

基于CORDIC算法的通用调制器设计

孙科学^{1,2}, 高红梅³, 魏敏¹, 王晨曦¹, 肖建^{1,2}

(1. 南京邮电大学 电子科学与工程学院, 江苏 南京 210023;

2. 江苏省射频集成与微组装工程实验室, 江苏 南京 210023;

3. 上海贝尔软件有限公司, 江苏 南京 210037)

摘要:介绍了基于CORDIC算法通用调制器的设计与实现。该方法能同时完成调频、调幅和调相的功能。可以解决基于查找表的DDS实现通用调制器占用FPGA中的乘法器和大量的ROM资源的问题。CORDIC算法是实现快速精确计算正弦、余弦函数值的主要方法,在工程实际中有着广泛的应用;而传统的查找表或差值法计算,在精度、运算速度方面不能兼得,且占用资源多。文中提出了基于CORDIC算法的通用调制器的实现方法,使用VHDL硬件描述语言进行编程实现,在ISE 12.4中对算法进行功能仿真,最后通过Xilinx公司的FPGA Spartan-3系列XC3S50芯片进行了具体验证。结果表明,该实现方案不仅计算速度快,而且硬件资源消耗少,显著地提高了算法精度。

关键词:坐标旋转数字计算机;现场可编程门阵列;通用调制器;查找表

中图分类号:TP391.9

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2015)11-0196-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2015.11.039

Design of General Modulator Based on CORDIC Algorithm

SUN Ke-xue^{1,2}, GAO Hong-mei³, WEI Min¹, WANG Chen-xi¹, XIAO Jian^{1,2}

(1. College of Electronic Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China;

2. Jiangsu Province Engineering Lab of RF Integration & Micropackage, Nanjing 210023, China;

3. Alcatel-Lucent Shanghai Bell Software Co., Ltd, Nanjing 210037, China)

Abstract: The design and implementation of general modulator based on the CORDIC algorithm is introduced. The method can also complete the AM, FM and PM function. The shortcoming such as occupying FPGA a lot of resources of ROM, can be overcoming. CORDIC (Coordinate Rotation Digital Computer) algorithm is the main method to realize the fast and accurate trigonometric function, and is widely used in modern engineering. With the traditional looking up table or differential methods, the calculation accuracy and speed cannot be got at the same time, taking up more resources. The CORDIC algorithm is proposed in this paper to design and implement the general modulator, using VHDL to program by ISE 12.4, and the function simulation can be got. Finally, the implementation on the Xilinx FPGA chips and the algorithm is tested. The result indicates that the optimized realization calculates faster than the traditional looking up table, and use less resources, improving the algorithm accuracy significantly.

Key words: CORDIC; FPGA; general modulator; looking up table

0 引言

随着计算机技术和大规模可编程集成电路技术的快速发展,FPGA在工程实践中应用的越来越广泛。传统的查找表或差值法计算正弦、余弦函数并不适合硬件实现,在精度、运算速度方面不能兼得,并且占用资源较多。CORDIC算法一经提出,便在实际工程中得

到了广泛的关注。该算法为快速、精确的三角函数运算提供了一种高效的硬件实现方案^[1-6]。

CORDIC(Coordinate Rotation Digital Computer)算法其本质是一种数值逼近的方法。该算法通过一系列与运算基数相关的角度去逐渐逼近所需的旋转角度^[7-9]。在硬件算法设计中,乘、除等数学运算耗时而

收稿日期:2015-01-06

修回日期:2015-04-15

网络出版时间:2015-11-04

基金项目:江苏省高校自然科学研究面上项目(15KJD510001);南京邮电大学重点教学改革项目(JG03314JX54,JG03314JX53);南京邮电大学自然科学基金项目(NY214049)

作者简介:孙科学(1981-),男,副教授,研究方向为电子电路设计、嵌入式系统与通信软件设计。

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20151104.0952.046.html

且占用大量的硬件资源。CORDIC 算法将复杂的算法分解成一系列加法和移位等操作,从而使这些算法易于在硬件上实现。由于该算法的运算只有移位和加减运算,因此特别适合于 FPGA 硬件实现。CORDIC 算法充分发挥 FPGA 硬件的优势,从而实现硬件与算法相结合的优化方案^[10-12]。

