求解单目标区间数规划的改进型免疫优化算法

李彩云[1],张著洪[2]
(1. 贵州大学 理学院 系统科学及信息技术研究所,贵州 贵阳 550025;
2. 贵州大学 大数据与信息工程学院,贵州 贵阳 550025)

摘 要:针对一种微种群免疫优化算法求解非线性区间数规划存在搜索效果不稳定、优化质量依赖于不确定参数所属区间的宽度等不足,基于免疫应答原理和区间分析,提出一种改进型免疫优化方法。通过引入小生境策略改善种群多样性,避免处理高维或多峰值区间数规划时算法陷入局部搜索;引入精英保留思想增强种群的进化能力,保证种群的收敛性,增强算法的稳定性;借助局部扰动劣质个体,增强全局搜索能力及提高寻优速度,获得可有效搜寻优化对象的最优值区间的快速优化算法。基于多种类型的标准测试问题和应用事例,比较性的数值仿真结果表明:该改进型优化算法在获得解的质量、收敛性方面均具有明显优势,算法稳定性好,对复杂区间数规划问题有较好应用潜力。

关键词:非线性区间数规划;最优值区间;免疫优化;非嵌套优化;多模态

中图分类号:TP301.6 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2015)09-0102-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2015.09.022

Improved Immune Optimization Algorithm Solving Single-objective Interval Number Programming

LI Cai-yun[1], ZHANG Zhu-hong[2]
(1. Institute of System Science and Information Technology, College of Science, Guizhou University, Guiyang 550025, China;
2. College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: For the drawbacks of effect instability and solution quality dependent on interval widths of uncertain parameters in a reported micro immune optimization algorithm, an improved immune optimization algorithm based on the immune response theory and interval analysis is proposed to solve a class of nonlinear interval number programming problems. The phenomenon of getting into local search can be avoided when dealing with high-dimensional or multimodal interval number programming, depending on the niching strategy helpful for the diversity of population. The elitism strategy, capable of enhancing the evolving ability of population, is adopted to guarantee the convergence of population and the high stability of the algorithm. The ability of global search can be achieved by locally disturbing low-quality individuals. These make that one such algorithm can effectively seek the optimal-valued intervals of optimization problems solving with high efficiency. Relying upon multiple kinds of benchmark problems and an engineering example, comparative stimulation results illustrate that the approach has the prominent advantages of optimized quality, search stability and convergence as well as the potential use for complex interval number programming problems.

Key words: nonlinear interval number programming; optimal-valued interval; immune optimization; non-nested optimization; multimodality

0 引 言

实际环境下的最优化模型[1-4]常因人为干扰、环境影响、测量偏差等因素,使得模型的解较难反映优化对象的真实状况,如项目计划管理、公交车调度等等,这类问题通常可转化为不确定规划问题。区间数规划是一类含有界不确定参数的规划问题,其求解的常规

收稿日期:2014-10-30 **修回日期**:2015-01-30 **网络出版时间**:2015-08-26

基金项目:教育部博士点基金(20125201110003);国家自然科学基金资助项目(61065010)

