

基于特征值最小化方法的鱼眼镜头校正算法

金野,高珏,王磊,许华虎
(上海大学,上海 200444)

摘要:在不添加任何辅助条件增加校正复杂度的情况下,通过添加线性约束条件来实现鱼眼图像的校正中,仅添加平行和共线约束的鱼眼图像校正结果有时会出现校正错误而导致最终校正图像的变形。文中在添加共线和平行约束的前提下,添加正交约束,并用特征值最小化来优化校正过程。实验结果表明,该方法最终解决了缺少正交约束条件下出现的校正图像变形问题并提高了校正的效率。文中得出了在校正过程中使用特征值最小化方法的有效性,并着重强调了正交约束在添加线性约束鱼眼图像校正中的重要性。

关键词:鱼眼镜头;图像校正;特征值最小化;透视投影校正

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2015)07-0035-06

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2015.07.008

Fisheye Lens Rectification Algorithm Based on Eigenvalue Minimization Method

JIN Ye, GAO Jue, WANG Lei, XU Hua-hu
(Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: Under the conditions of without adding any auxiliary calibration information to fisheye calibration, only adding parallel and collinear constraints to fish-eye image may lead to final correction error and get the deformation image. In order to solve this problem, under the premise of adding collinear and parallel constraint, impose orthogonal constraints and optimize it by eigenvalue minimization. Results show that this method finally solves the emergence of error correction problems and improve the correcting efficiency. Raise the effectiveness of using eigenvalue minimization method in correction processing, and highlight the importance of orthogonal constraints add to fish-eye image correction.

Key words: fisheye lens; image correction; eigenvalue minimization; perspective rectification

0 引言

鱼眼镜头因其超广角视角被广泛用于全景、监控等。然而鱼眼镜头成像有很大的变形,首先需要对鱼眼图像进行透视投影校正。最常用的标准方法是将图像和参考网格平面进行匹配^[1-6]。然而最近流行超过180°超广角鱼眼镜头,需要参考平面覆盖整个视觉区域,导致这些标准的方法失去了实用性。由文献[7]提出的基于共线约束的方法能很好地克服这一难点。文献[6-8]指出照相机校正可以通过添加变形约束来完成。这一原理被文献[5]很好地应用起来。文献[9]进一步提出了添加并行约束和正交约束的方法来保持图像的平行性和正交性。邱志强等从同时存在透

视投影变形和鱼眼图像畸变的图像中纠正鱼眼畸变,采用了射影不变性求解畸变模型,达到了纠正畸变的目的^[10]。杨晶晶等根据投影不变性原理以及径向畸变的几何特性,计算畸变直线的斜率,并通过求解线性方程组得出多项式校正模型的参数^[11]。冯为嘉等针对利用鱼眼镜头构建的全方位视觉系统研究内外参数标定及图像畸变矫正方法^[12]。薛军涛等采用纹理技术实现鱼眼镜头的校正^[13]。傅丹等从利用直线的射影不变性来校正^[14]。郑毅等提出了一种利用图像中直线特征的非线性畸变校正方法^[15]。袁佳丽等提出了一种基于除法模型和核密度估计算法的校正方法来提高失真校正的鲁棒性和图像校正的精度^[16]。文

收稿日期:2014-08-20

修回日期:2014-11-23

网络出版时间:2015-06-23

基金项目:国家重大科技专项课题(2009ZX04001-111)

作者简介:金野(1989-),男,硕士,研究方向为图像多媒体技术;高珏,副教授,研究方向为多媒体、Internet技术和嵌入式应用等;许华虎,教授,博士生导师,研究方向为人机交互、图像处理、多媒体网络技术等。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20150623.1005.010.html>

中是在共线-并行-正交约束^[17]的基础上通过提出特征值最小化方法来进行代价函数优化,将3D场景的线性拟合简化为特征值问题。文中创新点如下:第一,指出了特征值最小化问题的有效性,这一概念在之前的文献中还未被提及;第二,指出了正交约束在鱼眼图像校正中的重要性,实验结果显示如果仅通过添加共线性和平行性的鱼眼图像校正结果可能会出现校正的图像错误。文中方法不需要额外的辅助信息即可实现图像的精准校正。