文中基于 CORDIC 算法提出在 FPGA 芯片上实现通用数字调制器的方案,相对于传统的查找表或差值法计算,不仅可以节省 FPGA 逻辑资源,而且能兼顾速度、精度,性能高效。

1 CORDIC 算法基本原理

CORDIC 算法可以用向量的旋转来推导^[13-14]。向量 (x_0, y_0) 沿圆旋转角度 θ 后得到新的向量 (x, y) ,如图 1 所示。根据坐标变换规则,它们之间的关系可以用公式表示为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \cos\theta \begin{bmatrix} 1 & -\tan\theta \\ \tan\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

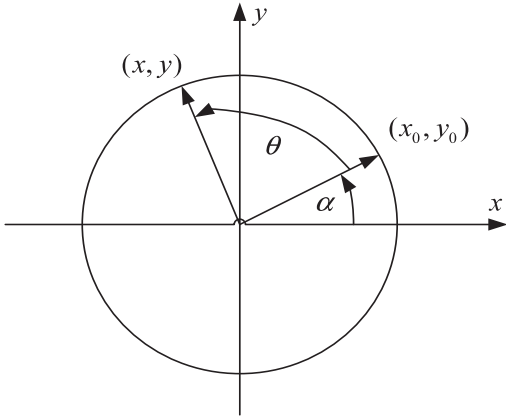


图 1 基于向量旋转的 CORDIC 算法原理图

将旋转角 θ 分解,用 N 个递减的小旋转角 θ_i 之和替代,即 $\theta = \sum_{i=0}^{N-1} \delta_i \theta_i$ 。其中, $\theta_i \geq 0$, θ_i 顺时针旋转时 $\delta_i = -1$,逆时针旋转时 $\delta_i = 1$ 。对于每次小的旋转有:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \cos\theta_i \begin{bmatrix} 1 & -\delta_i \tan\theta_i \\ \delta_i \tan\theta_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

再令

$$\theta_i = \arctan(2^{-i}), i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

即 $\tan\theta_i = 2^{-i}$,这时有:

$$\cos\theta_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\theta_i}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

式(2)可改写为:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \cos\theta_i \begin{bmatrix} 1 & -\delta_i 2^{-i} \\ \delta_i 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

于是,向量 (x_0, y_0) 经过 N 步旋转之后到达向量 (x, y) ,可表示为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \left(\prod_{i=0}^{N-1} \cos\theta_i \begin{bmatrix} 1 & -\delta_i 2^{-i} \\ \delta_i 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = K \left(\prod_{i=0}^{N-1} \begin{bmatrix} 1 & -\delta_i 2^{-i} \\ \delta_i 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, K 为模校正因子,且有:

$$K = \frac{1}{P} = \prod_{i=0}^{N-1} \cos\theta_i = \prod_{i=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}} \quad (7)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时,有 $K \rightarrow 0.607253$,为常量。

这样,式(1)的计算也就转换为如下迭代运算:

$$x_{i+1} = x_i - \delta_i y_i \cdot 2^{-i} \quad (8)$$

$$y_{i+1} = y_i + \delta_i x_i \cdot 2^{-i}, i = 0, 1, \dots, N-1$$

其中, $(x_N, y_N) = P \cdot (x, y)$ 。

式(8)中仅含移位和加减运算。

为跟踪迭代运算中已旋转的角度,这里引入一个新的变量,来表示第 i 次旋转后剩余的旋转角度。定义为:

$$z_{i+1} = z_i - \delta_i \arctan(2^{-i}), i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

式(8)与式(9)为该算法的基本迭代关系式。

根据 δ_i 取值的不同判读方式,算法又可分为旋转模式和向量模式。

(1) 旋转模式。

若初始旋转角度为 $z_0 = \theta$,经过 N 次旋转后,得到 $z_N = 0$,这时

$$\delta_i = \begin{cases} -1 & (z_i < 0) \\ +1 & (z_i > 0) \end{cases}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

这样的模式称为旋转模式。由式(8)与式(9)得

$$\begin{aligned} x_N &= P(x_0 \cos z_0 - y_0 \sin z_0) \\ y_N &= P(y_0 \cos z_0 + x_0 \sin z_0) \\ z_N &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

如果取 $x_0 = 1/P, y_0 = 0, z_0 = \theta$,则有

$$\begin{aligned} x_N &\rightarrow P(x_0 \cos z_0 - y_0 \sin z_0) = \cos\theta \\ y_N &\rightarrow P(y_0 \cos z_0 + x_0 \sin z_0) = \sin\theta \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可知,旋转模式可用来计算任意输入角的正弦值和余弦值。