作者简介:李彩云(1986-),女,硕士研究生,研究方向为智能优化;张著洪,通信作者,教授,博士,研究生导师,研究方向为控制理论与计算智能。

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20150826.1556.040.html

方法是模型转换和智能优化求解。即首先将问题转化为嵌套式区间值规划,进而利用惩罚函数法转化为多层嵌套的单目标优化问题,然后设计主从式进化算法寻求转化后问题的最优解。可是,区间值规划转化为单目标区间值规划的方法仅能获得极少数解的信息,不便于决策者做出合理判断。在区间序关系下,这种问题通常包含无穷个解,因此需寻找分布较均匀的有限个解来近似描述无穷个解的分布特性,便于决策者从有限个决策方案中挑选最佳方案。求解单目标非线性区间数规划的方法大致包括模型近似与智能求解法、主从式结构法和非主从结构法。函数逼近法[1-2]是利用神经网络或泰勒展开式逼近区间值目标、约束函数,进而利用静态优化算法求解;主从式结构法[4-6]是一种嵌套式优化方法,外优化环通过进化寻找问题的解,而内优化环的任务是借助优化程序确定候选解的区间目标值。例如,姜潮等[5]把非线性区间数规划问题转化为确定性双目标嵌套优化问题,但嵌套优化使得求解的计算复杂度很高。另外,非主从式结构法是一种不包含内优化环的串行算法,其突出的优点在于可极大地降低计算复杂度,有助于求解含有界不确定参数的区间数规划问题;可是,此方面的研究工作极为罕见。Karmakar 等[7]借助区间数的中点和半径,将区间数规划转化为确定性的双目标规划问题,进而设计优化方法寻找多个有效解,但并未解决计算复杂度较高的问题。

综上可知,区间数规划是一种较难处理的不确定规划问题,其计算复杂度高,占用资源量大。基于此,近来相关研究人员设计非主从式结构的微种群免疫优化算法[8]高效地搜索原问题的最优解,克服了因嵌套式优化产生算法搜索效率低的困难。可是,该算法仍然存在不少缺陷,例如,群体多样性需增强,算法进化中因优质个体的丢失,导致搜索效果不理想。基于此,文中结合小生境和精英保留的思想,提出改进型微免疫优化算法(Improved Micro Immune Optimization Algorithm,IMIOA)。基于多种类型的静态标准测试问题,设计一套区间数规划测试问题;比较性的仿真结果说明,该算法的寻优质量和搜索效果的稳定性均有明显优势。

1　问题描述与转化

1.1　基本概念

给定两个区间 $A=[a_L,a_R]$ 和 $B=[b_L,b_R]$,A 和 B 相等指它们的左右端点分别相等;进一步,依据中点和半径,A 和 B 可表示为 $A=<a_C,a_W>$ 和 $B=<b_C,b_W>$。其中,$a_C=(a_L+a_R)/2$,$a_W=(a_R-a_L)/2$。

定义 1[9-10]:区间 A 和 B 的区间序关系和距离定义如下:

$$A \leqslant_{CW} B \Leftrightarrow a_C \leqslant b_C, a_W \leqslant b_W \tag{1}$$

$$A <_{CW} B \Leftrightarrow A \leqslant_{CW} B, A \neq B \tag{2}$$

$$d(A,B)=\max\{|a_L-b_L|,|a_R-b_R|\} \tag{3}$$

1.2　问题描述

考虑如下单目标非线性区间数规划:

$$(\mathrm{P_e})\quad \min_{x\in D} f(x,u)$$

在此,$\boldsymbol{x}$ 为决策向量,$\boldsymbol{x}\in D$,D 为 R^n 中有界闭区域;$\boldsymbol{u}$ 为不确定参数向量,$\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_n)\in U$,$U$ 是 R^m 中有界闭区域。$f(x,u)$ 是关于 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 连续的单值函数;记

$$\underline{f}(x)=\min_u f(x,u)$$

$$\bar{f}(x)=\max_u f(x,u)$$

由连续函数的性质知,$\underline{f}(x)$,$\bar{f}(x)$ 是连续函数且在 D 上均能取到最小值,分别记为 $\underline{f}^*$ 和 $\bar{f}^*$。称$[\underline{f}^*,\bar{f}^*]$为问题($\mathrm{P_e}$)的最优值区间[8]。若存在 $x^*\in D$,使得 $\underline{f}(x)$,$\bar{f}(x)$ 在 x^* 处同时达到最小,即 $\underline{f}(x^*)=\underline{f}^*$,$\bar{f}(x^*)=\bar{f}^*$,则称 x^* 为问题($\mathrm{P_e}$)的最优解[8]。据此定义,需将以上问题转化为如下区间值规划问题:

$$(\mathrm{P_f})\quad \min_D F(x)=[\underline{f}(x),\bar{f}(x)]$$

求解此问题的关键之一是候选解的优劣比较。在此,引入区间支配的概念,即对于给定区间值函数 $G(x)=[G^L(x),G^R(x)]$,称 x 区间支配 y,记作 $x\prec_G y$,若 $G^R(x)<G^L(y)$。基于此,引入问题($\mathrm{P_f}$)的解的概念:

