

# 基于三值光学处理器的加法算法研究

李梅

(西安工业大学 计算机科学与工程学院, 陕西 西安 710021)

**摘要:**加法运算是最基本的运算。随着运算数字长度的增加,级联加法器所产生的进位传播导致计算速度的严重下降,学者们提出多种多样的解决方法,其中使用光学方法解决加法进位问题因其并行性独具优势而受到肯定。文中对加法的实现方法进行了分析,并指出简单套用先行进位等算法思想对于三值光计算机不适合,探索适合三值光计算机的光学处理器的加法算法—MSD加法,结合处理器液晶阵列 $10^4$ 以上的数据位数,找到更适合三值光计算机特点的加法算法。

**关键词:**三值光计算机;三值逻辑光学处理器;加法;MSD编码

中图分类号:TP301

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2014)07-0056-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2014.07.014

## Research on Addition Algorithm Based on Ternary Optical Processor

LI Mei

(College of Computer Science & Engineering, Xi'an Technological University,  
Xi'an 710021, China)

**Abstract:** Addition is the most fundamental operation. With the length of the operands grows the carry produced by cascading adder will lower down the speed dramatically. The Researchers have put forward various solution, optical method solving the addition carry gains wide acceptance for its concurrency. First discuss the implementation methods of addition and then analyze the mismatched thought of "carry in advance" which adapts not to ternary optical computer. Some other addition algorithm such as MSD is probed. Combing the  $10^4$  data bits of the optical processor's liquid crystal array, find the suitable addition for this optical computer at last.

**Key words:** ternary optical computer; ternary logic optical processor; addition; MSD code

## 0 引言

数字计算中最为重要的算术操作当属加法运算,它对于系统的整体计算性能至关重要。由于加法的运算速度受到低位向高位串行传播的进位延时限制,随着加数和被加数数字长度的增加,级联加法器所产生的进位传播导致计算速度的严重下降,如何解决进位延时受到研究者的极大关注<sup>[1]</sup>。光具有空间巨并行性和无高频辐射特性,于是很多学者尝试用光学方法模拟电子计算机实现加法,研究成果多达数十种<sup>[2]</sup>。

三值光计算机<sup>[3]</sup>的主要构成器件是液晶阵列,能够轻松拥有 $10^4$ 以上的处理像素即数据位数。在探索如何用三值光计算机实现加法时,笔者认为:由于串行进位过程将严重延迟加法器的运算时间,因此简单套用“先行进位”思想并不适合在三值光计算机上实现加法,而模拟电子计算机折中做法的“分组先行进位”

思想对于三值光计算机也行不通,应该找出更适合三值光计算机特点的数值表示和编码方式,设计出充分发挥三值光计算机优势的算法<sup>[4]</sup>。

三值光计算机的三值逻辑光学处理器具有位数多、可重构以及能够完成三值运算的特点,这启发三值光计算机应用研究者们考虑利用该处理器实现位数巨大的逻辑运算。三值光计算机没有进位加法器,而实现MSD加法无需进位,适合三值光计算机目前的光学处理器,因此首先考虑在三值光计算机上以MSD加法作为实现加法的方式,下面对实现MSD加法的算法进行深入探索。

## 1 三值光计算机的编码方式

选择适当的数字编码系统是设计处理器的要素之一,对于算法设计和体系架构存在着重要的影响。三

收稿日期:2013-09-30

修回日期:2014-01-07

网络出版时间:2014-04-24

基金项目:国家自然科学基金项目(61073049);西安工业大学校长科研基金项目(XAGDXJJ1215)

作者简介:李梅(1977-),女,博士,讲师,CCF会员,研究方向为三值光计算机、光处理器、人工智能。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20140424.0830.078.html>

值光计算机是一种新型的光电混合计算机,采用何种数字编码系统将会影响到其功能和特性的发挥,尤其在处理巨大位数操作数的运算时,充分发挥三值光计算机的位数大、并行处理的特性就更为重要。