1 鱼眼镜头成像模型

文中使用鱼眼镜头立体投影成像模型:

$$r = 2f \tan \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

其中, θ 是入射角; r (以像素表示) 是主点到相应图像点的距离; 常量 f 是焦距 (如图1所示)。

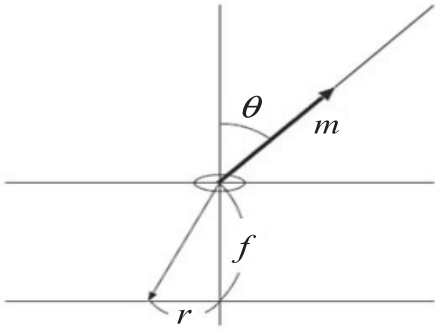


图1 鱼眼镜头成像几何

由于现实中的鱼眼镜头制造上有误差,所以由厂商提供的焦距 f 的值可能不够准确,主点可能不位于图像中心。所以式(1)为理想模型,实际镜头可能无法准确地满足条件,所以,对式(1)做如下转换:

$$\frac{r}{f_0} + a_1 \left(\frac{r}{f_0}\right)^3 + a_2 \left(\frac{r}{f_0}\right)^5 + \dots = \frac{2f}{f_0} \tan \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

并将 f, a_1, a_2, \dots 和主点的值一起确定。其中 f_0 是尺度常量,用来确保 r^k 在合理的范围 (取 $f_0 = 150$ 像素值)。线性值 r/f_0 无参数,因为等式右边的 f 值是一个位置参数。并根据立体投影模型设 $a_1 = a_2 = \dots = 0$ 。采用立体投影模型仅仅是为了方便初始化。

在式(2)中,因为鱼眼镜头是圆对称的,所以偶数项不存在。 r 是 θ 的奇函数。假设投影方位角等于入射角度。

在一些文献中,比如文献[4-5],模型 $r = c_1 \theta + c_2 \theta^3 + \dots$ 经常被提出。可以看出,对于指定的 r, θ 在每一步优化迭代的过程中是必须的。所以,很多作者使用多项式数值计算 θ 值,但这样往往会丧失精确性和有效性。所以可以用 r 来表达 θ ,将式(2)做如下转换:

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{f_0}{2f} \left(\frac{r}{f_0} + a_1 \left(\frac{r}{f_0} \right)^3 + a_2 \left(\frac{r}{f_0} \right)^5 + \dots \right) \right) \quad (3)$$

2 入射光线向量

设 \mathbf{m} 为入射光方向单位向量 (见图1)。在极坐标中,此表达式为:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中, θ 是与 Z 轴所成的入射角; φ 是与 X 轴所成的方位角。 φ 等同于在图像平面上的方位角,入射光焦点 (x, y) 为:

$$x = u_0 + r \cos \varphi, y = v_0 + r \sin \varphi \quad (5)$$

$$r = \sqrt{(x - u_0)^2 + (y - v_0)^2}$$

其中, (u_0, v_0) 为主点。因此式(4)可改写为:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} ((x - u_0)/r) \sin \theta \\ ((y - v_0)/r) \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

从式(6)中获得 $\partial r / \partial u_0, \partial r / \partial v_0$, 对式(6)中的 \mathbf{m} 各自进行 u_0, v_0 的导数。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial u_0} &= \begin{pmatrix} -1/r + (x - u_0)^2 / r^3 \\ (x - u_0)(y - v_0) / r^3 \\ 0 \end{pmatrix} \sin \theta + \\ &\begin{pmatrix} ((x - u_0)/r) \cos \theta \\ ((y - v_0)/r) \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial u_0} \\ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial v_0} &= \begin{pmatrix} (x - u_0)(y - v_0) / r^3 \\ -1/r + (y - v_0)^2 / r^3 \\ 0 \end{pmatrix} \sin \theta + \\ &\begin{pmatrix} ((x - u_0)/r) \cos \theta \\ ((y - v_0)/r) \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial v_0} \end{aligned} \quad (7)$$

对式(3)两边各自对 u_0, v_0 求导并重新排列式子,得 $\partial \theta / \partial u_0, \partial \theta / \partial v_0$ 。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial u_0} &= -\frac{1}{f} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1) a_k \left(\frac{r}{f_0} \right)^{2k} \right) \frac{x - u_0}{r} \\ \frac{\partial \theta}{\partial v_0} &= -\frac{1}{f} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1) a_k \left(\frac{r}{f_0} \right)^{2k} \right) \frac{y - v_0}{r} \end{aligned} \quad (8)$$

下一步,对式(2)两边各自对 f 求导,得到下式:

$$\frac{\partial \theta}{\partial f} = -\frac{2}{f} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{f} \sin \theta \quad (9)$$

然后在式(6)中对 f 左右求导得:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial f} = -\frac{1}{f} \sin \theta \begin{pmatrix} ((x-u)/r) \cos \theta \\ ((y-v_0)/r) \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

