

# 应用本体和 AllegroGraph 实现几何定理证明

吴店年, 李云清

(江西师范大学 计算机信息工程学院, 江西 南昌 330022)

**摘要:** 由于传统的定理机器证明方法是基于规则的, 使得定理证明出现几何信息增长迅猛, 推理和计算效率低以及过程可读性差等问题。针对以上情况, 提出了基于本体和 AllegroGraph 的几何定理证明方法。该方法通过本体构建几何定理命题模型, 然后采用 Prolog 规则描述语言对几何定理性质进行描述, 同时通过分析本体模型和规则描述的对应关系, 提出定理规则半自动生成方法。最后以 AllegroGraph (AG) 图形数据库的推理机制为基础, 完成几何定理证明。实验结果表明, 将本体和 AllegroGraph 推理机应用于几何定理证明领域可以摆脱以往几何定理证明代数化问题, 几何证明过程容易理解, 同时合理地控制了信息的增长, 支持定理可持续证明。

**关键词:** 本体推理; AllegroGraph (AG); Prolog 规则; 几何; 定理证明

**中图分类号:** TP301

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2014)08-0089-05

**doi:** 10.3969/j.issn.1673-629X.2014.08.021

## Realization of Geometry Theorem Proving with Ontology and AllegroGraph

WU Dian-nian, LI Yun-qing

(School of Computer and Information Engineering, Jiangxi Normal University,  
Nanchang 330022, China)

**Abstract:** As traditional theorem mechanical proving methods are based on the rules, making the geometry theorem proving occurs rapid growth, reasoning and calculations inefficient, and process poor readability. For the above cases, a design method of the geometry theorem proving based on ontology and AllegroGraph is presented. This method constructs the model of geometric theorem proposition through ontology, and then uses the Prolog rule description language to describe the nature of geometry theorems. At the same time, through the analysis of the correspondence between ontology model and rules described, propose semi-automatic method for the generation of theorem rules. Finally complete geometric theorem proving based on AllegroGraph (AG), taking the reasoning mechanism of graphic database as the foundation. The experimental results show that the ontology and the AllegroGraph inference engine used in the field of geometry theorem proving can get rid of geometry theorem proving algebraic, geometric proof process is easy to understand, reasonably control the growth of information and support sustainable prove theorem.

**Key words:** ontology reasoning; AllegroGraph (AG); Prolog rules; geometry; theorem proving

## 0 引言

在人工智能和知识工程领域, 定理机器证明是指把定理证明过程在计算机上通过自动实现符号形式化的技术进行演绎推理。截止目前, 主要通过代数法<sup>[1]</sup>、几何不变量方法<sup>[2]</sup>和基于几何推理数据库方法<sup>[3]</sup>等进行几何定理机器证明的研究。但这些方法在求解过程中需进行大量的数值和符号计算, 求解过程繁琐, 而且得到的证明过程常常不符合人们的思维习惯, 不按

照人们正常思想上的几何命题思路去证明; 同时会产生大量的几何信息, 导致信息过于膨胀等问题<sup>[4]</sup>。

随着 Web 技术的发展和 Internet 的广泛应用, 语义 Web 本体理论日益成熟。由于本体语义表达能力强, 能对特定领域知识进行专业性定义, 因此在各领域本体被广泛应用, 如知识检索、智能系统、制造行为<sup>[5]</sup>、情报分析和电子商务等。

文中结合本体和 AllegroGraph 技术, 旨在研究如

收稿日期: 2013-10-19

修回日期: 2014-01-23

网络出版时间: 2014-05-21

基金项目: 江西省教育科技项目 (GJJ12195)

作者简介: 吴店年 (1988-), 男, 江西鹰潭人, 硕士研究生, 研究方向为语义 Web 与本体; 李云清, 教授, 硕士生导师, 研究方向为语义 Web 与本体。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20140525.1242.009.html>

何将本体应用于几何定理证明,充分利用本体模型构建技术,对几何定理中术语以及术语之间的关系进行语义描述<sup>[6]</sup>。文中以本体推理规则和本体推理查询的研究为重点,在基于本体和 Prolog 规则的基础上,结合 AllegroGraph<sup>[7]</sup>数据库提出了一种更加有效的几何定理证明方法,不仅提高了证明的效率,而且为今后构筑基于本体平台的几何知识系统,实现跨平台的数学软件应用提供了一种有效的途径。