定义 2[8]:$x^*\in D$ 称为问题($\mathrm{P_f}$)的有效解,若不存在 $y\in D$,使得 $y\prec_F x^*$。

根据文献[8]的性质,问题($\mathrm{P_e}$)的最优解必是问题($\mathrm{P_f}$)的有效解,反之不然。因此,可借助问题($\mathrm{P_f}$)来获得问题($\mathrm{P_e}$)的最优解。然而,问题($\mathrm{P_f}$)是一种多嵌套式的优化问题,当评价每一个候选解 x 的质量时,均需求解 $f(x,u)$ 关于 u 的变化范围,即目标区间值的左、右端点,这必然会增大求解的计算代价。为此,进一步考虑问题($\mathrm{P_e}$)的自然区间扩张优化问题:

$$(\mathrm{P_g})\quad \min_D \Pi(x)=\lfloor f^L(x),f^R(x)\rfloor$$

在此,$f^L(x)$ 和 $f^R(x)$ 分别表示 $f(x,u)$ 关于 u 自然扩张[8]后获得的区间值函数的左、右端点函数。$x^*\in D$ 称为问题($\mathrm{P_g}$)的有效解,若不存在 $y\in D$,使得 $y\prec_\Pi x^*$。文献[8]已获得问题($\mathrm{P_f}$)与问题($\mathrm{P_g}$)之间存在如下关系:

定理 1[8]:

(1)问题($\mathrm{P_g}$)的有效解集是 $\Gamma=\{z\in D\,|\,f^L(z)\leqslant$

$\sigma\}, \sigma = \underline{\min} f^{R}(x)$；

(2)问题(P_f)的有效解必是问题(P_g)的有效解，且 Γ 中按支配关系 $\prec_F$ 不被支配的点必是问题(P_f)的有效解。

基于定理 1，文中求解问题(P_e)的思路是首先利用优化方法求解问题(P_g)的有效解集 Γ，然后，依据 $\prec_F$，由 Γ 确定问题(P_f)的有效解集，进而由此集合确定问题(P_e)的最优解。这是一条寻找最优解的有效途径，原因在于：对于问题(P_g)，评价候选解的质量仅需利用区间数运算性质获得其目标区间值，且仅当在确定问题(P_f)的有效解时，才需利用优化方法确定问题(P_g)的有效解的不确定目标值的上下界，即 $\underline{f}(x)$，$\bar{f}(x)$。另外，以上的 σ 作为阈值被用于引导以下算法的搜索，它通过一个迭代序列逼近。

2　算法描述

对于问题(P_g)，将决策空间 D 中候选解视为抗体；对于问题(P_f)，将不确定参数向量的取值空间 U 中的点视为 T 细胞；抗原为相应的求解问题。IMIOA 是通过对 μIOA 的群体更新模块进行改进获得的，即利用小生境方法取代拥挤距离法清除冗余的成员；利用柯西变异对较差抗体进行扰动；引入精英保留策略防止算法出现波动现象。IMIOA 描述如下：

Step1：参数设置与文献[8]相同；

Step2：求解问题(P_g)的有效解集：

Step2.1～2.7：与文献[8]相同；

Step2.8：依据 Step2.3 将群体 C_n 划分为劣质子群 D_1 和优质子群 D_2，记 D_2 的规模为 M_b；

Step2.9：执行最优保存策略，依据式(2)和子群 D_2，更新当前最优个体；

Step2.10：若 $M_b < N$，则 D_1 中抗体执行柯西变异，并依据区间数运算性质计算其目标区间；将 D_1 中的抗体与变异后的抗体组合，获群体 C^*；