最后,考虑对 a_k 的求导。对式(2)中两边各自对 a_k 进行求导,有下式:

$$\frac{\partial \theta}{\partial a_k} = \frac{f_0}{f} \left(\frac{r}{f_0} \right)^{2k+1} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (11)$$

然后对式(6)两边对 a_k 求导:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial a_k} = \frac{f_0}{f} \left(\frac{r}{f_0} \right)^{2k+1} \cos^2 \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} ((x-u_0)/r) \cos \theta \\ ((y-v_0)/r) \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \quad (12)$$

如上所示,所有代价函数在接下来的优化中均由入射光向量 \mathbf{m} 来表示。因此,代价函数中的参数可以简单地通过合并上面的表达式求出。这就是文中特征值最小化原则的核心。

3 投影约束

不同于现存基于共线的研究,共线约束的重点可以不在图像平面匹配线,文中所需做的是就入射光线向量 \mathbf{m} 而言进行3D场景分析。

3.1 共线约束

假设一组共线点序列 S_k (下标 k 枚举了所有存在的序列)组成的 N 个点 p_1, p_2, \dots, p_N ,并设 $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_N$ 为对应点的入射光向量。因此,如果 \mathbf{n}_κ 是过原点 O (镜头中心)和 S_k 的平面单位向量,则应有 $(\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{m}_\alpha) = 0, \alpha = 1, 2, \dots, N$ (如图2所示)。

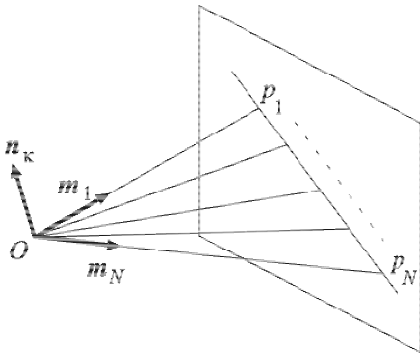


图2 共线点 p_1, p_2, \dots, p_N 的入射光向量 \mathbf{m}_α 共面

下面,用 (\mathbf{a}, \mathbf{b}) 表示向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 的内积。如果校正不完整,则 $(\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{m}_\alpha)$ 不严格为零。所以,通过最小化式(13)来调整参数。

$$\sum_{\alpha \in S_k} (\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{m}_\alpha)^2 = \sum_{\alpha \in S_k} \mathbf{n}_\kappa^\top \mathbf{m}_\alpha \mathbf{m}_\alpha^\top \mathbf{n}_\kappa = (\mathbf{n}_\kappa, \sum_{\alpha \in S_k} \mathbf{m}_\alpha \mathbf{m}_\alpha^\top \mathbf{n}_\kappa) = (\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{M}^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa) \quad (13)$$

定义:

$$\mathbf{M}^{(\kappa)} = \sum_{\alpha \in S_k} \mathbf{m}_\alpha \mathbf{m}_\alpha^\top \quad (14)$$

因为式(13)是 $\mathbf{M}^{(\kappa)}$ 的二次型,它的最小值等同于 $\mathbf{M}^{(\kappa)}$ 的最小特征值 $\lambda_{\min}^{(\kappa)}$, \mathbf{n}_κ 是相应的单位特征向量。因此为了给共线点加上共线约束条件,只需要决定最小化式(15)的参数,这就是特征值最小化的来源。

$$J_1 = \sum_{\text{all } \kappa} \lambda_{\min}^{(\kappa)} \quad (15)$$

接下来需要求出 $\lambda_{\min}^{(\kappa)}$ 对于 c 的一阶二阶导数, c 代表 $u_0, v_0, f, a_1, a_2, \dots$ 。

(1)一阶导数。

定义如下等式:

$$\mathbf{M}^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa = \lambda_{\min}^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa \quad (16)$$

并分别对等式两边各自对 c 求微分并用 \mathbf{n}_κ 分别对两边求内积,得到如下表达式:

$$\left(\mathbf{n}_\kappa, \frac{\partial \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c} \mathbf{n}_\kappa \right) + \left(\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{M}^{(\kappa)} \frac{\partial \mathbf{n}_\kappa}{\partial c} \right) = \frac{\partial \lambda_{\min}^{(\kappa)}}{\partial c} (\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{n}_\kappa) + \lambda_{\min}^{(\kappa)} \left(\mathbf{n}_\kappa, \frac{\partial \mathbf{n}_\kappa}{\partial c} \right) \quad (17)$$