## 1 本体理论与技术

本体的定义大都采用 TOM Gruber 的“本体是概念模型的明确规范说明<sup>[8]</sup>”。Studer 等总结为“本体是共享概念模型的明确的形式化规范说明<sup>[9]</sup>”。其包含四层含义:

- (1) 概念化:指将客观世界里的某些事物概念抽象出来而得到的模型;
- (2) 明确:指概念及其约束都予以明确的定义;
- (3) 形式化:指本体知识是计算机可读的;
- (4) 共享:指本体中体现的知识是被共同认可的,可以进行互操作。

Prolog<sup>[10]</sup>是以一阶谓词演算为基础,是一种逻辑程序设计语言,对事物及其相互关系进行推理的形式化系统。由于 Prolog 描述功能强,具有逻辑推理能力,程序简洁易懂,语法简单,使用方便,表达能力强,且表达方式符合人们的思维和推理习惯,使得它在当今人工智能领域得到广泛应用,如专家系统、语言翻译系统、智能问题求解、计算机辅助设计、动态关系数据库等。Prolog 语法简单,程序简洁易懂是因为它只有三种基本语句:事实、规则和目标,都是用谓词进行描述,所以文中采用 Prolog 作为本体规则描述语言。

AllegroGraph<sup>[11]</sup>是一个现代化、高性能和持久化的 RDF 图形数据库和高效率的推理引擎。AllegroGraph 支持磁盘和内存相结合的海量数据存储方式。AllegroGraph 不仅通过客户端应用支持规则描述语言 Prolog 推理、SPARQL 查询和 RDFS++推理以及支持联合,社会网络分析,地理信息处理能力和时空推理等,而且还支持事务提交、回滚、存储过程和快速的数据恢复等功能。AllegroGraph 通过 REST 协议支持多种编程语言接口,如:Lisp、JAVA、C++、C#、JavaScript、Python 等。基于 AllegroGraph 以上特点,文中采用 AllegroGraph 作为推理引擎来进行本体推理。

## 2 几何本体的构建

目前比较流行的本体构建方法主要有以下几种<sup>[12]</sup>:骨架法、企业模型法、TOVE 法、SENSUSE 法、KACTUS 法、七步法等。通过对上述几种构建方法的

深入研究和比较<sup>[13]</sup>,结合几何定理领域的特点,文中最终采用基于七步法和骨架法相结合的方法构建几何本体<sup>[14]</sup>。首先收集几何领域中的概念和术语,抽象出概念知识体系,然后定义概念和属性,最后用 Protégé 本体编辑器进行本体构建。具体构建方法流程图如图 1 所示。

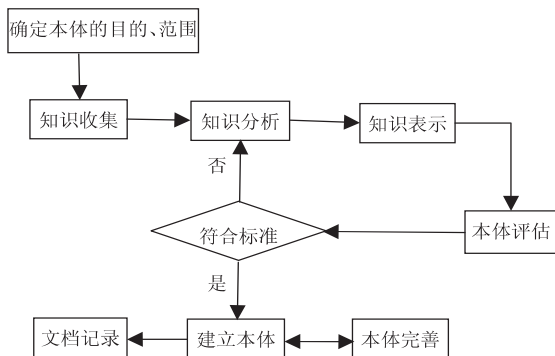


图 1 本体创建流程图

## 3 几何本体模型的设计

在本体知识工程中,本体模型的构建是最基本的阶段,知识推理和知识获取的效率和完整性在很大程度上取决于对领域本体知识库中的知识集合进行本体形式化的好坏。所以分析如何构建一个好的本体模型是很必要的。

构建几何本体模型的步骤如下:

1) 获取几何命题中的术语。根据几何命题抽象出几何术语,如:线段  $EF$  是三角形  $ABC$  的中位线,那么“线段”、“三角形”、“有中位线”、“ $EF$ ”、“ $ABC$ ”就是抽象出的几何命题中的术语,这些术语就是组成几何本体模型的基本元素。

2) 本体模型设计。将上述获取的几何命题中的术语分为类、属性和个体,结果为:类有“线段”、“三角形”;属性有“有中位线”;个体有“ $EF$ ”、“ $ABC$ ”。