Step2.11：借助抗体间的欧氏距离和抑制半径 σ，划分 C^* 为子群，进而利用式(2)抽取每个子群中最好的抗体与 D_2 中的抗体构成规模为 N_m 的群体 C；

Step2.12：若 $N_m \geqslant N$，则依据各抗体的目标区间中点和熟知的拥挤距离法计算各抗体的拥挤距离，并从 C 中选取拥挤距离较大的 N 个抗体构成群体 A_{n+1}；若 $N_m < N$，则随机产生 $N - N_m$ 个抗体，并计算各抗体的目标区间，然后与 C 中的抗体构成群体 A_{n+1}；若 $M_b \geqslant N$，同上，利用拥挤距离法清除 D_2 中冗余抗体，未被清除的抗体构成规模为 N 的群体 A_{n+1}；

Step2.13：同文献[8]的 Step2.9；

Step3～5：与文献[8]相同。

经由以上描述，IMIOA 与 μIOA 的区别体现在 Step2.8 和 Step2.9；Step2.8 中小生境方法与熟知的拥挤距离法的计算复杂度基本相同，且柯西变异并不影响 IMIOA 的计算复杂度。因此，此两种算法具有相同的计算复杂度 $O(pN + N^2)$。

3　数值实验

实验在 Window XP/CPU/2.50 GHz/RAM/3.00 GB /VC++环境下进行。首先扩展 9 个标准的最小化问题[11-14]为区间数规划问题，进而借助这些测试问题和 1 个应用事例[15]，将 IMIOA 与具有代表性的主从式遗传算法 IP-GA 和免疫优化算法 μIOA 比较，目的在于充分检测 IMIOA 在解决单、多峰值区间数规划和较难的应用事例方面的优化效率、效果和搜索行为特性。此三种算法的群体规模均为 10；对于 IP-GA 的外优化环和内优化环的最大迭代数分别为 200 和 100，其他参数由相应文献获知；对于 μIOA 与 IMIOA，取 $G_{\max}$ 为 200，$T_{\max}$ 为 100，其他参数设置为 $P_{cm} = P_{nm} = \lambda = 0.9$。

3.1　测试事例

将文献[11-14]的 9 个不同类型测试函数中系数值扩展为不确定的有界参数值，获得 9 个区间数规划问题 $f_1 - f_9$。由于这些区间数规划问题的不确定参数是对原始优化问题的系数的扰动，因此各问题的最优解与原静态优化问题的最优解相同。由于这些问题的不确定目标函数关于决策向量具有多模态、周期性或高维性等特点，以及有些问题的不确定参数扰动幅度偏大，因此求解具有较大难度。

3.2　数值结果比较分析

IP-GA、μIOA 与 IMIOA 求解以上每个测试问题 30 次之后，各算法获得的统计结果如表 1 所示。

该表刻画了以上三种算法的行为特征。AD 的值表明：IP-GA 求解以上问题中的 4 个问题(f_1,f_6,f_7,f_9)时，均出现搜索效果极为不稳定，所获最好解与理论最优解相差较远；同样，μIOA 求解以上部分问题也呈现类似现象，反映了该算法的进化群体的质量波动较大；然而，IMIOA 处理以上所有问题时，仅在 1 个测试问题 f_1 的求解方面出现搜索效果欠稳定，这是由问题本身的固有属性导致。通过比较可看出，IMIOA 能有效处理以上区间数规划问题。AT 的值表明：μIOA 和 IMIOA 具有相近的执行效率，它们求解以上每个测试问题所需平均运行时间在 0.1 s 至 0.27 s 之间，因此，它们的求解效率较高。另外，IP-GA 所需平均时间在 18 s 至 32 s 之间，此与另外两种算法的执行效率是不可比的。这充分说明，非主从式优化算法能高效求解复杂区间数规划问题。