(2) 向量模式。

若初始旋转角度 $z_0 = \theta$,经过 N 次旋转后,得到 $y_N = 0$,这时

$$\delta_i = \begin{cases} -1 & (y_i < 0) \\ +1 & (y_i > 0) \end{cases}, i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

这样的模式称为向量模式。由式(8)与式(9)得

$$\begin{aligned} x_N &= P\sqrt{x_0^2 + y_0^2} \\ y_N &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$z_N = \theta + \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right)$$

如果取 $\theta = 0$, 则有:

$$\begin{aligned} x_N &= P\sqrt{x_0^2 + y_0^2} \\ z_N &= \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)可知, 向量模式可以计算向量 (x_0, y_0) 的长度、反正切值, 还可以进行开方运算以及将直角坐标转换为极坐标等。

2 基于 CORDIC 算法的通用调制器的设计

所谓调制, 就是把信号转换成适合在信道中传输的形式的一种过程。

载波信号经过 DDS 模块进行相位累加, 后通过 CORDIC 模块, 运用 CORDIC 算法进行信号的调制并输出。下面分别介绍 DDS 模块和 CORDIC 模块的分析与设计。

2.1 DDS 模块设计

DDS 基本组成框图如图 2 所示。其中, 时钟信号 clk 为 DDS 内部的同步工作提供同步时钟信号。

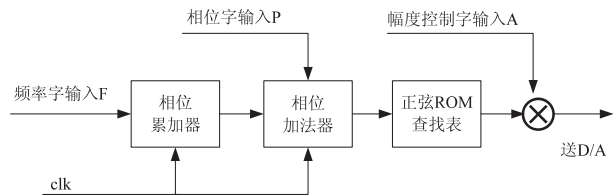


图 2 DDS 原理框图

设相位累加器的字长为 N , 则 DDS 的输出频率为 $f_{out} = B_{\Delta\theta} \bullet f_{clk}/2^N$, 频率分辨率为 $\Delta f = f_{clk}/2^N$ 。通过改变相位控制字 P 可以控制输出信号的相位。通过改变频率控制字 F , 改变输出信号的频率; 通过改变相位控制字 P , 输出的模拟信号产生不同的相移; 在相位幅值转换器之后插入一个数字乘法器, 通过幅度控制字 A 对输出的幅度进行编码, 从而实现幅值调制。因此, 使用 DDS 结构可以实现频率、相位和幅值调制。

2.2 通用调制器的整体设计方案

从 DDS 原理结构框图可以看出, 幅度、频率和相位的改变均为独立的, 分别可以用控制字来实现, 以单独用来传输不同的信号, 达到通用调制器的设计要求。其中可以用 CORDIC 算法来替代 DDS 中 ROM 查找表。则本设计是对 DDS 技术的优化。

通用调制器的整体设计框图如图 3 所示。

欲实现幅度调制, 也就是只有其幅度发生变化, 从

原理图可以看出, 利用二进制不归零信号来控制幅度。CORDIC 算法在旋转模式中, 就是一个 $(R, \theta) \rightarrow (X, Y)$ 的坐标旋转器, 则调幅的载波部分可以用 CORDIC 来实现。调制波形频率和初始相位均不变, 则直接送入 θ 端口, 幅度则通过幅度控制字 A 进行幅度选择后从 R 端口送入。

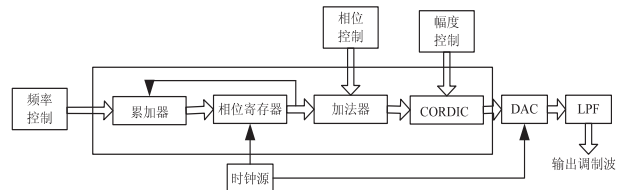


图 3 通用调制器的整体设计框图

频率调制中, 既要生成恒定的载波频率, 还要生成随载波信号相位线性增加的相位信号, 在此采用一个相位累加器来实现, 载波部分与幅度调制相同, 用 CORDIC 来实现。