3) 构建几何本体模型。按照上述术语分好类之后,分别对这三部分进行构建,下面针对这三部分的构建做一个详细介绍:

(1) 类:就是本体中同一概念个体的集合。类在本体建模工具 Protégé 中是通过 create subclass 来进行具有一定层次关系的类的构建,类的层次关系包括:等价类关系和子类关系,这样建立的类关系就形成树状结构。所有构建的类都是 owl:thing 的子类。

(2) 属性:是指关联到的某个类对象具有的二元关系,其也具有层次性。在 Protégé 中是通过 create subproperty 来进行具有一定层次关系的属性的构建,属性的层次关系只包含子属性关系。本体模型中的属性包括对象属性和数据属性两种。对象属性指的是描述两个不同类的实例之间关系的属性,数据属性指的

是描述类与其实例之间关系的属性。属性自身也具有几种性质,如属性主语的取值范围和属性宾语的取值范围等,其有关性质如表 1 所示。

表 1 属性性质

性质名	描述
owl:domain	属性主语的取值范围
owl:range	属性宾语的取值范围
owl:TransitiveProperty	传递性,如果属性 $P$ 具有传递性,那么对于任意的 $x,y$ 和 $z$ :若有 $P(x,y)$ 与 $P(y,z)$ ,则 $P(x,z)$ 成立
owl:SymmetricProperty	对称性,如果属性 $P$ 具有对称性,那么对于任意 $x$ 和 $y$ :若有 $P(x,y)$ ,则 $P(y,x)$ 成立
owl:InverseOf	逆关系,如果属性 $P_1$ 是属性 $P_2$ 的逆,那么对于所有 $x$ 和 $y$ :若有 $P_1(x,y)$ ,则 $P_2(y,x)$ 成立
owl:FunctionalProperty	函数性,如果属性 $P$ 是函数型属性,那么对于所有 $x,y$ 和 $z$ :若有 $P(x,y)$ 与 $P(x,z)$ ,则 $y=z$ 成立
owl:InverseFunctionalProperty	反函数性,如果属性 $P$ 具有反函数性,那么对于所有 $x,y$ 和 $z$ :若有 $P(y,x)$ 与 $P(z,x)$ ,则 $y=z$ 成立

本体中属性术语根据各领域知识中谓词的分析得出,根据知识描述得出哪些属性属于哪个类。如上述几何命题“线段  $EF$  是三角形  $ABC$  的中位线”,分析可以得出“有中位线”是属性,且是三角形类的属性,其 owl:domain 值是三角形类,owl:range 值是线段类。根据几何定理领域的特点可以得出此领域的领域属性,其几何定理领域的部分领域属性如表 2 所示。

表 2 部分领域属性

属性名	属性类型	属性含义	领域	范畴
有中点	对象类型	线段有中点	线段	点
有端点	对象类型	线段有端点	线段	点
有边	对象类型	三角形有边	三角形	线段
有顶点	对象类型	三角形有顶点	三角形	点
有角	对象类型	三角形有角	三角形	角
平行关系	对象类型	两线段平行	线段	线段
角度	数据类型	角的度数	角	float
长度	数据类型	线段的长度	线段	float

(3)个体:个体是类的具体实例化。在 Protégé 中个体的构建是通过类进行 create individuals 来构建的。个体是根据几何具体案例来进行元素实例化的,如上述命题,线段  $EF$ 、三角形  $ABC$  均是个体,线段  $EF$  属于线段类的实例,三角形  $ABC$  属于三角形类的实例。

4)完善几何本体。对已经构建好的几何本体模型进行类属性约束、属性限制和个体性质等的完善,从而构建的本体中的属性主语和宾语取值明确,个体实例性质数据完整。

4 规则描述

在构建本体模型时,需要考虑知识库中数据的大小和查询效率,因此有些性质属性是没必要在本体构建时描述的,否则会造成知识库数据量过于庞大和数据冗余,使得数据关系不清晰,紊乱,最后有可能会 出现查询的重复性,查询时间复杂度很大和效率极低等问题。虽然描述逻辑提供了本体推理的功能,但是有些关系仅仅用描述逻辑是描述和推理不出来的,如证明同一条线段相等和关系间的组合推理。为了能够解决这一问题,可以通过用户自定义规则来扩充语义关系,从而在本体模型基础上结合自定义规则进行规则推理。

