

# 局部统计不相关非线性鉴别变换

丁洁<sup>1,2</sup>, 荆晓远<sup>1</sup>, 姚永芳<sup>1</sup>, 李力<sup>1</sup>

(1. 南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210023;

2. 南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京 210003)

**摘要:**子空间学习方法是研究人脸识别问题的经典算法。然而,在实际中,人脸图像通常是高维线性不可分的,此时线性方法很难提取出更有效的特征;同时,人脸图像不满足理想的高斯分布,而传统的统计不相关方法使用所有样本的均值来估计期望,这种估计方法在样本数很少的情况下会出现较大的偏差。为了解决上述问题,文中提出了局部统计不相关非线性鉴别变换(LUNLDT)方法。该方法在核空间中,通过改良的统计不相关约束,迭代地求解出最优的鉴别向量集。AR人脸库和CAS-PEAL人脸库的实验结果验证了所提算法的有效性。

**关键词:**特征提取;核空间;统计不相关约束;局部统计不相关核鉴别变换

中图分类号:TP301

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2014)12-0105-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2014.12.025

## Local Uncorrelated Non-linear Discriminant Transform

DING Jie<sup>1,2</sup>, JING Xiao-yuan<sup>1</sup>, YAO Yong-fang<sup>1</sup>, LI Li<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China;

2. College of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** Subspace learning method is the classical algorithm of face recognition research. However, in the real world, face images are usually high-dimensional and non-linear, it is difficult for linear approach to extract more effective feature. In addition, face images do not meet the ideal Gaussian distribution. However, traditional statistical uncorrelated methods employ the mean of sample-sets to estimate expectations, which may cause large deviations in the case of small sample size. In order to address the aforementioned problems, propose a novel feature extraction approach named local uncorrelated non-linear discriminant transform (LUDNLT). In the kernel space, iteratively calculate the optimal discriminant vectors under the corresponding statistical uncorrelated constraints. Experimental results on AR and CAS-PEAL face databases demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** feature extraction; kernel space; statistical uncorrelated constraints; local uncorrelated discriminant kernel transform

## 0 引言

线性鉴别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)是子空间学习方法中的经典算法。LDA<sup>[1-2]</sup>考虑了样本的类别信息,希望找到一个投影子空间使得异类的数据点尽可能的分开,而同类的数据点尽可能的靠近。然而,LDA仅仅利用了样本的类别信息,其得到的鉴别向量往往不是正交的,存在冗余信息。Foley-Sammon线性鉴别分析(FSLDA)<sup>[3]</sup>通过增加正交约束,使得投影向量两两正交,去除特征之间的冗余信息。但FSLDA方法得到的鉴别特征却是统计相关的,还存在一定的冗余信息。为获得更优的鉴别向量,Jin

等提出了统计不相关的最佳判别矢量集(UODV)方法。UODV通过迭代逐个求解最优鉴别向量,使得每个鉴别特征之间满足统计不相关性。在UODV的理论基础上,Jing提出了UODV的改进方法<sup>[4]</sup>。

近年来非线性特征抽取是特征提取方法中研究的热点之一。其中以基于核函数的非线性特征抽取技术和流形方法最为核心。

核鉴别分析是目前研究最多的非线性鉴别技术,它将基于核函数的非线性映射方法与鉴别分析相结合。它的基本思路是将样本从原始特征空间映射到高维的核空间以提高数据的可分性,而且这样的映射不

收稿日期:2014-01-13

修回日期:2014-04-21

网络出版时间:2014-10-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61272273)

作者简介:丁洁(1989-),女,研究生,研究方向为信息安全理论与技术;荆晓远,教授,博士生导师,研究方向为模式识别、图像处理、机器学习。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20141023.1052.011.html>

需要显式的实现。目前,基于传统的线性方法而产生的核函数方法主要包括核鉴别分析(Kernel Discriminant Analysis, KDA)<sup>[5-6]</sup>、核主成分分析法(Kernel PCA)<sup>[7]</sup>、广义鉴别分析(Generalized Discriminant Analysis, GDA)<sup>[8]</sup>等。此外,还有核典型相关方法(Kernel Canonical Correlation Analysis, KCCA)<sup>[9]</sup>和核统计不相关鉴别方法(Kernel UODV, KUODV)<sup>[10]</sup>等。基于核函数的方法很大程度上促进了模式识别和机器学习的研究。