因为 \mathbf{n}_κ 是单位向量,则有 $(\mathbf{n}_\kappa, \partial \mathbf{n}_\kappa / \partial c) = 0$ 。由于矩阵 $\mathbf{M}^{(\kappa)}$ 是对称的,所以有 $(\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{M}^{(\kappa)} \partial \mathbf{n}_\kappa / \partial c) = (\mathbf{M}^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa, \partial \mathbf{n}_\kappa / \partial c) = \lambda_{\min}^{(\kappa)} (\mathbf{n}_\kappa, \partial \mathbf{n}_\kappa / \partial c) = 0$ 。则上式变为:

$$\frac{\partial \lambda_{\min}^{(\kappa)}}{\partial c} = \left(\mathbf{n}_\kappa, \frac{\partial \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c} \mathbf{n}_\kappa \right) \quad (18)$$

结论是著名的特征值扰动理论(perturbation theorem),从 $\mathbf{M}^{(\kappa)}$ 的定义中得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c} &= \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{\partial \mathbf{m}_\alpha}{\partial c} \mathbf{m}_\alpha^\top + \mathbf{m}_\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{m}_\alpha}{\partial c} \right)^\top \right) = \\ 2S \left[\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial \mathbf{m}_\alpha}{\partial c} \mathbf{m}_\alpha^\top \right] &= \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \end{aligned} \quad (19)$$

所以得出函数 J_1 关于 $c = u_0, v_0, f, a_1, a_2, \dots$ 的一阶导数如下所述:

$$\frac{\partial J_1}{\partial c} = \sum_{\text{all } \kappa} (\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa) \quad (20)$$

(2)二阶导数。

对式(18)关于 $c'(u_0, v_0, f, a_1, a_2, \dots)$ 求导,得到下式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \lambda_{\min}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} &= \left(\frac{\partial \mathbf{n}_\kappa}{\partial c'}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa \right) + \left(\mathbf{n}_\kappa, \frac{\partial^2 \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} \mathbf{n}_\kappa \right) + \\ &\left(\mathbf{n}_\kappa, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \frac{\partial \mathbf{n}_\kappa}{\partial c'} \right) = \left(\mathbf{n}_\kappa, \frac{\partial^2 \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} \mathbf{n}_\kappa \right) + \\ &2 \left(\frac{\partial \mathbf{n}_\kappa}{\partial c'}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_\kappa \right) \end{aligned} \quad (21)$$

首先,考虑第一个部分,对式(19)关于 c' 进行求微分得:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} = 2S \left[\sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{\partial^2 \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c \partial c'} \mathbf{m}_{\alpha}^T + \frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c} \left(\frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c'} \right)^T \right) \right] \quad (22)$$

因此,可以得到:

$$\left(\mathbf{n}_{\kappa}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} \mathbf{n}_{\kappa} \right) = 2 \sum_{\alpha=1}^N \left(\left(\mathbf{n}_{\kappa}, \frac{\partial^2 \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c \partial c'} (\mathbf{m}_{\alpha}, \mathbf{m}_{\kappa}) + \left(\mathbf{n}_{\kappa}, \frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c'}, \mathbf{n}_{\kappa} \right) \right) \right) \quad (23)$$

如果校正完成,则应该有 $(\mathbf{m}_{\alpha}, \mathbf{n}_{\kappa}) = 0$ 。在优化过程中,期望得 $(\mathbf{m}_{\alpha}, \mathbf{n}_{\kappa}) \approx 0$ 。因此上式可以近似为:

$$\left(\mathbf{n}_{\kappa}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}^{(\kappa)}}{\partial c \partial c'} \mathbf{n}_{\kappa} \right) \approx 2 \sum_{\alpha=1}^N \left(\mathbf{n}_{\kappa}, \frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c'}, \mathbf{n}_{\kappa} \right) = 2 \left(\mathbf{n}_{\kappa}, \mathbf{M}_{cc}^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right) \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_{cc}^{(\kappa)} \equiv \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{m}_{\alpha}}{\partial c'} \right)^T \quad (25)$$

这是一类高斯-牛顿近似方法。

接下来,考虑式(21)的第二部分。因为 \mathbf{n}_{κ} 是一单位向量,它和它的转置是互相垂直的。设 $\lambda_1^{(\kappa)} \geq \lambda_2^{(\kappa)} \geq \lambda_{\min}^{(\kappa)}$ 为 $\mathbf{M}^{(\kappa)}$ 的特征值,它们相应的特征向量为 $\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{n}_{\kappa_2}$ 和 \mathbf{n}_{κ} 。对称矩阵的特征向量是相互正交的,任何向量正交于 \mathbf{n}_{κ} 能用 \mathbf{n}_{κ_1} 和 \mathbf{n}_{κ_2} 的线性组合来表示。因此得到下式:

$$\frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c} = \beta_1 \mathbf{n}_{\kappa_1} + \beta_2 \mathbf{n}_{\kappa_2} \quad (26)$$

