

具有社团结构的加权网络的病毒传播研究

张 芹¹, 蒋国平², 宋 波¹, 巩永旺¹, 李婵婵¹

(1. 南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京 210003;

2. 南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210003)

摘 要:文中根据 Barrat 等提出的 BBV 网络的建模思想, 考虑网络社团结构特性, 构建一种具有社团结构的加权无标度网络模型, 利用 SI 传染病模型, 研究该网络模型中权值增长系数和网络社团强度对病毒传播行为的影响。结果表明, 权值增长系数增大时, 病毒由感染源社团扩散到其他社团的时间变长, 进而抑制了网络中的病毒传播。另外, 研究还表明, 在加权无标度网络中, 较弱的社团强度能抑制病毒的传播, 这与无权网络中的结论正好相反。

关键词: 社团结构; 加权网络; 权值增长系数; 病毒传播

中图分类号: TP393.08

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2015)01-0151-04

doi: 10.3969/j.issn.1673-629X.2015.01.034

Research on Epidemic Spreading in Weighted Networks with Community Structure

ZHANG Qin¹, JIANG Guo-ping², SONG Bo¹, GONG Yong-wang¹, LI Chan-chan¹

(1. College of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing 210003, China;

2. College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing 210003, China)

Abstract: In this paper, considering the feature of network community structure, construct a weighted network model with community structure inspired by BBV network modeling idea. Based on the network, use SI virus spreading model to study the influence of the weight coefficient and the community strength on the epidemic spreading. The results prove that a larger weight coefficient is helpful to control the epidemic spreading because it takes more time for the virus from the source community of infection to spread to other communities when the weight coefficient is larger. Moreover, in the weighted scale-free networks, a weaker community structure can help to control the epidemic spreading while in the unweighted networks the results are diametrically opposite.

Key words: community structure; weighted network; weight increasing coefficient; epidemic spreading

0 引 言

近年来复杂网络引起了广大学者的关注, 网络结构和复杂网络上的传播动力学得到了大量的研究^[1-5]。为了更好地描述复杂网络, 学者们已提出很多网络模型, 包括随机网络^[3]、WS 小世界网络^[4], 以及 BA 无标度网络^[5]等。这些网络模型的共同点都是无权网络, 但在现实中的很多网络其连接的强度是不同的^[6-7], 比如, 社交网络中人们关系的亲密程度不同。Barrat 等人提出了一种既考虑新节点和新边的产

生, 又考虑权值动态演化的 BBV 模型^[8], 网络节点度、边权值以及节点强度均为幂律分布。

由于许多实际网络都具有社团结构这一共同特征^[9], 因此在建立网络模型时不仅要考虑边权重也要考虑社团特性。Li 等人分别在无权网络和加权网络中考虑社团结构特性, 分析了社团结构对网络属性的影响^[10-11]。2009 年, Chu 等人提出了一种具有社团结构的加权无标度网络^[12], 在建立网络之后, 为网络中的边赋权值使网络变为加权的。2010 年, 王娟提出了

收稿日期: 2014-02-07

修回日期: 2014-05-11

网络出版时间: 2014-11-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61374180, 61373136); 教育部高等学校博士点基金(20103223110003)

作者简介: 张 芹(1988-), 女, 硕士研究生, 研究方向为复杂网络中的病毒传播行为研究; 蒋国平, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统与网络控制、复杂网络与信息安全、混沌通信。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20141117.2205.018.html>

一种具有社团结构的加权网络^[13],并在此基础上研究了适合具有社团结构的加权网络的社团探测算法。由于社团结构的存在,网络中的病毒传播行为会受到影响,Liu 等人研究发现,相对随机网络,具有社团结构的流行病传播临界值更小一些,并且更容易保持传染病的爆发流行^[14]。Huang 等人利用 SI 传染病模型在文献[10]网络的基础上进行了病毒传播行为研究^[15],发现具有较强社团结构的无标度网络能够抑制病毒的传播。文中在文献[10]所提模型的基础上,利用 BBV 的思想,将其改进为具有社团结构的加权网络,是一种点权驱动的网络模型,与文献[13]不同的是,文中所改进的网络节点的度、节点的点权是分内外两部分考虑的,且所建立的网络是具有社团结构的加权网络。然后,文中利用 SI 传染病模型,研究权值增长系数以及社团强度强弱对病毒传播的影响。仿真结果表明,在具有社团结构的加权网络中,边的权值增长系数增大时,病毒由感染源社团扩散到其他社团的时间变长,进而可能抑制了网络中的病毒传播,另外社团强度变强时,病毒由感染源社团扩散到其他社团的时间变短,进而可能加快了病毒在网络中的传播,这与在无权网络中得到的结论不同。