流形算法关注的是局部几何近邻结构,目的是要在投影后的低维空间中保持数据之间的几何关系和距离测度不变。典型的方法包括局部保留投影(Locality Preserving Projection, LPP)<sup>[11-12]</sup>, LPP 构建每个样本中心的近邻结构,让训练样本投影到低维空间后还能保留这种样本间的近邻结构。如流形鉴别分析(Manifold Discriminant Analysis, MDA)<sup>[13]</sup>、近邻嵌入映射(Neighborhood Preserving Embedding, NPE)<sup>[14]</sup>等。

人脸图像通常是高维的,往往呈现出线性不可分的情形。并且人脸图像的样本分布往往不满足理想的高斯分布。对于前者,使用线性方法已经很难提取出更有效的特征;而后者,传统的统计不相关方法使用样本的均值来估计期望,这样的估算对少量的数据而言会出现较大偏差。基于以上问题,文中结合核理论,对期望重新定义,用近邻样本中心代替所有样本的中心,构建新的散布矩阵意义下的统计不相关约束,提出了局部统计不相关非线性鉴别变换(LUNLDT)算法。在 AR 人脸库和 CAS-PEAL 人脸库上验证了算法的有效性。

## 1 局部统计不相关非线性鉴别变换

设  $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  为样本集,该样本集里共有  $c$  类  $N$  个样本,  $x_{ij}$  表示第  $i$  类中第  $j$  个样本。原始样本集  $X$  经过映射函数  $\Phi$  后得到特征空间  $F$  的样本集  $\Psi = \{\varphi(x_1), \varphi(x_2), \dots, \varphi(x_N)\}$ 。

特征空间  $F$  中样本的类间散布矩阵  $S_b^\varphi$ 、类内散布矩阵  $S_w^\varphi$ 、总体散布矩阵  $S_t^\varphi$  分别表示如下:

$$S_b^\varphi = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c (m_i^\varphi - m^\varphi) (m_i^\varphi - m^\varphi)^T \quad (1)$$

$$S_w^\varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} (\varphi(x_{ij}) - m_i^\varphi) (\varphi(x_{ij}) - m_i^\varphi)^T \quad (2)$$

$$S_t^\varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi(x_i) - m^\varphi) (\varphi(x_i) - m^\varphi)^T \quad (3)$$

其中,  $m^\varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(x_i)$ ;  $\varphi(x_{ij})$  是  $x_{ij}$  经过映射函数  $\Phi$  后的样本;  $m_i^\varphi$  是  $\Psi$  中第  $i$  类样本均值。

LUNLDT 通过下面的准则构建散度矩阵  $S_{LL}^\varphi$ 。

$$S_{LL}^\varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi(x_i) - \tilde{m}) (\varphi(x_i) - \tilde{m})^T \quad (4)$$

其中,  $\tilde{m}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H_{ij} \varphi(x_j)$ ,  $H$  是一个近邻关系矩阵:

$$H_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{如果样本 } \varphi(x_i) \text{ 在样本 } \varphi(x_j) \text{ 的 } k \text{ 近邻邻域内} \\ & \text{或样本 } \varphi(x_j) \text{ 在样本 } \varphi(x_i) \text{ 的 } k \text{ 近邻邻域内} \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases} \quad (5)$$

LUNLDT 的目标方程为:

$$J(W^\varphi) = \frac{W^{\varphi T} S_b^\varphi W^\varphi}{W^{\varphi T} S_w^\varphi W^\varphi} \quad (6)$$

s. t.  $\varphi_i^T S_{LL}^\varphi \varphi_j = 0, j = 1, 2, \dots, i-1$

下面对目标方程  $J(W^\varphi)$  进行简化。

根据再生核理论,特征空间  $F$  中的鉴别向量和特征空间  $F$  所有训练样本有如下关系,其中  $\alpha_i$  为系数。

$$W^\varphi = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi(x_i) = \Psi \alpha \quad (7)$$

经过推导可以得到公式(6)的等价形式:

$$J(\alpha) = \frac{\alpha^T K M K \alpha}{\alpha^T K (I - M) K \alpha} \quad (8)$$

