laplace 算法的实验结果,(b)均是文中算法的结果。

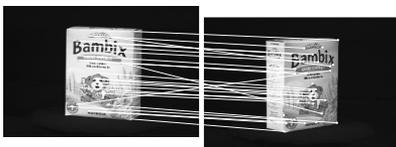


(a)Laplace 算法的实验结果

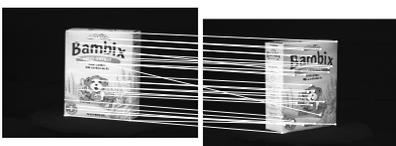


(b)文中算法的实验结果

图 2 第  $r_0$  帧和第  $r_{30}$  帧的匹配结果



(a)Laplace 算法的实验结果



(b)文中算法的实验结果

图 3 第  $r_0$  帧和第  $r_{60}$  帧的匹配结果

表 2 给出了每组实验的结果数据对比。

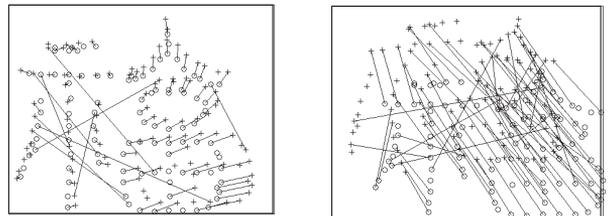
表 2 包装盒真实图像实验结果对比

算法	$r_0-r_{30}$	$r_0-r_{60}$
文中算法	30	25
Laplace 算法	23	16

从表中可以看出,文中算法在偏转角度比较大时仍具有比较高的匹配正确率。

### 2.3 非刚体变换图像匹配实验

选取了两组由 Haili Chui 博士和 Anand Rangarajan 教授<sup>[17]</sup>制作的合成数据集(<http://www.ece.umd.edu/~zhengyf/PointMatching.htm>),来验证文中算法对非刚体形变下图像匹配的性能。选择的两组数据为 save\_chinese\_def\_1\_1.mat, save\_chinese\_def\_2\_1.mat。(每幅图均由 105 个特征点组成)。图 4 给出了该图像在文中算法下的匹配结果,表 3 给出了 Laplace 算法和文中算法匹配结果的对比数据。



(a)“福”1-1 图像匹配结果 (b)“福”2-1 图像匹配结果

图 4 文中算法在 Chui-Rangarajan

合成数据上的实验结果

表 3 Chui-Rangarajan 合成数据上的实验结果对比

算法	1-1	2-1
文中算法	67	49
Laplace 算法	23	15

由结果可以看出,对非刚体形变下图像匹配文中算法并不是很理想,这是由于该算法虽然求解了点集之间的匹配关系,但却没有求解非刚体变形下各点集之间的几何变换关系。但是与 Laplace 算法相比较,文中算法对非刚体形变下的图像匹配效果却依然相对较好。

### 3 结束语

文中提出了一种基于谱系数夹角特征的 Laplace 匹配算法,由于谱系数夹角能够反映出图中点在特征空间的分布和连接关系,包含了图的更多结构信息,所以文中算法对模拟和真实图像在刚体变换下的匹配都可以获得较高的精度,但对于非刚体变换图像,由于没有求解点集之间的几何变换关系,因此匹配效果并不太理想。

未来,将尝试将概率松弛、模拟退火等算法和谱系

数夹角匹配算法相结合,以实现提高图像在非刚体变换下的匹配精度的目的。

#### 参考文献:

- [1] Chung F R K. Spectral graph theory [M]. USA: American Mathematical Society, 1997.
- [2] Carcassoni M, Hancock E R. Correspondence matching with modal clusters[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(12): 1609–1615.
- [3] Thornton J, Savvidos M. A Bayesian approach to deformed pattern matching of iris image[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(4): 596–606.
- [4] Brown L G. A survey of image registration techniques [J]. ACM Computing Surveys, 1992, 24(4): 325–376.
- [5] Chang Shih-Hsu, Cheng Fang-Hsuan, Hsu Wen-Hsing, et al. Fast algorithm for point pattern matching invariant to translations, rotations and scale changes [J]. Pattern Recognition, 1997, 30(2): 311–320.
- [6] Jain A K, Chen Yi. Pores and ridges: high-resolution fingerprint match using level3 features [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(1): 15–27.
- [7] 李炯生, 张晓东, 潘永亮. 图的 Laplace 特征值 [J]. 数学进展, 2003, 32(2): 157–165.
- [8] Cvetković D, Doob M, Sachs H. Spectra of graphs—theory and application [M]. 2nd ed. Berlin: VEB Deutscher Verlag Wiss, 1982.