文中使用 Prolog 来进行用户自定义规则描述,规则描述思路是:以构建好的几何定理本体模型为基础,将性质定理的定理名作为规则头部,定理描述作为规则体,定理结论作为新知识库的属性。已经定义好的规则可以在其他规则定义时加上其头部信息作为已知属性进行复用,从而基于这点实现了定理规则的半自动生成方法。

5 几何定理案例分析

根据几何知识体系建立几何本体模型,在基于规则描述语言 Prolog 和推理引擎 Jena 的 AllegroGraph 平台下对本体模型进行语义规则的扩充和推理,获得更多知识,丰富几何定理知识库;其次基于本体查询语言 SPARQL,对知识库进行查询以及利用 Prolog 中的查询目标语句进行数据查询,得到几何定理案例中所要证明的结论。

下面以一个具体的几何证明题为例来说明用本体实现几何定理证明。

例:已知平行四边形  $ABCD$ ,连接其对角线  $AC$ ,如图 2 所示。证明三角形  $ABC$  全等于三角形  $CDA$ 。

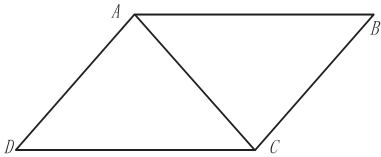


图 2 命题实例示意图

分析本例给出的已知条件,包含的基本类有:三角形类、平行四边形类、线段类、点类;属性有:长度、线段相等、线段平行、有顶点、有边、有端点、有对边;个体有:三角形个体  $ABC$ 、 $ACD$ ,平行四边形个体  $ABCD$ ,线段个体  $AB$ 、 $AD$ 、 $AC$ 、 $BC$ 、 $CD$ ,点个体  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 。

目前已有的本体推理机制有前向推理机制、后向推理机制和混合式推理机制,通过分析三种推理机制的优缺点和几何定理证明的特殊性,文中决定采用双向推理机制进行定理证明推理。

1)前向推理机制分析。

前向推理机制是根据已知条件及相关的性质定理进行推理得到相关结论。根据该例分析,构建相应的本体个体,分析出该例中涉及到的类和属性,并根据已知条件找出与之相关的几何性质定理、公理,部分相关的性质定理如表 3 所示。

表 3 部分相关性性质定理

对象类	几何性质定理	定理描述	结论
平行四边形	平行四边形性质 1	平行四边形两组对边分别平行	对边平行
	平行四边形性质 2	平行四边形两组对边分别相等	对边相等
	平行四边形性质 3	平行四边形两组对角分别相等	对角相等
	平行四边形性质 4	平行四边形对角线互相平分	对角线平分
线段	公理	同一条线段相等	线段相等

表 3 中的平行四边形性质定理有四条,根据具体分析,文中通过 Prolog 规则对“平行四边形性质 2”定理进行描述。同时与线段相等有关系的还有线段公理,因此将这两条定理用 Prolog 进行描述如下:

(1)平行四边形性质 2 定理:

(<--(平行四边形对边相等 ? x ? s<sub>1</sub>? s<sub>3</sub>? s<sub>2</sub>? s<sub>4</sub>)

(q- ? x ! rdf:type ! ex:平行四边形)

(q- ? x ! ex:有边 ? s<sub>1</sub>)

(q- ? x ! ex:有边 ? s<sub>2</sub>)

(q- ? x ! ex:有边 ? s<sub>3</sub>)

(q- ? x ! ex:有边 ? s<sub>4</sub>)

(not(part= ? s<sub>1</sub>? s<sub>2</sub>))

(not(part= ? s<sub>3</sub>? s<sub>4</sub>))

(not(part= ? s<sub>1</sub>? s<sub>3</sub>))

(q- ? s<sub>1</sub>! ex:有对边 ? s<sub>3</sub>)

(q- ? s<sub>2</sub>! ex:有对边 ? s<sub>4</sub>))

(2)同一条线段相等:

(<--(线段相等 ? x ? y)

(q- ? x ! rdf:type ! ex:线段)

(q- ? y ! rdf:type ! ex:线段)

(part= ? x ? y))