1 网络模型

1.1 网络建模

设 s_i 表示节点 i 的强度, s_i^{in} 表示节点 i 的内部强度, s_i^{out} 表示节点 i 的外部强度,则有:

$$s_i^{\text{in}} = \sum_{j \in \text{INS}(i)} w_{ij} \quad (1)$$

$$s_i^{\text{out}} = \sum_{j \in \text{ENS}(i)} w_{ij} \quad (2)$$

$$s_i = s_i^{\text{in}} + s_i^{\text{out}} \quad (3)$$

其中, w_{ij} 表示节点 i 到节点 j 的权值,文中 $w_{ji} = w_{ij}$, w_m 表示网络中最大的 w_{ij} 值; $\text{INS}(i)$ 表示节点 i 的内部邻居节点,即与节点 i 在同一个社团内且与节点 i 有连接的节点; $\text{ENS}(i)$ 表示节点 i 的外部邻居节点,即与节点 i 有连接但不在同一个社团内的节点。

网络模型具体建立步骤如下:

步骤 1: 初始设定。初始网络由 C_1, C_2, \dots, C_M 共 M 个社团组成,每个社团有 m_0 个全连接的节点。为了使得整个网络连接起来,在每两个社团之间分别随机选择节点进行连接,边权值的初始权值均为 w_0 (文中取为 1)。

步骤 2: 增长。在每个时间步新加入一个节点,随机为之选择一个社团加入,新加入的这个节点将与本社团内的 $m(< m_0)$ 个节点建立连接,并且以概率 q 与其他社团内的 n 个节点建立连接。假设随机选择的社团为 C_h , 按照公式(4)选择社团 C_h 内的节点 i 与新加

入的节点进行连接,对于社团之间的 n 条边的连接,首先随机选择一个外部社团 C_k , 然后按照公式(5)选择 C_k 社团内的节点 k 与新节点按概率进行连接。

$$\prod(i) = s_i^{\text{in}} / \sum_{j \in C_k} s_j^{\text{in}} \quad (4)$$

$$\prod(k) = s_k^{\text{out}} / \sum_{i \in C_k} s_i^{\text{out}} \quad (5)$$

步骤 3: 权值动态演化。每次新加入的边赋予一个初始权值 w_0 , 同 BBV 网络模型的建立,每次新加入的边会局部引起节点 i 与其邻居节点边权值的重新调整,产生社团内部的边时,节点 i 与其内部邻居节点 j 之间边的权值调整为: $w_{ij} = w_{ij} + uw_{ij}/s_i^{\text{in}}$, 产生社团之间的边时,节点 i 与其外部邻居节点 k 之间边的权值调整为: $w_{ik} = w_{ik} + uw_{ik}/s_i^{\text{out}}$, u 为权值增长系数。

文中运用平均场的方法^[16]对网络节点的度分布、节点强度分布、边权值分布进行了理论推导分析,发现节点的度分布、节点强度分布、边权值分布均为幂律分布。

1.2 社团强度的控制

网络社团强度的强弱可以通过社团模块度的大小来衡量,社团模块度较大时,网络社团结构较强。边的权值在网络中是一个重要的统计量,社团模块度的计算也应该将边权值考虑在内,因此,在加权网络中需要重新定义社团模块度。Newman 和 Girvan 在文献[6]中暗示了加权网络中模块度的表示方法,文中采用在文献[6]中提出的 Q 值的表示方法。

$$Q = \sum_{r=1}^M (e_r - (a_r)^2) \quad (6)$$

其中, $e_r = \frac{1}{2w} \sum_{ij} w_{ij} \delta(c_i, r) \delta(c_j, r)$, $w = \frac{1}{2} \sum_{ij} w_{ij}$ 表示网络中所有边的权值总和, e_r 表示社团 r 内的边权值之和占网络中所有边权值总和的比重; $a_r = \frac{1}{2w} \sum_i w_i \delta(c_i, r)$ 表示社团 r 内所有点的强度之和占网络中所有边权值总和的比重,关于 δ -function 在文献[6]中有相关的定义, $\delta(u, v)$ 当 $u=v$ 时函数值为 1, 否则函数值为 0。