将式(18)和(26)代入式(16)并记 $\mathbf{M}^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa_1} = \lambda_1^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa_1}$ 和 $\mathbf{M}^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa_2} = \lambda_2^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa_2}$, 得到下式:

$$\beta_1 (\lambda_1^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}) \mathbf{n}_{\kappa_1} + \beta_2 (\lambda_2^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}) \mathbf{n}_{\kappa_2} = \left(\mathbf{n}_{\kappa}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right) \mathbf{n}_{\kappa} - \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \quad (27)$$

用 $\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{n}_{\kappa_2}$ 在等式两边计算内积,得到:

$$\beta_1 (\lambda_1^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}) = - \left(\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right), \beta_2 (\lambda_2^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}) = - \left(\mathbf{n}_{\kappa_2}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right) \quad (28)$$

从中确定了 β_1, β_2 的值。因此,式(26)可以表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c} = - \frac{(\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa}) \mathbf{n}_{\kappa_1}}{\lambda_1^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}} - \frac{(\mathbf{n}_{\kappa_2}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa}) \mathbf{n}_{\kappa_2}}{\lambda_2^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}} \quad (29)$$

所以,式(21)的第二部分可以写成如下形式:

$$2 \left(\frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right) = - \frac{2 (\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa}) (\mathbf{n}_{\kappa_1}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa})}{\lambda_1^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}} - \frac{2 (\mathbf{n}_{\kappa_2}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa}) (\mathbf{n}_{\kappa_2}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa})}{\lambda_2^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}} \quad (30)$$

结合式(24)和(30)可以得出式(21)。由此,函数 J_1 的关于 c 和 c' 的二阶导数如下:

$$\frac{\partial^2 J_1}{\partial c \partial c'} = 2 \sum_{\text{all } \kappa} \left(\left(\mathbf{n}_{\kappa}, \mathbf{M}_{cc}^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa} \right) - \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathbf{n}_{\kappa_i}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa}) (\mathbf{n}_{\kappa_i}, \mathbf{M}_c^{(\kappa)} \mathbf{n}_{\kappa})}{\lambda_i^{(\kappa)} - \lambda_{\min}^{(\kappa)}} \right) \quad (31)$$

3.2 平行约束

并行约束施加于一个直接的3D场景分析。设 G_g 为一组有共同方向 \mathbf{l}_g (单位向量)的并行共线点序列(角标 g 列举了所有存在的组)。平面法向量 \mathbf{n}_{κ} 通过镜头中心原点和 G_g 共线并和 \mathbf{l}_g 垂直,如图3所示。

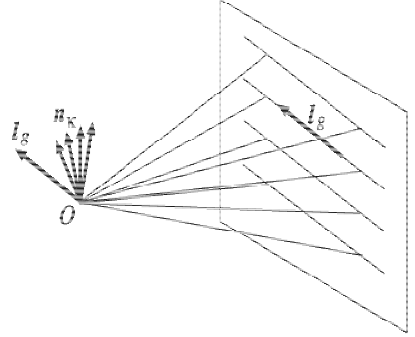


图3 由平行线定义的平面曲面法线 \mathbf{n}_{κ} 正交与有共同方向的线 \mathbf{l}_g

因此,如果校正完成,应有 $(\mathbf{l}_g, \mathbf{n}_{\kappa}) = 0, \kappa \in G_g$ 。所以,通过最小化来调整参数:

$$\sum_{\kappa \in G_g} (\mathbf{l}_g, \mathbf{n}_{\kappa})^2 = \sum_{\kappa \in G_g} \mathbf{l}_g^T \mathbf{n}_{\kappa} \mathbf{n}_{\kappa}^T \mathbf{l}_g = (\mathbf{l}_g, \mathbf{N}^{(g)} \mathbf{l}_g) \quad (32)$$

其中,定义

$$\mathbf{N}^{(g)} = \sum_{\kappa \in G_g} \mathbf{n}_{\kappa} \mathbf{n}_{\kappa}^T \quad (33)$$