其中,  $K$  是  $N \times N$  核矩阵,元素定义为  $K_{i,j} = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j) = k(x_i, x_j)$ ;  $I$  是  $N \times N$  单位矩阵;  $M$  是  $N \times N$  大小的对角分块矩阵,  $M = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_c)$ ,  $M_i$  是所有元素值都为  $\frac{1}{n_i}$  的大小为  $n_i \times n_i$  的矩阵。

令  $S_b^\varphi = K M K$ ,  $S_w^\varphi = K (I - M) K$ 。公式(6)中的  $J(W^\varphi)$  转化为特征方程  $S_b^\varphi W = \lambda S_w^\varphi W$ 。

LUNLDT 的目标方程转变为:

$$S_b^\varphi W = \lambda S_w^\varphi W \quad (9)$$

s. t.  $\varphi_i^T S_{LL}^\varphi \varphi_j = 0, j = 1, 2, \dots, i-1$

定理 1: LUNLDT 的第  $i$  个特征向量  $\varphi_i$  是下面特征方程的最大特征值对应的特征向量。

$$P S_b^\varphi \varphi_i = \lambda S_w^\varphi \varphi_i \quad (10)$$

其中,  $P = I - S_{LL}^\varphi D^T (D S_{LL}^\varphi (S_w^\varphi)^{-1} S_{LL}^\varphi D^T)^{-1} S_{LL}^\varphi (S_w^\varphi)^{-1}$ ;  $D = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j]^T$ ;  $I = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$  是对角阵。

LUNLDT 算法流程描述如下:

训练过程:

输入参数:数据集  $X$ , 类别标签  $c$ ;

输出参数:投影矩阵  $W$ 。

(1) 将训练样本集映射到高维的核空间  $\Psi$  中;

(2) 在核空间中度量样本之间的距离,构建近邻关系矩阵  $H$ ;

- (3)运用 KDA 算法求解最大特征值对应的特征向量;
- (4)利用样本的局部近邻关系,根据公式(10)迭代地求解特征向量,从而构建投影矩阵  $W$ 。
- 测试:
- (1)将测试样本集映射到高维的核空间  $\Psi$  中;
- (2)将测试样本集投影到  $W$  所在的投影空间;
- (3)运用最近邻分类器进行分类识别。

## 2 实 验

本节对所用数据库进行介绍,通过在 AR 和 CAS-PEAL 人脸数据库上的识别率波动图和平均识别率及方差来比较所提 LUNLDT 方法与 KDA、UODV 和 LUDT 方法的识别性能。所有的方法均采用最近邻分类器做分类识别。

### 2.1 数据库介绍

AR 人脸数据库<sup>[15]</sup>包含 126 个人近 4 000 张图像,其中 70 名男性和 56 名女性,每个人 26 张图片。该数据库包含光照、遮挡、表情等情况。考虑到计算代价,实验中将原始数据库进行处理,得到一个包含 119 个人,每人 26 张 60×48 分辨率的人脸数据库。图 1 显示了 AR 中一个人的所有图像样本。

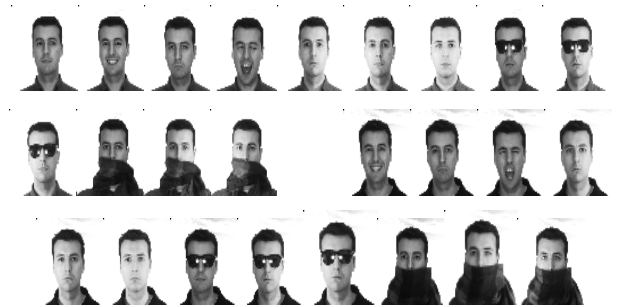


图 1 AR 数据库的样本图像

CAS-PEAL 人脸数据库<sup>[16]</sup>包含 106 个人,每人有 10 幅人脸图像。该数据库的特点是同一个人的不同人脸图像样本受光照影响很大。