(上接第 67 页)

#### 参考文献:

- [1] 张睿轩. 医学图像边缘提取与分割的新算法研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.
- [2] Roberts L G. Machine perception of three-dimension solids [M]//Optical and electro-optimal information processing. Cambridge, MA: MIT Press, 1965.
- [3] Sobel L. Camera models and machine perception [D]. Stanford: Stanford University, 1970.
- [4] Canny J. A computational approach to edge detection [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679–698.
- [5] Marr D, Hildreth E. Theory of edge detection [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1980, 207(1167): 187–217.
- [6] 章毓晋. 图像处理与分析基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [7] 赵春晖, 孙圣和. 一种全方位多尺度形态滤波方法 [J]. 模

- [9] Scott G L, Longuet-Higgins H C. An algorithm for associating the features of two images [J]. Proceedings of Royal Society of London, 1991, 244: 21–26.
- [10] Shapiro L S, Brady J M. Feature-based correspondence—an eigenvector approach [J]. Image and Vision Computing, 1992, 10(5): 283–288.
- [11] Luo B, Hancock E R. Structural graph matching using the EM algorithm and singular value decomposition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(10): 1120–1136.
- [12] Cross A D J, Hancock E R. Graph matching with a dual-step EM algorithm [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(11): 1236–1253.
- [13] Carcassoni M, Hancock E R. Spectral correspondence for point pattern matching [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(1): 193–204.
- [14] 王 年, 范益政, 韦 穗, 等. 基于图的 Laplace 谱的特征匹配 [J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(3): 332–336.
- [15] Tang Jun, Liang Dong, Wang Nian, et al. A Laplacian spectral method for stereo correspondence [J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28(12): 1391–1399.
- [16] Luo B, Wilson R C, Hancock E R. Spectral embedding of graphs [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(10): 2213–2230.
- [17] Chui H, Rangarajan A. A new point matching algorithm for non-rigid registration [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2003, 89(2–3): 114–141.

式识别与人工智能, 1998, 11(1): 101–106.

- [8] Soille P. 形态学图像分析原理与应用 [M]. 王小鹏, 译. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [9] Poggio T, Voorhees H, Yuille A. A regularized solution to edge detection [M]. [s. l.]: MIT Artificial Intell Lab, 1985.
- [10] 张 鑫, 陈伟斌. 基于形态学重构的多结构元细胞图像边缘检测 [J]. 计算机仿真, 2009, 26(8): 216–219.
- [11] 余 莉. 基于数学形态学的目标检测 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [12] 姜红军, 郑 毅, 海 鹰, 等. 基于数学形态学随机性方法的细胞图像颗粒分析 [J]. 内蒙古师范大学学报: 自然科学版, 2012, 41(2): 183–186.
- [13] 赵于前, 桂卫华, 陈真诚, 等. 基于形态学重建滤波的脑部磁共振图像分割 [J]. 计算机工程, 2006, 32(16): 170–171.
- [14] Gonzalez R C, Woods R E, Eddins S L. 数字图像处理的 MATLAB 实现 [M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2013.

## 基于图的谱系数夹角的特征点匹配

作者: [沈玲](#), [王年](#), [SHEN Ling](#), [WANG Nian](#)  
作者单位: [沈玲, SHEN Ling\(安徽新华学院, 安徽 合肥, 230088\)](#), [王年, WANG Nian\(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥, 230039\)](#)  
刊名: [计算机技术与发展](#)   
英文刊名: [Computer Technology and Development](#)  
年, 卷(期): 2015, 25(12)

引用本文格式: [沈玲](#). [王年](#). [SHEN Ling](#). [WANG Nian](#) 基于图的谱系数夹角的特征点匹配[期刊论文]-[计算机技术与发展](#) 2015(12)