因为式(32)是 $\mathbf{N}^{(g)}$ 的二次方,最小值等于 $\mathbf{N}^{(g)}$ 的最小特征值 $\mu_{\min}^{(g)}$, \mathbf{l}_g 为相应的单位特征向量。为了给所有并行共线序列加上平行约束,最小化式(34)来确定参数值。

$$J_2 = \sum_{\text{all } g} \mu_{\min}^{(g)} \quad (34)$$

(1)一阶导数。

做与3.1节相同的扰动分析,得到函数 J_2 对于各自的参数 c 的一阶导数形式,其中 $\partial J_2 / \partial c$ 由式(35)给出。

$$\frac{\partial J_2}{\partial c} = \sum_{\text{all } g} (\mathbf{l}_g, \mathbf{N}_c^{(g)} \mathbf{l}_g), \mathbf{N}_c^{(g)} = 2S \left[\sum_{\kappa \in G_g} \frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c} \mathbf{n}_{\kappa}^T \right] \quad (35)$$

(2)二阶导数。

做与3.1节相同的扰动分析,得到函数 J_2 对于各自的参数 c 和 c' 的二阶导数形式:

$$\frac{\partial^2 J_2}{\partial c \partial c'} = 2 \sum_{\text{all } g} \left((\mathbf{l}_g, \mathbf{N}_{cc}^{(g)} \mathbf{l}_g) - v \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathbf{l}_{g_i}, \mathbf{N}_c^{(g)} \mathbf{l}_{g_i}) (\mathbf{l}_{g_i}, \mathbf{N}_c^{(g)} \mathbf{l}_{g_i})}{\mu_i^{(g)} - \mu_{\min}^{(g)}} \right) \quad (36)$$

$$N_{cc}^{(g)} \equiv \sum_{\kappa \in G_g} \left(\frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{n}_{\kappa}}{\partial c} \right)^T \quad (37)$$

其中, $\mu_i^{(g)}, i = 1, 2$ 是矩阵 $N^{(g)}$ 的第一、二大特征值; \mathbf{l}_{g_i} 是相应的单位特征向量。

3.3 正交约束

正交约束也很容易作用于一个直接的3D场景分析。设观察到两组并行线序列 $G_g, G_{g'}$, 还有和它们相互正交方向向量 $\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'}$ (如图4所示)。

G_g 组序列的方向向量 \mathbf{l}_g 是矩阵 $N^{(g)}$ 在式(33)中对应的最小特征值的单位特征向量。 $\mathbf{l}_{g'}$ 也一样。如果校正完成, 应该有 $(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'}) = 0$, 通过最小化式(38)来调整参数值。

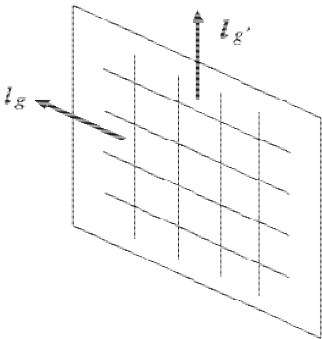


图4 方向向量 $\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'}$ 相互正交

$$J_3 = \sum_{\text{all orthogonal pairs } \{G_g, G_{g'}\}} (\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'})^2 \quad (38)$$

(1)一阶导数。

函数 J_3 对于各自参数 c 的一阶导数如下所示:

$$\frac{\partial J_3}{\partial c} = 2 \sum_{\text{all orthogonal pairs } \{G_g, G_{g'}\}} (\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'}) \left(\left(\frac{\partial \mathbf{l}_g}{\partial c}, \mathbf{l}_{g'} \right) + \left(\mathbf{l}_g, \frac{\partial \mathbf{l}_{g'}}{\partial c} \right) \right) \quad (39)$$

$\frac{\partial \mathbf{l}_g}{\partial c}$ 的一阶导数如下:

$$\frac{\partial \mathbf{l}_g}{\partial c} = - \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathbf{l}_{g_i}, N_c^{(g)} \mathbf{l}_{g_i}) \mathbf{l}_{g_i}}{\mu_i^{(g)} - \mu_{\min}^{(g)}} \quad (40)$$

并且 $\frac{\partial \mathbf{l}_{g'}}{\partial c}$ 的一阶导数也类似。

(2)二阶导数。

利用高斯-牛顿近似 $(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_{g'}) \approx 0$, 得到函数 J_3 对参数 c, c' 的二阶导数形式:

$$\frac{\partial^2 J_3}{\partial c \partial c'} = 2 \sum_{\text{all orthogonal pairs } \{G_g, G_{g'}\}} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{l}_g}{\partial c}, \mathbf{l}_{g'} \right) + \left(\mathbf{l}_g, \frac{\partial \mathbf{l}_{g'}}{\partial c'} \right) \right) \left(\left(\frac{\partial \mathbf{l}_g}{\partial c}, \mathbf{l}_{g'} \right) + \left(\mathbf{l}_g, \frac{\partial \mathbf{l}_{g'}}{\partial c'} \right) \right) \quad (41)$$