目前主要有两类编码方法:二进制表示法和非二进制表示法。光计算机和电子计算机有着不同的特性,简单模仿电子计算机,采用二进制编码并不能真正发挥光计算机的优势,应该从光计算机本性出发,研究适合光计算机的编码方式,于是涌现出各种非二进制表示法。其中具有代表意义的编码方法有:余数表示法和带符号的数字表示法(Signed Digit,SD)<sup>[5-12]</sup>。

改良符号数 MSD 编码系统是符号数编码系统的子集,也是一种冗余表示计数法,由于进位(或借位)关系已在相邻两个数值的编码排列中得到解决,在 MSD 编码数字系统中,加(减)法运算没有进(借)位过程,这正好符合三值光计算机对数据位之间没有关联的无进位加(减)法的要求。同时,三值光学处理器具有第三个特性:用两个正交的偏振态和无光态表示信息,即它的每个数据位均有三个取值:0、1、 $\bar{1}$ ,可以令  $u = -1$ ,这样就能满足 MSD 编码对每一位数字取三个值“0,1, $\bar{1}$ ”的要求。

在三值光学计算机中采用 MSD 编码方式,两者的长处都得到充分发挥,正是相得益彰。

2 三值光计算机的加法算法

2.1 MSD 加法算法

一位 MSD 数的加法如表 1 所示。

表 1 一位 MSD 数的加法

$a$	$b$	$c$
1	1	10
0	1	1
$\bar{1}$	1	0
1	0	1
0	0	0
$\bar{1}$	0	$\bar{1}$
1	$\bar{1}$	0
0	$\bar{1}$	$\bar{1}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}0$

从上表可以看出,当加法操作数为两个 1 或者两个  $\bar{1}$  时会产生进位。MSD 加法算法规避进位的思想简单说,就是把加法的操作数转换成一个由本位组成的数字序列和一个由进位组成的数字序列进行相加,并且保证第  $i$  个本位与第  $i-1$  个进位不会同时出现两个 1 或者两个  $\bar{1}$ ,因此加法就不会产生进位,可以并行地对每一位同时进行相加操作。

目前已经提出了一些 MSD 加法算法<sup>[13-15]</sup>,按照算法的步骤数划分,大致分为三类:三步法<sup>[13]</sup>、二步法<sup>[14]</sup>、单步法<sup>[15]</sup>。

(1) 三步法。

MSD 加法三步算法的流程如图 1 所示。其中,设被加数  $X$  和加数  $Y$  分别为五位数  $x_{i+1}x_ix_{i-1}x_{i-2}x_{i-3}y_{i+1}y_iy_{i-1}y_{i-2}y_{i-3}$ ;图中的方块表示在 MSD 加法算法中所使用的二元三值变换函数; $t_i$  和  $w_i$  表示  $x_i$  和  $y_i$  经过第一步的变换生成的进位和本位, $t_i'$  和  $w_i'$  表示  $t_{i-1}$  和  $w_i$  经过第二步的变换生成的进位和本位, $t_i''$  和  $w_i''$  表示  $t_{i-1}'$  和  $w_i'$  经过第三步的变换生成的进位和本位。实际上,经过前两个步骤,在第三步中已经规避了进位  $t_i''$ ,即不会同时有两个 1 或者两个  $\bar{1}$  相加,因此由所有本位  $w_{i+3}''w_{i+2}''w_{i+1}''w_i''w_{i-1}''w_{i-2}''w_{i-3}''$  组成的序列就是  $X$  和  $Y$  相加的最终结果。从图中可以看出,在三组变换中所有的位并行进行计算(变换)。

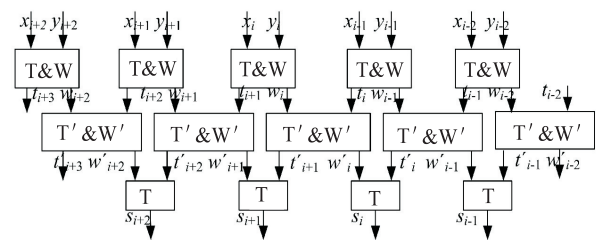


图 1 MSD 加法算法的三步流程

具体的算法描述如下:

设被加数  $X$  和加数  $Y$  的 MSD 表示分别为:  $X = x_{n-1}, \dots, x_i, \dots, x_0, Y = y_{n-1}, \dots, y_i, \dots, y_0$ , 它们之和的 MSD 表示为  $S = s_{n-1}, \dots, s_i, \dots, s_0$ 。

第一步,对位。若  $X$  与  $Y$  的位数不相等,则在位数较少者的最高位前补若干个“0”以使  $X$  与  $Y$  的位数相等。

第二步,计算  $x_i + y_i$  得到  $t_{i+1}$ ,  $x_i + y_i$  得到  $w_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ )。即对两个输入数  $X$  与  $Y$  对应的每一位  $x_i$  和  $y_i$  分别进行 T 变换得到  $t_{i+1}$ ,进行 W 变换得到  $w_i$ ,其中 T 变换的真值表如表 2 所示,W 变换的真值表如表 3 所示。

表 2 T 变换真值表

T 变换	1	0	$\bar{1}$
1	1	1	0
0	1	0	$\bar{1}$
$\bar{1}$	0	$\bar{1}$	$\bar{1}$

表 3 W 变换真值表

W 变换	1	0	$\bar{1}$
1	0	$\bar{1}$	0
0	$\bar{1}$	0	1
$\bar{1}$	0	1	0

第三步,补 0。令  $t_0 = 0, w_n = 0$ 。

第四步,计算  $t_i + w_i \xrightarrow{T} t'_{i+1}, t_i + w_i \xrightarrow{W} w'_i (i = 0, 1, \cdots, n)$ , 即对对应的每一位  $t_i$  和  $w_i$  分别进行 T' 变换得到  $t'_{i+1}$ , 进行 W' 变换得到  $w'_i$ , 其中 T' 变换的真值表如表 4 所示, W' 变换的真值表如表 5 所示。

表 4 T'变换真值表

T'变换	1	0	$\bar{1}$
1	1	0	0
0	0	0	0
$\bar{1}$	0	0	$\bar{1}$

表 5 W'变换真值表

W'变换	1	0	$\bar{1}$
1	0	1	0
0	1	0	$\bar{1}$
$\bar{1}$	0	$\bar{1}$	0

第五步,补 0。令  $t'_0 = 0, w'_{n+1} = 0$ 。

第六步,计算  $t'_i + w'_{i+1} \xrightarrow{T} s_i (i = 0, 1, \cdots, n + 1)$ , 即对对应的每一位  $t'_i$  和  $w'_{i+1}$  进行 T 变换, 得到 X 与 Y 的 MSD 加法和 S 的每一位  $s_i$ 。

可以看出两个  $n$  位的 MSD 数相加的结果是一个  $n + 2$  位 MSD 数, 而且所需的步数与两操作数的位数无关, 所以 MSD 加法可以克服两高位数相加时由于进位传播导致的计算速度瓶颈问题。

(2) 二步法。

为了把 MSD 加法算法的步骤从三步减少到二步, 对图 1 中三步算法的第二步作出限定:  $t_{i-1}$  和  $w_i$  不能同时出现两个 1 或者两个  $\bar{1}$ , 这样就规避了进位, 第二步计算的结果就是最终结果。

对于  $x_i$  和  $y_i$  的不同取值,  $[t_i, w_i]$  分为下面的几种情况:

- 当  $[x_i, y_i]$  为  $[1, 1], [1, \bar{1}], [0, 0], [\bar{1}, 1], [\bar{1}, \bar{1}]$  时,  $[t_i, w_i]$  相应取值都是确定的, 分别为  $[1, 0], [0, 0], [0, 0], [0, 0], [\bar{1}, 0]$ ;
- 当  $[x_i, y_i]$  为  $[1, 0]$  或者  $[0, 1]$  时,  $[t_i, w_i]$  相应取值有两种可能:  $[1, \bar{1}]$  和  $[0, 1]$ 。具体的选择与  $[x_{i-1}, y_{i-1}]$  有关;
- 当  $[x_i, y_i]$  为  $[\bar{1}, 0]$  或者  $[0, \bar{1}]$  时,  $[t_i, w_i]$  相应取值有两种可能:  $[\bar{1}, 1]$  和  $[0, \bar{1}]$ 。具体的选择也与  $[x_{i-1}, y_{i-1}]$  有关。