为了与 AR 数据库维数一致,实验中将原始数据库切割成 60×48 大小。图 2 显示了 CAS-PEAL 数据库中一个人所有图像样本。



图 2 CAS-PEAL 数据库的样本图像

### 2.2 实验结果与分析

本节中,对 LUNLDT 和相关算法进行实验对比。主要包括统计不相关的最佳判别矢量集(UODV)、局

部统计不相关(LUDT)和核鉴别分析(KDA)。在 AR 数据库上,随机选取每类中的 6 幅图像用作训练,剩余图像用作测试;在 CAS-PEAL 数据库上,随机选取每类中的 4 幅图像用作训练,剩余图像用作测试。LUNLDT 算法在 AR 和 CAS-PEAL 人脸数据库中的近邻数  $k$  分别设为 30 和 20。LUNLDT 和三个比较方法在两个数据库上均做 20 次实验。

图 3 和图 4 分别给出了所有对比方法在 AR 和 CAS-PEAL 两个数据库上随机 20 次的识别率波动图。表 1 给出了相应的平均识别率和方差。

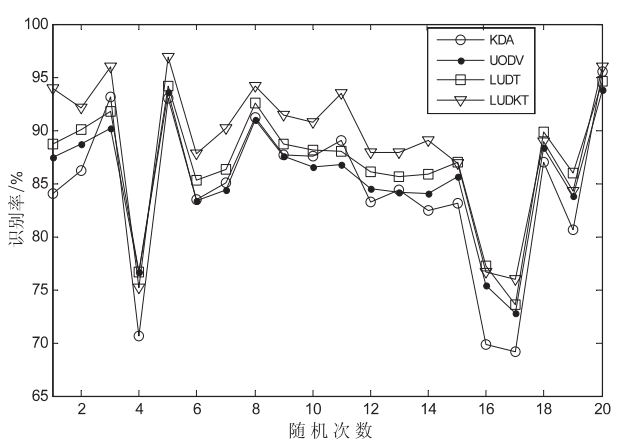


图 3 AR 数据库上所有方法随机 20 次的识别率

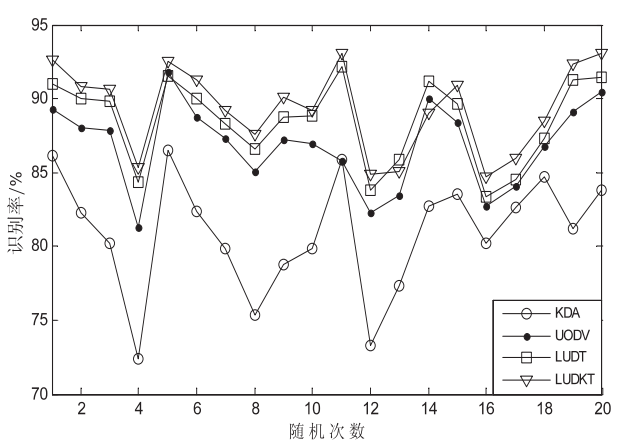


图 4 CAS-PEAL 数据库上所有方法随机 20 次的识别率

表 1 所有方法在两个数据库上识别率比较

方法名称	识别率(均值和方差)/%	
	AR 库	CAS-PEAL 库
KDA	84.31 ± 7.35	81.96 ± 5.47
UODV	85.44 ± 5.48	88.06 ± 2.50
LUDT	86.80 ± 5.52	88.48 ± 2.84
LUNLDT	88.74 ± 6.44	89.33 ± 2.88

从表 1 可以看出,局部统计不相关非线性鉴别变换(LUNLDT)有很好的分类性能。在 AR 人脸数据库上,LUNLDT 方法比 KDA、UODV 以及 LUDT 三个方法

的平均识别率提高了至少 4.43% ( $= 88.74\% - 84.31\%$ );在 CAS-PEAL 人脸数据库上,LUNLDT 方法比三个对比方法的平均识别率提高了至少 7.38% ( $= 89.33\% - 81.95\%$ )。

文中将原始样本通过高斯核函数投影映射到高维空间,从而解决低维空间线性不可分问题;同时,用近邻样本的均值来替代样本总均值,在某种意义上考虑到样本的几何结构,实验结果充分表明所提方法 LUNLDT 能够有效地提高识别率。

### 3 结束语

文中结合核理论,通过对总体样本协方差矩阵重新估计,提出了局部统计非线性不相关鉴别转换(LUNLDT)。在核空间中,用近邻样本中心代替所有样本的中心,构建新的散布矩阵意义下的统计不相关约束,某种意义上考虑到样本的几何结构。同时,解决了线性样本不可分问题。

在 AR 和 CAS-PEAL 人脸数据库上的实验结果表明,文中提出的方法 LUNLDT 与 KDA、UODV 以及 LUDT 相比,有效地提高了识别率。

#### 参考文献:

[1] 赵振勇,王保华,王力,等.人脸图像的特征提取[J].计算机技术与发展,2007,17(5):221-224.