4 实验分析

表1列出了0级到5级校正程度函数参数的计算

结果。

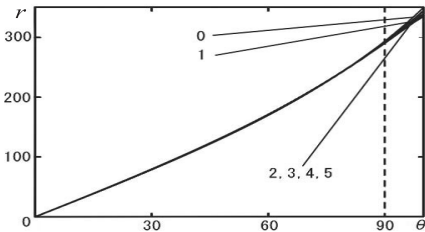
为了指定主点 (u_0, v_0) , 设帧中心为 $(0, 0)$ 。当 u_0, v_0, f 更新增量在幅度上小于 ε_0 且 a_k 小于 ε_k 时, 停止 LM 算法的迭代过程, 其中设 $\varepsilon_0 = 10^{-3}, \varepsilon_1 = 10^{-5}, \varepsilon_2 = 10^{-6}, \varepsilon_3 = 10^{-7}, \varepsilon_4 = 10^{-8}, \varepsilon_5 = 10^{-9}$ 。

从图5(a)绘制出不同校正程度下式(3)中 θ 和 r 的对应关系。

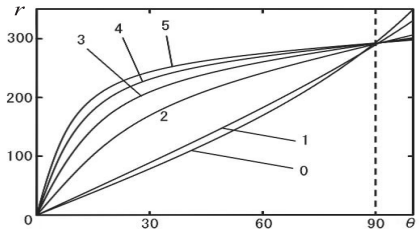
从(a)和(b)中对比可以看出, 当校正程度增加, 一些 $r - \theta$ 关系曲线会与立体投影模型所对应的曲线截然不同。

表1 每一个校正程度对应的参数值

校正度	0	1	2	3	4	5
u	-1.56	-1.57	-1.60	-1.60	-1.61	-1.61
v	0.52	0.50	0.42	0.43	0.43	0.43
f	146.64	149.56	148.11	146.72	146.79	146.49
$a_1 / 10^{-2}$	-	0.64	-0.30	-1.41	-1.68	-1.80
$a_2 / 10^{-3}$	-	-	2.38	7.57	11.10	9.34
$a_3 / 10^{-4}$	-	-	-	-8.05	-22.25	-0.40
$a_4 / 10^{-5}$	-	-	-	-	18.11	-61.64
$a_5 / 10^{-6}$	-	-	-	-	-	0.93



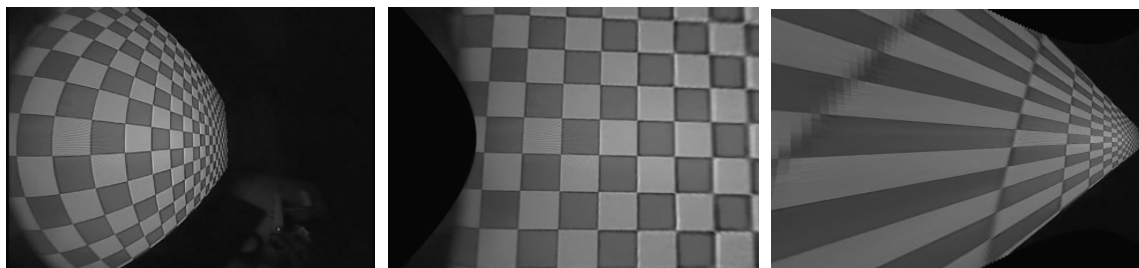
(a) 加入共线, 平行, 正交约束



(b) 仅共线, 平行约束

图5 r 和 θ 对应关系

为了得出结论, 文中做了如下校正实验, 如图6所示。其中图6(a)在约30°的方向显示了一个鱼眼镜头影像观察方形网格图案; 图6(b)是6(a)用表1中5级校正程度参数的校正透视投影图像; 6(c)为使用了仅共线和平行约束的解决方案下的校正结果。从结果可以看出共线的点校正后依旧共线, 平行的线段校正后依旧平行, 但是由于没有加入正交约束, 图像出现了一些扭曲。原因是投影转换的过程中保留了原有的共线性但没有平行和正交属性, 当加入平行约束时, 就获得了仿射投影重建, 当校正中加入了正交约束时, 就获得了欧氏重建。从中可以得出图像校正中的正交性对摄