总结后见表 6。

当  $[t_i, w_i]$  按照表 6 选择之后, 在第二步就不会产生进位。

表 6  $t_i, w_i$  与  $x_i, y_i$  关系表

$x_i$	$y_i$	$x_{i-1}$	$y_{i-1}$	$t_i$	$w_i$
1	1			1	0
1	0	均为 +		1	$\bar{1}$
0	1	其他		0	1
0	0			0	0
1	$\bar{1}$			0	0
$\bar{1}$	1			0	0
0	$\bar{1}$	均为 +		0	$\bar{1}$
$\bar{1}$	0	其他		$\bar{1}$	1
$\bar{1}$	$\bar{1}$			$\bar{1}$	0

(3) 单步法。

二步法提出的方法把进位限定在相邻两个位之间, 这表明最终结果的每一位仅依赖于加数和被加数的两个相邻位置的数字, 同时使用多个变换处理器处理一对加法操作数的相应位数, 可以在一步之内完成 MSD 加法。

2.2 三值光计算机的 MSD 加法算法

三值光计算机用液晶阵列控制光束的偏振方向, 由于液晶阵列的每一个像素代表一个位, 因此三值光计算机的数据位数非常多, 目前的实验系统已经达到 1 千位, 而且很容易继续呈数量级地扩大。当三值光计算机实现加法, 尤其是位数巨大的加法时, 若采用电子计算机的加法方法, 三值光计算机的位数优势会由于产生的串行进位延迟而埋没。MSD 加法通过按位并行逻辑操作, 规避了加法的串行进位, 任意位数的加法均可在相同的时间内完成, 因此在三值光计算机上实现加法, 尤其是位数巨大的加法时, 采用 MSD 加法能发挥三值光计算机位数多的优点。

MSD 加法在完成加法时, 首先把两个加法操作数的每一个数据位转换成辅助中间数, 然后对中间数进行几次逻辑变换, 因此需要数倍于数据位数的运算器位数和很多逻辑运算器, 这也是以前各种实现 MSD 加法的方法通用性较差的原因。三值光学计算机的位数多, 而且三值逻辑光学处理器具有可重构特性, 随时把处理器的任意区域构造造成需要的二元三值逻辑运算器, 这使得三值光计算机更适合处理数据位之间没有关联的逻辑运算, 因此在三值光计算机上实现 MSD 加法既能发挥三值光计算机位数多、易于完成逻辑运算的优点, 又能弥补 MSD 加法的不足; 较以往的实现方法而言, 三值光计算机实现 MSD 加法的方法的通用性得到提高。

综上所述, 三值光学计算机与 MSD 算法相互配合, 把两者的优势都发挥出来。上面三类 MSD 加法算法, 各有利弊。三步法简单易行, 步骤相对多; 二步法

和单步法利用下一位和下两位的信息减少了运算步骤,运算速度相对较快,但产生的中间变量太多,对存储信息量要求较高。相比之下采用三步法实现 MSD 加法。

3 结束语

三值光计算机的“进位直达”的加法进位思想,为进位设置专用通道,设法使所有的进位同步完成,称其为“进位直达”方式。依靠这一全新方式,不仅可以大大简化加法器的整体结构、缩短运算时间,而且使得运算时间定长,与数据位数无关。此设计方案为实现光学并行加法器开创了新途径,并大幅度简化了对加法器的管理难度,但目前仅有理论模型,专用进位通道的硬件尚未成型。

三值光学计算机的逻辑光学处理器是按照降值设计理论完成的,它能够完成 19 683 种二元三值逻辑运算。为了能够在该光学处理器上实现加法运算,进行了如下的研究探索:不能简单套用“先行进位”思想在光学计算机上实现加法,仿照电子计算机“分组先行进位”思想的折中方法对于三值光计算机也不行,要找出适合三值光计算机特点的数值表示和编码方式和能够发挥三值光计算机优势的算法。而 MSD 加法无需进位,只要通过多个逻辑变换就可以实现加法,正适合三值光学逻辑处理器的特点;同时利用光学处理器可以实现逻辑变换的并行处理,充分发挥处理器位数巨大的优势。

参考文献:

[1] 幸云辉,杨旭东. 计算机组成原理实用教程[M]. 北京:清华大学出版社,2001.