表 1　平均目标区间、距离和运行时间的统计结果

	IP-GA			μIOA			IMIOA		
	AM	AD	AT	AM	AD	AT	AM	AD	AT
f_1	[-132.5,-105.8]	69.45	30.7	[-202.5,-172.4]	22.25	0.131	[-200,-174.9]	24.75	0.158
f_2	[-1.122,-0.864]	0.037	28.9	[-7.776,22.92]	15.18	0.138	[-1.154,-0.912]	0.038	0.104
f_3	[-5.912,-2.961]	0.812	31.4	[-2.56,-1.153]	2.719	0.111	[-4.84,-3.32]	1.528	0.137
f_4	[-1.401,-0.491]	0.053	28.5	[-1.426,-0.512]	0.043	0.128	[-1.3,-0.527]	0.113	0.104
f_5	[0.156,3.412]	0.405	28.3	[0.120,38.46]	17.33	0.14	[0.283,1.796]	1.277	0.101
f_6	[1 380,2 513]	1.9e+3	21.6	[0.044,0.078]	0.061	0.159	[0.017,0.024]	0.020	0.267
f_7	[2.4e+4,6.2e+4]	4.3e+4	18.2	[3.671,8.806]	6.238	0.169	[0.151,0.3]	0.226	0.156
f_8	[0.224,0.738]	0.481	28.3	[-0.482,0.472]	0.022	0.143	[-0.435,0.450]	0.057	0.178
f_9	[5.482,12.92]	9.201	28.3	[2.67,5.738]	4.204	0.158	[1.107,2.381]	1.744	0.132

注:AM 表示 30 次运行后,获得的 30 个目标区间的左端点均值与右端点均值构成的区间;AD 表示 AM 和理论最优值区间的距离;AT 表示算法的平均运行时间(s)

3.3　应用事例—工型梁垂直挠度优化设计

文献[15]已给出关于工型梁设计问题的区间数规划模型:

$$\min_x f(x,u)=\frac{PL^3}{48EI}+\frac{5\ 000}{\frac{1}{12}u_1(x_1-2u_2)^3+\frac{1}{6}x_2u_2^3+2x_2u_2\left(\frac{x_1-u_2}{2}\right)^2}$$

s. t.

$$\begin{cases}2x_2u_2+u_1(x_1-2u_2)\leqslant 300\\ \dfrac{180\ 000x_1}{u_1(x_1-2u_2)^3+2x_2u_2(4u_2^2+3x_1(x_1-2u_2))}+\\ \qquad\dfrac{15\ 000x_2}{(x_1-2u_2)u_1^3+2u_2x_2^3}\leqslant 8,x_1\in[10,80]\\ x_2\in[10,50],u_1\in[1-r,1+r],u_2\in[2-r,2+r]\end{cases}$$

其中,x_1、x_2 为决策分量;u_1、u_2 为不确定分量;r 为不确定量的变化幅度;杨氏模量 $E=2\times10^4$ kN/cm^2;挠力 $P=600$ kN;$Q=50$ kN;梁的长度 $L=200$ cm。考虑参数 r 取四种情形的值,即 0.05、0.1、0.3 和 0.5。借助惩罚函数法,将该问题转化为非约束区间数规划问题,进而将以上三种算法分别作用于该问题 30 次,获得如表 2 的统计结果。在此,未给出关于 AD 的值的原因在于尚未发现该问题的理论最优值区间。表 2 的结果表明:IP-GA 的平均运行时间在 21.14 s 左右,μIOA 和 IMIOA 的运行时间在 0.11 s 左右。因此,后两种算法有很高的执行效率。另外,随着 r 的增大,u_1、u_2 的变化范围将扩大,进而算法求解难度加大。当 r 在[0,0.1]范围内时,以上三种算法均能得到很好的、稳定的效果,但当 $r>0.1$ 时,IP-GA 和 μIOA 所得结果很不稳定,说明这两种算法抑制不确定参数对搜索行为的影响的能力有待提高;当 $r\in(0,0.5]$ 时,IMIOA 的效果不受 u_1、u_2 所在区间的宽度影响,搜索效果较为稳定。