第一个规则中的 s<sub>1</sub>和 s<sub>3</sub>是对边,s<sub>2</sub>和 s<sub>4</sub>是对边,根据平行四边形性质 2 定理“平行四边形两组对边分别相等”的定义编写了规则体。通过对以上本体和规则进行推理,可以得出的结论为:AB=CD、AD=BC、AC=AC,将规则得出的结论填充到知识库中。

2)后向推理机制分析。

所谓后向推理,就是从结论出发往已知条件或公

理定理推导得到相关结论,类似于归纳的过程。该例证明结论为两三角形全等,因此可以通过三角形全等的判定定理来证明其结论,判定定理如表 4 所示。

表 4 三角形全等的判定定理

判定定理	定理描述
三角形全等判定定理 1 (边边边)	三组对应边分别相等的两个三角形全等
三角形全等判定定理 2 (边角边)	有两边及其夹角对应相等的两个三角形全等
三角形全等判定定理 3 (角边角)	有两角及其夹边对应相等的两个三角形全等
三角形全等判定定理 4 (角角边)	有两角及其一角的对边对应相等的两个三角形全等

通过对上述的“前向推理系统分析”,该处应该采用“三角形全等判定定理 1(边边边)”来进行证明。因为该结论是两个三角形三边相等,都是三角形类的同一本体模型,所以可以按照文中提出的规则描述思路自定义全等规则,先定义“三角形有三条边”规则,这样在全等判定规则书写时可以直接使用,简化了全等判定规则的书写,使读者对规则更清晰。

(1)“三角形有三条边”规则如下:

(<--(三角形有三条边 ? g ? x ? y ? z)

(q- ? g ! rdf:type ! ex:三角形)

(q- ? g ! ex:有边 ? x)

(q- ? g ! ex:有边 ? y)

(q- ? g ! ex:有边 ? z)

(not(part= ? x ? y))

(not(part= ? z ? y))

(not(part= ? x ? z)))

其中,g 代表三角形;x、y、z 分别代表三角形的三条边。

(2)两个三角形全等判定定理 1(边边边)。

(<--(两三角形全等 ? x ? y)

(q- ? x ! rdf:type ! ex:三角形)

(q- ? y ! rdf:type ! ex:三角形)

(三角形有三条边 ? x ? a ? b ? c)

(三角形有三条边 ? y ? f ? g ? h)

(q- a ! ex:边相等 ? f)

(q- b ! ex:边相等 ? g)

(q- c ! ex:边相等 ? h))

通过调用以上前向推理系统和后向推理系统中的推理规则,用规则查询语句(select(? x ? y (两三角形全等 ? x ? y))),即可得到三角形 ABC 全等于三角形 CDA。

在采用 Protégé 本体建模工具创建好本体模型和此命题实例模型之后,将其保存为. owl 格式文件。规



则推理还需要借助推理机,推理机有很多,如 Pellet、Racer、Jena 和 FaCT 等,文中采用基于 Jena 和 Prolog 的 AllegroGraph(AG)数据库进行推理,在上文已经简单介绍了 AG 的特点。然后将 Prolog 规则和本体模型文件引入到 AG 推理引擎中,基于推理机进行推理,最后就可以得到三角形  $ABC$  和三角形  $CDA$  全等。

## 6 结束语

文中通过对语义 Web 和本体理论以及规则推理等的研究,对定理机器证明和几何定理问题的探讨,应用本体对几何定理进行推理证明。该证明方法过程符合人们的思维习惯,而且本体推理脱离了代数形式,其推理过程接近自然语言的描述。基于本体强大的知识表示能力,对象之间关系清晰明确,支持复杂关系间的组合推理以及 AllegroGraph 强大的知识推理能力等优点,使得几何定理证明过程中的信息不会过于膨胀紊乱,提高了推理效率。

### 参考文献:

[1] 吴文俊.初等几何判定问题与机械化证明[J].中国科学(A辑),1997,20(6):507-516.  
[2] 张景中.平面几何新路-解题研究[M].成都:四川教育出版社,1994.  
[3] 常晋义,陶世群,邓超.一种演绎数据库系统的设计与实

(上接第 88 页)

述的范围比较广泛,其中对概念的描述无法满足不同领域概念含义的特殊性,而且存在于某些领域的特殊概念在通用本体中无法全部提及,这样就可能会引起检索过程中的语义曲解和检索无结果等问题。相比之下,文中研究基于 OWL 对专业领域知识的描述,解决了以上的缺陷和不足,可以从专业角度更准确地描述专业领域概念、更全面地收集领域特殊概念,适用于计算机专业领域的跨语言信息检索。