相位调制中, 振幅和频率不变, 只需要载波的相位发生变化。在此, 采用一个加法器在信号的相位上增加一个不随时间增加的常数偏移。载波部分实现与调频相同。

3 仿真结果

ASK 调制波形仿真数据如图 4 所示。

观察仿真结果, 可看出频率不变, 相位置“0”, 通过控制 sa 的比特来选择载波幅度, 输出 x_out 实现了 CORDIC 算法的计算功能。

FSK 调制波形仿真数据如图 5 所示。

观察仿真结果, 可看出幅度不变, 相位置“0”, 通过控制 sf 的比特来选择载波频率, 输出 x_out 实现了 CORDIC 算法的计算功能。

PSK 调制波形仿真数据如图 6 所示。

观察仿真结果, 可看出幅度和频率均不变, 通过控制 sp 的比特来选择载波相位, 输出 x_out 实现了 CORDIC 算法的计算功能。

从以上的仿真图可看出, 本次设计中的 CORDIC 完成了对载波进行幅度、频率和相位的调制, 可以输出要求的 ASK、FSK 和 PSK 三种调制数据, 达到通用调制器的设计要求。

4 结束语

文中提出了基于 CORDIC 算法在 FPGA 芯片上实现通用数字调制器的方案, 将算法分解为加法和移位操作, 使该算法在 FPGA 硬件上得到了良好实现。该方法相对于传统的查找表或差值法计算, 不仅能够节省 FPGA 逻辑资源, 同时还能很好地兼顾速度与精度。

使用 VHDL 硬件描述语言进行编程实现, 在 ISE

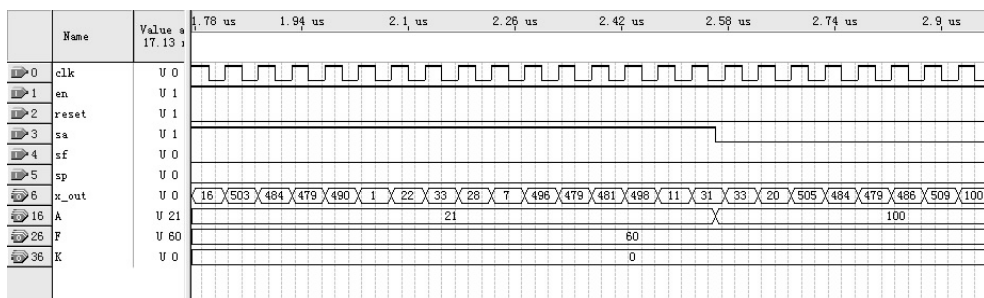


图 4 ASK 调制仿真数据

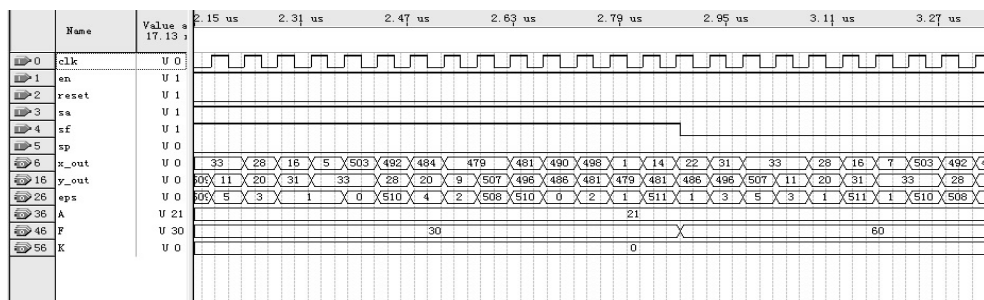


图 5 FSK 调制仿真数据

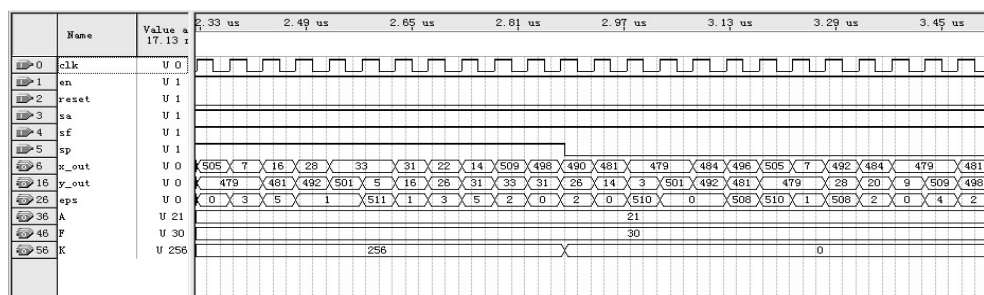


图 6 PSK 调制仿真数据

12.4 中对算法进行功能仿真,最后通过 Xilinx 公司的 FPGA Spartan-3 系列 XC3S50 芯片进行具体验证。结果表明,该实现方案不仅计算速度快,而且硬件资源消耗少,显著地提高了算法精度。