(a) 以 30° 方向正常拍摄的鱼眼图像

(b) 校正后的透视投影图像

(c) 用仅共线和平行约束方法的错误校正图像

图 6 校正实验

像机校正至关重要,仅仅有共线约束和平行约束时图像校正是不足的。这一事实在过去以共线性为基础的研究工作中被忽略了^[5-8]。部分原因是错误的校正图像可以通过添加辅助点信息的方式加以防止^[1,3,5],另一部分原因是由于校正程度通常为 3 或以下,未达到 5 级,如图 6(b) 所示,从而错误的校正结果不会出现^[5-8]。

5 结束语

综上所述,文中提出的校正方法最基本的原理就是添加约束将共线的点校正为共线的,平行线段校正为平行的,正交线校正为正交的。将线段匹配简化为在 3D 空间中特征值最小化问题,得出分析条件中的最优化过程。在实验过程中,发现当仅添加共线约束或者添加共线和平行约束的情况下,最终的校正结果会出现错误。实验结果表明,通过掺入正交约束即使不用加入比如消失点这样的额外辅助信息,也能达到精确的校正。

参考文献:

- [1] Hartley R, Kang S B. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(8): 1309-1321.
- [2] Heikkila J. Geometric camera calibration using circular control points[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1066-1077.
- [3] Hughes C, Denny P, Glavin M, et al. Equidistant fish-eye calibration and rectification by vanishing point extraction[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(12): 2289-2296.
- [4] Kannala J, Brandt S S. A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(8): 1335-1340.
- [5] Nakano M, Li S, Chiba N. Calibrating fisheye camera by stripe pattern based upon spherical model[J]. IEICE Trans on Information and Systems, 2006, 89: 73-82.
- [6] Swaminathan R, Nayar S K. Nonmetric calibration of wide-angle lenses and polycameras[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1172-1178.
- [7] Onodera Y, Kanatani K. Geometric correction of images without camera registration[J]. IEICE Trans on Information and Systems, 1992, 75: 1009-1013.
- [8] Devernay F, Faugeras O. Straight lines have to be straight[J]. Machine Vision and Applications, 2001, 13(1): 14-24.
- [9] Komagata H, Ishii I, Takahashi A, et al. A geometric calibration method of internal camera parameters for fish-eye lenses[J]. IEICE Trans on Information and Systems, 2006, J89-D(1): 64-73.
- [10] 邱志强, 陆宏伟, 于起峰. 用射影不变性纠正鱼镜头畸变[J]. 应用光学, 2003, 24(5): 36-38.
- [11] 杨晶晶, 陈更生, 尹文波. 一种基于几何性质的鱼眼图像校正算法[J]. 计算机工程, 2012, 38(3): 203-205.
- [12] 冯为嘉, 张宝峰, 曹作良. 基于鱼镜头的全方位视觉参数标定与畸变矫正[J]. 天津大学学报, 2011, 44(5): 417-424.
- [13] 薛军涛, 贺怀清. 一种采用纹理映射技术实现鱼镜头快速校正的方法[J]. 电子技术应用, 2006, 32(8): 38-41.
- [14] 傅丹, 李立春, 徐一丹, 等. 基于直线的射影不变性和极线约束标定摄像机参数[J]. 应用光学, 2008, 29(2): 192-197.
- [15] 郑毅, 刘上乾. 利用直线特征的定标图像非线性畸变校正[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(6): 1129-1133.
- [16] 袁佳丽, 霍智勇. 基于除法模型和核密度估计算法的镜头径向失真校正方法[J]. 南京邮电大学学报: 自然科学版, 2011, 31(6): 32-36.
- [17] Kanatani K. Calibration of ultrawide fisheye lens cameras by eigenvalue minimization[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(4): 813-822.

基于特征值最小化方法的鱼眼镜头校正算法

作者：[金野](#)，[高珏](#)，[王磊](#)，[许华虎](#)，[JIN Ye](#)，[GAO Jue](#)，[WANG Lei](#)，[XU Hua-hu](#)
作者单位：[上海大学, 上海, 200444](#)
刊名：[计算机技术与发展](#)
英文刊名：[Computer Technology and Development](#)
年，卷(期)：2015(7)

引用本文格式：[金野](#). [高珏](#). [王磊](#). [许华虎](#). [JIN Ye](#). [GAO Jue](#). [WANG Lei](#). [XU Hua-hu](#) [基于特征值最小化方法的鱼眼镜头校正算法](#)[期刊论文]-[计算机技术与发展](#) 2015(7)