### 参考文献:

[1] 戴维民.语义网信息组织技术与方法[M].上海:学林出版社,2008.  
[2] 祁智苗.基于 HowNet 的语义检索模型的设计与实现[D].北京:北京邮电大学,2009.  
[3] 赵小兵,邱莉榕,赵铁军.多民族语言本体知识库构建技术[J].中文信息学报,2011,25(4):71-74.  
[4] 寿亦敏.跨语言信息检索的国内外比较研究[J].情报资料工作,2009(4):53-57.  
[5] 曹灿.基于本体的软件工程课程知识库研究和应用[D].北京:北京林业大学,2010.


现[J].北京工业大学学报,2004,30(4):505-509.  
[4] 钟秀琴,符红光,丁盘苹.基于本体和 Prolog 的平面几何定理证明[J].电子科技大学学报,2011,40(3):429-434.  
[5] 郝泳涛,刘峥,楼狄明.基于本体几何特征分析的产品制造行为推理[J].同济大学学报(自然科学版),2011,39(9):1339-1344.  
[6] 李杰.几何过程本体的构建及其应用研究[D].成都:电子科技大学,2012.  
[7] 袁莹.基于 AllegroGraph 的空间数据语义查询研究[J].厦门理工学院学报,2011,19(4):50-54.  
[8] Gruber T R. A translation approach to portable ontology specifications[J]. Knowledge Acquisition, 1993, 5(2):199-220.  
[9] Studer R,Benjamins V R,Fensel D. Knowledge engineering, principles and methods[J]. Data and Knowledge Engineering,1998,25(1-2):161-197.  
[10] Prolog[EB/OL]. 2002. <http://en.wikipedia.org/wiki/Prolog>.  
[11] Allegrograph[EB/OL]. 2006. <http://www.franz.com/ag-raph/allegrograph>.  
[12] 李恒杰,李军权,李明.领域本体建模方法研究[J].计算机工程与设计,2008,29(2):381-384.  
[13] 陈琨,张蕾.基于知识图的领域本体构建方法[J].计算机应用,2011,31(6):1664-1666.  
[14] 韩韧,黄永忠,刘振林,等.OWL 本体构建方法的研究[J].计算机工程与设计,2008,29(6):1397-1400.

[6] 刘伟成,孙吉红.多语言本体构建及其在跨语言信息检索中的应用[J].武汉科技大学学报:社会科学版,2008,10(4):73-76.  
[7] 杜志银,刘芳,胡虹,等.临床检验诊断学双语领域本体构建方法研究[J].情报探索,2010(6):18-20.  
[8] 塔娜.面向跨语言信息检索的蒙汉语义词典构建[D].呼和浩特:内蒙古师范大学,2011.  
[9] 田久乐,赵蔚.基于同义词词林的词语相似度计算方法[J].吉林大学学报(信息科学版),2010,28(6):602-608.  
[10] 胡鹤,刘大有,王生生.Web 本体语言 OWL[J].计算机工程,2004,30(12):1-2.  
[11] 纪兆辉.本体的查询与推理研究[J].微电子学与计算机,2011,28(10):52-55.  
[12] 刘紫玉,黄磊.基于领域本体模型的概念语义相似度计算研究[J].铁道学报,2011,33(1):52-57.  
[13] 黄果,周竹荣.基于领域本体的概念语义相似度计算研究[J].计算机工程与设计,2007,28(10):2460-2463.  
[14] 陈振庆,罗兰花.基于 OWL 本体的 UML 类图推理[J].计算机应用与软件,2011,28(8):190-192.  
[15] 金鑫.面向 Web 信息资源的领域本体模型自动构建机制的研究[J].计算机科学,2012,39(6):213-216.

# 应用本体和AllegroGraph实现几何定理证明

作者：吴店年， 李云清， WU Dian-nian， LI Yun-qing

作者单位：江西师范大学 计算机信息工程学院, 江西 南昌, 330022

刊名：计算机技术与发展

英文刊名：Computer Technology and Development

年，卷(期)：2014(8)

本文链接：[http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201408021.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201408021.aspx)