[2] 李育林,傅晓理. 空间光调制器及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1996.

(上接第 55 页)  
-3312.

[8] 吕林涛,陈丽萍,周红芳. 面向垂直搜索引擎的主题提取算法[J]. 计算机工程,2009,35(15):44-46.

[9] 罗林波,陈 绮,吴清秀. 基于 Shark-Search 和 Hits 算法的主题爬虫研究[J]. 计算机技术与发展,2010,20(11):76-79.

[10] Charkrabarti S,Dom B,Indyk P. Enhanced hypertext categorization using hyperlink[C]//Proc of the ACM SIGMOD international conference on management of data. [s. l.]:[s. n. ], 1998:307-318.

[3] 金 翊,何华灿,艾丽蓉. 一种未来的计算机-三值光计算机[J]. 科技广场,2005(1):106-108.

[4] 金 翊,何华灿,艾丽蓉. 进位直达并行三值光计算机加法器原理[J]. 中国科学 E 辑 信息科学,2004,34(8):930-938.

[5] Avizienis A. Signed-digit number representations for fast parallel arithmetic [J]. IRE Trans on Electronic Computers, 1961,EC-10(3):389-400.

[6] 罗金平,陈书明,周兴铭. 基于符号替换逻辑的光学数字计算[J]. 计算机科学,1996,23(1):5-9.

[7] 李国强. 负二进制编码的光学阵列化复数运算[J]. 光学学报,1995,15(10):1419-1421.

[8] Drake B L,Bocker R P,Lasher M E,et al. Photonic computing using the modified signed digit number representation[J]. Optical Engineering,1986,25(1):38-43.

[9] Alam M S. Efficient binary signed-digit symbolic arithmetic [J]. Opt Lett,1994(19):353-355.

[10] Alam M S,Ahuja Y,Cherri A K,et al. Symmetrically recoded quaternary signed-digit arithmetic using a shared content-addressable memory[J]. Opt Eng,1996,35:1141-1149.

[11] Li Guoqiang,Liu Liren,Cheng Huiquan,et al. Simplified quaternary signed-digit arithmetic and its optical implementation [J]. Opt Commun,1998,137:389-396.

[12] 左开中,金 翊,严军勇. 三值光计算机的数值表示及其基本算法[J]. 计算机技术与发展,2007,17(9):8-10.

[13] Huang Hongxin,Itoh M,Yatagai T. Modified signed-digit arithmetic based on redundant bit representation [J]. Applied Optics,1994,33(26):6146-6156.

[14] Qian Feng,Li Guoqiang,Ruan Hao,et al. Two-step digit-set-restricted modified signed-digit addition-subtraction algorithm and its optoelectronic implementation [J]. Applied Optics, 1999,38(26):5621-5630.

[15] Barua S. Carry-free optical binary adders[C]//Proc of SPIE. [s. l.]:[s. n. ],1990.

[11] 皮 靖,邵雄凯,肖雅夫. 基于朴素贝叶斯算法的主题爬虫的研究[J]. 计算机与数字工程,2012,40(6):76-78.

[12] Peng Tao,Zou Wanli,He Fengling. SVM based adaptive learning method for text classification from positive and unlabeled documents[J]. Knowledge and Information Systems,2008,16(3):281-301.

[13] 张俊英,胡 侠,卜佳俊. 网页文本信息自动提取技术综述[J]. 计算机应用研究,2009,26(8):2827-2831.

[14] 陈治昂,周知予,李大学. 一种基于模板的快速网页文本自动抽取算法[J]. 计算机应用研究,2009,26(7):2646-2649.

# 基于三值光学处理器的加法算法研究

作者:

李梅, LI Mei

作者单位:

西安工业大学 计算机科学与工程学院, 陕西 西安, 710021

刊名:

计算机技术与发展 

英文刊名:

Computer Technology and Development

年, 卷(期):

2014(7)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201407014.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201407014.aspx)