表 2　最好目标区间值的中点值和平均运行时间统计结果

r	IP-GA				μIOA				IMIOA			
	min	max	St. Dev	AT	min	max	St. Dev	AT	min	max	St. Dev	AT
0.05	0.017	0.021	1.4e-6	22.3	0.016	0.016	1.8e-10	0.11	0.016	0.017	3.0e-9	0.10
0.1	0.017	0.023	2.5e-6	22.1	0.016	0.017	1.7e-9	0.12	0.016	0.017	2.1e-9	0.11
0.3	0.019	9570	5.2e+6	21.1	2.0e+3	6.9e+3	4.2e+6	0.12	0.019	0.019	2.6e-8	0.10
0.5	0.022	4 647	2.6e+6	19.1	16 256	29 470	21 135	0.11	0.025	0.026	5.6e-8	0.10

4　结束语

针对 μIOA 存在搜索效果不稳定和求解多峰值区间数规划存在陷入局部搜索的现象,通过引入小生境、精英保留和对进化过程中产生的较差抗体进行扰动,对 μIOA 进行改进。改进后的算法通过阈值更新策略引导进化群体向区间自然扩张优化问题的有效解所在区域转移,具有可调参数少、搜索速度快、进化能力强等特点,有效克服了 μIOA 存在的不足。借助多种类型测试问题和应用事例,仿真结果表明:此算法搜索效率高,效果好,能稳定地搜寻不同优化问题的最优解。

参考文献:

[1]　Okada H. Particle swarm optimization with interval valued genotypes and its application to neuro evolution[J]. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2013, 7(10):627-630.

[2]　赵子衡,韩　旭,姜　潮. 基于近似模型的非线性区间数优

(下转第 110 页)

应用到 Web 页面预取中。与其他方法相比,该方法的优点在于,首先从挖掘用户群的访问兴趣入手,为用户群预取而不是单一用户;其次,根据主机发出请求序列的随意性,改进了 ART1 聚类算法,与传统 K - means 算法相比,提高了聚类的准确度和适用度;最后,应用改进的 UCPM 模型在真实日志上模拟实验,预取准确率最高可达到 95.56%。研究表明,采用基于用户访问特性的 ART1 聚类算法能够对用户有效聚类,并且对聚类后的用户群预取时能够在保证较高准确率的前提下降低访问延迟,充分提高资源利用率。

参考文献:

[1] Zong Ziliang, Fares R, Romoser B, et al. FastStor: improving the performance of a large scale hybrid storage system via caching and prefetching[J]. Cluster Computing, 2014, 17(2): 593-604.

[2] 尹文科,朱 明,陈天昊. 基于 Wiki 链接结构图聚类的领域词典构建方法[J]. 小型微型计算机系统,2014,35(6):1286-1292.

[3] 张万山,肖 瑶,梁俊杰,等. 基于主题的 Web 文本聚类方法[J]. 计算机应用,2014,34(11):3144-3146.

[4] 陈克寒,韩盼盼,吴 健. 基于用户聚类的异构社交网络推荐算法[J]. 计算机学报,2013,36(2):349-359.

[5] Dr A K, Jayasudha S S. An efficient cluster based web object filters from web pre-fetching and web caching on web user navigation[J]. International Journal of Computer Science Issues, 2012, 9(3): 483-489.

[6] Liu Qinghui, Solis-Oba R. Web prefetching with machine learning algorithms[C]//Proc of international conference on internet computing. [s. l.]: [s. n.], 2008: 142-148.

[7] Wan Miao, Jönsson A, Wang Cong, et al. Web user clustering and Web prefetching using random indexing with weight functions[J]. Knowledge and Information Systems, 2012, 33(1): 89-115.