利用公式(6),文中仿真研究了社团模块度 Q 与外部连接概率 q 之间的关系,如图 1 所示。由图 1 可以看出,网络社团强度随着 q 的递增而递减,图 1 中其他各参数取值分别为 $m=2, n=5, m_0=5, u=2, M=10, N=1\ 000$ 。

2 病毒传播模型

根据 1.1 节描述的建模步骤,首先建立了具有 N 个节点的具有社团结构的加权网络,然后采用 SI 病毒传播模型^[17]研究权值增长系数与社团结构对病毒传

播扩散的影响。在 SI 传播模型中,每个节点有两种状态,易感状态(S)与感染状态(I), $S(t)$ 表示 t 时刻时处于 S 状态的节点数目, $I(t)$ 表示 t 时刻时处于 I 状态的节点数目,显然 $N=S(t)+I(t)$ 成立, $N_i(t)$ 表示 t 时刻时节点 i 处于感染状态的邻居节点集合。在此加权网络中,定义病毒由感染节点 j 传播到易感节点 i 的传染率为:

$$\lambda_{ji} = \lambda \left(\frac{w_{ji}}{w_m} \right)^\alpha \quad (\alpha > 0) \tag{7}$$

其中, w_m 为网络中最大的权值, α 为一个正数,当 w_{ji} 的值越大时, λ_{ji} 的值越大,即边 (j,i) 的感染率越大。由公式(7)可以计算出在 t 时间步时,处于易感状态的节点 i 被感染的概率为:

$$\lambda_i(t) = 1 - \prod_{j \in N_i(t)} (1 - \lambda_{ji}) \tag{8}$$

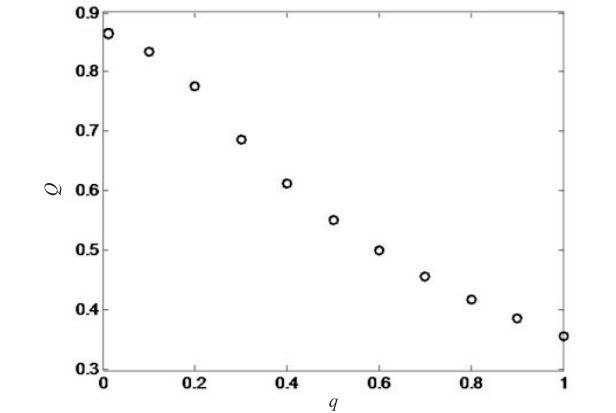


图1 社团模块度 Q 与 q 之间的关系图

3 数值仿真分析

在仿真实验中,初始时刻,随机选择一个节点使其被感染,病毒或者传染病会依照(5)在网络中进行传播,记录下初始被感染的这个节点所属的社团为 C_{rand} ,定义变量 t_{esc} 表示病毒第一次扩散到其他非 C_{rand} 社团所用的平均时间。以下仿真 $\lambda = 0.3$, $\alpha = 0.7$, $M = 10$, $m_0 = 5$, $m = 2$, $n = 5$, $N = 1\,000$ 。

由于网络中只存在两种状态的节点,假设感染节点的密度是 $i(t)$,易感染节点的密度是 $s(t)$,那么 $i(t) + s(t) = 1$, $i(t) = \frac{I(t)}{N}$ 可以反映网络中的节点被病毒感染的状况。文中仿真了感染节点密度 $i(t)$ 与时间步 t 的关系,如图2所示。在图2中 $q = 0.1$,由图2可以看出, u 值越小,曲线斜率越大,病毒传播得越快。也就是说, u 变大时能够抑制病毒的传播,当 u 为 0 时,在不到十个时间步的时间里,网络中的节点就已经全部被感染了,说明同样的条件下,病毒在无权的无标度网络中会传播得更快。为什么 u 值较大时会抑制病毒的传播? 考虑到网络中社团的存在,猜想是因为 u 较大

时,初始感染的节点难以突破自身所在的社团而将病毒扩散到其他外部社团。为此对 t_{esc} 与 u 的关系进行了仿真。由图3可以看出,随着 u 的不断增大, t_{esc} 的值是递增的,所以当 u 值较大时,病毒扩散到其他社团所用的平均时间要长,即更容易将病毒的扩散限制在初始感染节点所在的社团内,进而抑制了病毒的传播与大规模的爆发。