参考文献:

- [1] Meyer-Baese U. 数字信号处理的 FPGA 实现[M]. 刘 凌, 译. 第 2 版. 北京:清华大学出版社,2009.
- [2] 牛晨晓,赵 忠,聂 聪. 一种 CORDIC 算法的 FPGA 实现[J]. 计算机技术与发展,2011,21(6):16-19.
- [3] 段文伟,于龙洋,李署坚. 一种改进的 CORDIC 算法及其 FPGA 实现[J]. 微电子学与计算机,2012,29(2):95-98.
- [4] Vachhani L, Sridharan K, Meher P K. Efficient CORDIC algorithms and architectures for low area and high throughput implementation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2009, 56(1):61-65.
- [5] 张天瑜. 基于旋转模式的改进型 CORDIC 算法研究[J]. 微电子学与计算机,2010,27(3):93-97.
- [6] 张建斌,梁 芳,刘乃安. 一种改进型 CORDIC 算法的 FPGA 实现[J]. 微电子学与计算机,2010,27(11):181-184.
- [7] Metafas E D, Goutis E C. A floating point advanced CORDIC processor[J]. Journal of VLSI Signal Processing, 1995, 10

(1) :53-65.

- [8] 周晓青,李合生,陶荣辉,等.基于CORDIC算法的双曲正余弦函数FPGA实现[J].信息与电子工程,2010,8(2): 211-214.
- [9] 卢贵主.基于CORDIC算法的DDFS实现研究[J].厦门大学学报:自然科学版,2004,43(5):636-639.
- [10] 刘小会,许蕾,刘海颖,等.基于CORDIC改进算法的反正切函数在FPGA中的实现[J].计算机技术与发展,2013,23(11):103-107.
- [11] Ross D M, Miller S, Sima M, et al. Design rules for implementing CORDIC on FPGAs[C]//Proceedings of the 13th IEEE Pacific Rim conference on communications, computers and signal processing, Victoria B. C., Canada: IEEE, 2011: 797-802.
- [12] Park S Y, Cho N I. Fixed-point error analysis of CORDIC processor based on the variance propagation formula[J]. IEEE Trans on Circuits Syst I, 2004, 51(3): 573-584.
- [13] Antelo E, Lang T, Bruguera J D. Very-high radix circular CORDIC: vectoring and unified rotation/vectoring[J]. IEEE Trans on Computers, 2000, 49(7): 727-739.
- [14] Suchitra S, Sukthankar S, Srikanthan T, et al. Elimination of sign precomputation in flat CORDIC[C]//Proceedings of the international symposium on circuits and systems. [s. l.]: IEEE, 2005: 3319-3322.

作者：[孙科学](#)，[高红梅](#)，[魏敏](#)，[王晨曦](#)，[肖建](#)，[SUN Ke-xue](#)，[GAO Hong-mei](#)，[WEI Min](#)，[WANG Chen-xi](#)，[XIAO Jian](#)

作者单位：[孙科学, 肖建, SUN Ke-xue, XIAO Jian\(南京邮电大学 电子科学与工程学院, 江苏 南京 210023;江苏省射频集成与微组装工程实验室, 江苏 南京 210023\)](#)，[高红梅, GAO Hong-mei\(上海贝尔软件有限公司, 江苏 南京, 210037\)](#)，[魏敏, 王晨曦, WEI Min, WANG Chen-xi\(南京邮电大学 电子科学与工程学院, 江苏 南京, 210023\)](#)

刊名：[计算机技术与发展](#)

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：2015, 25(11)

引用本文格式：[孙科学](#). [高红梅](#). [魏敏](#). [王晨曦](#). [肖建](#). [SUN Ke-xue](#). [GAO Hong-mei](#). [WEI Min](#). [WANG Chen-xi](#). [XIAO Jian](#)

[基于CORDIC算法的通用调制器设计](#)[期刊论文]-[计算机技术与发展](#) 2015(11)