[8] de la Ossa B A, Sahuquillo J, Pont A, et al. Key factors in web latency savings in an experimental prefetching system[J]. Journal of Intelligent Information Systems, 2012, 39(1): 187-207.

[9] 黄清兰. 基于聚类划分的 Web 日志关联规则增量式挖掘方法研究[D]. 南昌:南昌大学,2013.

[10] 邓智龙,张海粟,黄立威. 一种基于社区结构的用户兴趣关联规则发现方法[J]. 计算机应用研究,2012,29(5):1799-1801.

[11] 袁书寒,陈维斌,傅顺开. 位置服务社交网络用户行为相似性分析[J]. 计算机应用,2012,32(2):322-325.

[12] 郑富兰,吴 瑞. 基于用户特性的 Web 会话模式聚类算法[J]. 计算机应用与软件,2014,31(2):283-286.

[13] 姚 瑶,王战红,石 磊. 基于页面聚类的 Web 概念化模型研究[J]. 科学技术与工程,2014,14(25):272-276.

[14] Ban Zhijie, Wang Sansan. A framework of online proxy-based web prefetching[J]. Web Information Systems and Mining Lecture Notes in Computer Science, 2012, 7529: 610-620.

(上接第 105 页)

化方法及其应用[J]. 计算力学学报,2010(3):451-456.

[3] 薛 丹,杨 宸,周 健. 一种基于区间值的模糊访问控制策略研究[J]. 计算机技术与发展,2012,22(1):246-249.

[4] Jiang Chao, Han Xu, Liu Guirong, et al. A nonlinear interval number programming method for uncertain optimization problems[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 188(1): 1-13.

[5] Jiang Chao, Han Xu, Li Ding. A new interval comparison relation and application in interval number programming for uncertain problems[J]. Computers Materials and Continua, 2012, 27(3): 275-303.

[6] 蒋 峥,刘 斌. 自适应主从式并行遗传算法在区间非线性规划问题求解中的应用[J]. 信息与控制,2006,35(3):314-318.

[7] Kamakar S, Bhunia A K. An alternative optimization technique for interval objective constrained optimization problems via multiobjective programming[J]. Journal of the Egyptian Mathematical Society, 2013, 22(2): 292-303.

[8] 张著洪,陶 娟. 求解非线性区间数规划的微免疫优化算法研究[J]. 计算机研究与发展,2014,51(12):2633-2643.

[9] Moore R E, Cloud M J, Kearfott R B. Introduction to interval analysis[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009.

[10] Ishibuchi H, Tanaka H. Multiobjective programming in optimization of the interval objective function[J]. European Journal of Operational Research, 1990, 48(2): 219-225.

[11] 陈 娟,徐立鸿. 动态小生境遗传算法在多模函数优化中的应用[J]. 同济大学学报:自然科学版,2006,34(5):684-688.

[12] 彭利兵,黄辉先,阮 挺,等. 多峰函数优化的自适应小生境克隆选择算法[J]. 计算机工程与应用,2011,47(9):48-50.

[13] Kwon Y D, Kwon S B, Jin S B, et al. Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems[J]. Computers & Structures, 2003, 81(17): 1715-1725.

[14] 靳宗信,郑良仁,樊红娟. 一种改进的用于多峰值函数优化的自适应克隆选择算法[J]. 现代计算机,2010(3):14-17.

[15] Jiang C, Han X, Liu G P. A sequential nonlinear interval number programming method for uncertain structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008, 197(49): 4250-4265.

求解单目标区间数规划的改进型免疫优化算法

作者：　李彩云，　张著洪，　LI Cai-yun，　ZHANG Zhu-hong
作者单位：　李彩云,LI Cai-yun(贵州大学 理学院 系统科学及信息技术研究所,贵州 贵阳,550025)，
张著洪,ZHANG Zhu-hong(贵州大学 大数据与信息工程学院,贵州 贵阳,550025)

刊名：　计算机技术与发展ISTIC
英文刊名：　Computer Technology and Development
年，卷(期)：　2015(9)