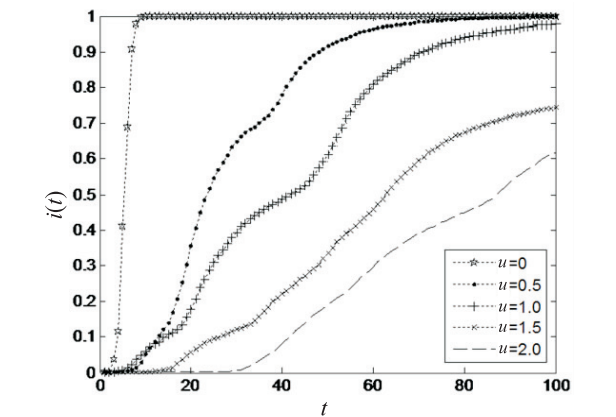


图2 u 取不同值时 $i(t)$ 与时间 t 的关系图

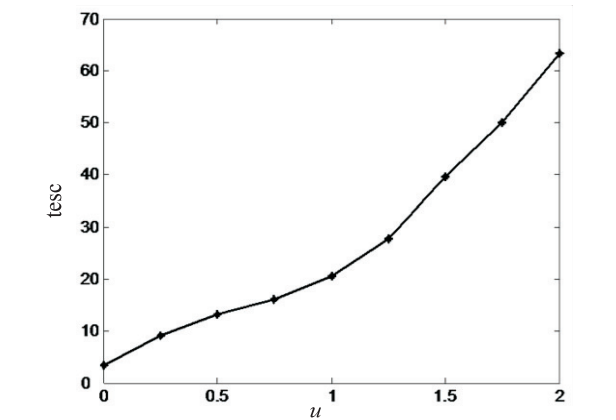


图3 t_{esc} 与 u 的关系图

q 能够控制网络社团的强度,为了研究社团强度对病毒传播的影响,接下来仿真研究了 q 取不同值时,感染节点密度 $i(t)$ 与时间步 t 的关系。图4为 $u = 1$, q 取不同值时 $i(t)$ 与 t 之间的关系曲线。从图4可以看出当 q 值变小,社团强度变强时, $i(t)$ 的增长速度变快,并且在同一个时间步 t 时,由图中可以明显看出, q 越小时,对应 $i(t)$ 的值越大,因此可以得出这样的结论:在加权的情况下,社团强度变强时会抑制病毒的传播,那么在无权的情况下会得到类似的结论么,接下来取 $u = 0$ 无权情况进行了仿真研究。

由图5可以看出,在无权网络中, q 值变小,即社团强度变强时, $i(t)$ 曲线的斜率变小,个体被感染的速度变慢,并且当病毒传播一段时间后,在某个时间步 t 时, q 越小对应的 $i(t)$ 值越小,表明病毒传播开后,在相同的某个时间点上,社团强度较强的网络中处于感染状态的节点数目较少。因此,可以得出在无权的情

况下社团强度越强越有利于抑制病毒的传播。

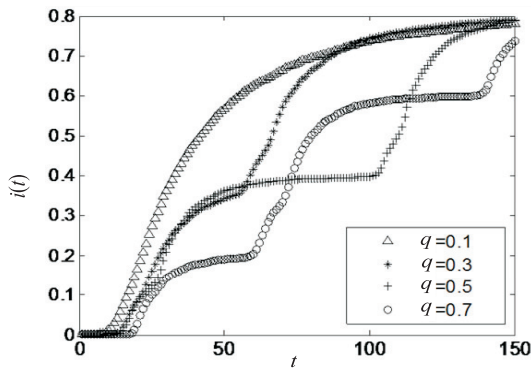


图4 加权网络中 $i(t)$ 与 t 的关系图

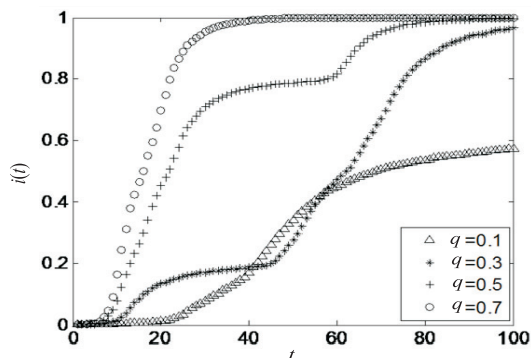


图5 无权网络中 $i(t)$ 与 t 的关系图

图6是 t_{esc} 与 q 的关系仿真图。图6中其他各参数取值分别为 $m=2, n=5, m_0=5, u=1, M=10, N=1\ 000$ 。由图可以看出, q 变大, 社团强度变弱时, t_{esc} 的值变大, 即病毒扩散到其他社团的时间变长, 因此导致病毒的传播受到限制。