[2] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720.

[3] Foley D H, Sammon J W. An optimal set for discriminant vectors[J]. IEEE Trans on Computers, 1975, C-24(3): 281-289.

[4] Jing Xiaoyuan, Zhang D, Jin Zhong. UODV improved algorithm and generalized theory [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(11): 2593-2602.

[5] Yang M H. Kernel eigenfaces vs. kernel fisherfaces: face recognition using kernel methods[C]//Proc of fifth international conference on automatic face and gesture recognition. Wash-

ington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2002: 215-220.

[6] Mika S, Ratsch G, Weston J, et al. Fisher discriminant analysis with kernels [C]//Proc of IEEE international workshop on neural networks for signal processing IX. Madison: IEEE, 1999: 41-48.

[7] Schölkopf B, Smola A, Müller K R. Kernel principal component analysis [C]//Proc of international conference on artificial neural networks. [s. l.]: [s. n.], 1997: 583-588.

[8] Baudat G, Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach [J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385-2404.

[9] Melzer T, Reiter M, Bischof H. Appearance models based on kernel canonical correlation analysis [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(9): 1961-1971.

[10] Xiong Tao, Ye Jieping, Cherkassky V. Kernel uncorrelated and orthogonal discriminant analysis: an unified approach [C]//Proc of IEEE conference on computer vision and pattern recognition. [s. l.]: IEEE, 2006: 125-131.

[11] He Xiaofei, Niyogi P. Locality preserving projections [C]//Proc of 17th annual conference on neural information processing systems. [s. l.]: [s. n.], 2004: 234-241.

[12] Wang Ruiping, Chen Xilin. Manifold discriminant analysis [C]//Proc of IEEE conference on computer vision and pattern recognition. Miami, Florida: IEEE, 2009: 429-436.

[13] He Xiaofei, Cai Deng, Yan Shuicheng, et al. Neighborhood preserving embedding [C]//Proc of IEEE international conference on computer vision. [s. l.]: IEEE, 2005: 1208-1213.

[14] He Xiaofei, Cai Deng, Min Wanli. Statistical and computational analysis of locality preserving projection [C]//Proc of international conference on machine learning. Bonn, Germany: [s. n.], 2005: 281-288.

[15] Martinez A M, Benavente R. The AR face database [EB/OL]. 2009. [http://cobweb.ece.purdue.edu/~aleix/aleix\\_face\\_DB.html](http://cobweb.ece.purdue.edu/~aleix/aleix_face_DB.html).

[16] Gao Wen, Cao Bo, Shan Shiguang, et al. The CAS-PEAL large-scale Chinese face database and baseline evaluations [J]. IEEE Trans on Systems Man, and Cybernetics (Part A), 2008, 38(1): 149-161.

欢迎订阅《计算机技术与发展》杂志,邮发代号:51-127

作者：[丁洁](#)，[荆晓远](#)，[姚永芳](#)，[李力](#)，[DING Jie](#)，[JING Xiao-yuan](#)，[YAO Yong-fang](#)，[LI Li](#)

作者单位：[丁洁, DING Jie \(南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210023; 南京邮电大学 计算机学院, 江苏 南京 210003\), 荆晓远, 姚永芳, 李力, JING Xiao-yuan, YAO Yong-fang, LI Li \(南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京, 210023\)](#)

刊名：[计算机技术与发展](#) 

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：2014(12)

引用本文格式：[丁洁. 荆晓远. 姚永芳. 李力. DING Jie. JING Xiao-yuan. YAO Yong-fang. LI Li 局部统计不相关非线性鉴别变换](#)[期刊论文]-[计算机技术与发展](#) 2014(12)