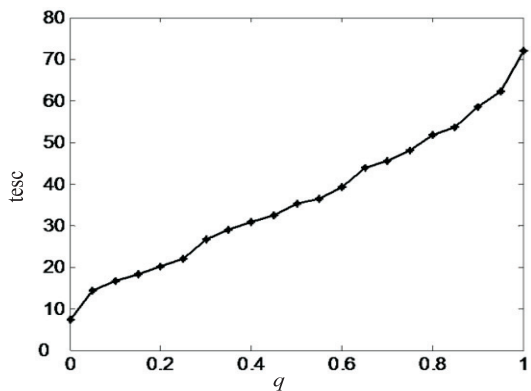


图6 t_{esc} 与 q 的关系图

4 结束语

文中利用BBV网络建模的思想,将已有的一种具有社团结构的无标度网络改进为具有社团结构的加权无标度网络。利用SI病毒传播模型,文中研究了网络中边权值增长系数 u 以及控制社团强度的参数 q 对病毒传播的影响。仿真结果表明,权值增长系数 u 变大时,病毒由感染源社团扩散到其他社团的时间变长,进而抑制了网络中的病毒传播。另外,研究还表明,在加

权网络中社团强度较弱能够抑制病毒的传播,而在无权网络中时结论恰好相反,因此,在具有社团结构的加权网络中的传播动力学有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] Pastor-Satorras R, Vespignani A. Evolution and structure of the Internet: a statistical physics approach [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [2] Zhou Jie, Liu Zonghua. Epidemic spreading in complex networks[J]. Frontiers of Physics in China, 2008, 3(3): 331-348.
- [3] Erdős P, Rényi A. On the evolution of random graphs[J]. Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 1960, 5: 17-61.
- [4] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. Nature, 1998, 393(6684): 440-442.
- [5] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.
- [6] Newman M E J. Analysis of weighted networks[J]. Physical Review E, 2004, 70(5): 056131.
- [7] 朱陈平, 张永梅, 刘小廷, 等. 复杂网络稀疏性的统计物理研究综述[J]. 上海理工大学学报, 2011, 32(5): 425-432.
- [8] Barrat A, Barthélemy M, Vespignani A. Modeling the evolution of weighted networks[J]. Physical Review E, 2004, 70(6): 066149.
- [9] Arenas A, Danon L, Diaz-Guilera A, et al. Community analysis in social networks[J]. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 2004, 38(2): 373-380.
- [10] Li C, Maini P K. An evolving network model with community structure[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 2005, 38(45): 9741-9749.
- [11] Li C, Chen G. Modelling of weighted evolving networks with community structures[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2006, 370(2): 869-876.
- [12] Chu X, Guan J, Zhang Z, et al. Epidemic spreading in weighted scale-free networks with community structure[J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2009, 2009(7): 07043.
- [13] 王娟. 一种加权网络社团结构划分算法[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2010.
- [14] Liu Z, Hu B. Epidemic spreading in community networks[J]. Europhysics Letters, 2005, 72(2): 315-321.
- [15] Huang W, Li C. Epidemic spreading in scale-free networks with community structure[J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2007, 2007(1): 01014.
- [16] Barabási A L, Albert R, Jeong H. Mean-field theory for scale-free random networks[J]. Physica A, 1999, 272: 173-187.
- [17] Barthélemy M, Barrat A, Pastor-Satorras R, et al. Velocity and hierarchical spread of epidemic outbreaks in scale-free networks[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(17): 178701.

具有社团结构的加权网络的病毒传播研究

作者：[张芹](#)，[蒋国平](#)，[宋波](#)，[巩永旺](#)，[李婵婵](#)，[ZHANG Qin](#)，[JIANG Guo-ping](#)，[SONG Bo](#)，[GONG Yong-wang](#)，[LI Chan-chan](#)

作者单位：[张芹, 宋波, 巩永旺, 李婵婵, ZHANG Qin, SONG Bo, GONG Yong-wang, LI Chan-chan\(南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京, 210003\)](#)，[蒋国平, JIANG Guo-ping\(南京邮电大学 自动化学](#)
[院, 江苏 南京, 210003\)](#)

刊名：[计算机技术与发展](#)[ISTIC](#)

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：[2015\(1\)](#)

引用本文格式：[张芹. 蒋国平. 宋波. 巩永旺. 李婵婵. ZHANG Qin. JIANG Guo-ping. SONG Bo. GONG Yong-wang. LI Chan-chan 具有社团结构的加权网络的病毒传播研究\[期刊论文\]-计算机技术与发展 2015\(1\)](#)