

小波高频子带变换裁剪阈值 SAMP 算法研究

周飞飞, 李 雷

(南京邮电大学 理学院, 江苏 南京 210023)

摘 要:文中首先针对离散小波变换(DWT)破坏了低频逼近系数之间的相关性,导致重构质量变差的问题,提出小波高频子带变换(HFSBWT)的稀疏表示方法。其次针对稀疏度自适应匹配追踪(SAMP)算法的原子候选集在每次迭代时成倍增加造成存储空间浪费和重构时间变长等问题,提出裁剪阈值稀疏度自适应匹配追踪(CTSAMP)算法。最后仿真结果表明:对于同一重构算法,小波高频子带变换的图像重构峰值信噪比提高 3 dB 左右。在小波高频子带变换稀疏表示后采用裁剪阈值稀疏度自适应匹配追踪算法,重构图像的性能有了明显的提高,重构时间缩短一半。

关键词:压缩感知;图像重构;高频子带小波变换;裁剪阈值 SAMP 算法

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2014)05-0083-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2014.05.020

Research on Clipping Threshold SAMP Algorithm Based on High Frequency Sub-band Wavelet Transform

ZHOU Fei-fei, LI Lei

(College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: Firstly, aiming at the problem which the Discrete Wavelet Transform (DWT) destroyed the correlation between low-frequency approximation coefficients, resulting in the bad quality of reconstruction, put forward a new way of sparse representation named High Frequency Sub-Band Wavelet Transform (HFSBWT). Secondly, in view of the problem that Sparsity Adaptive Matching Pursuit (SAMP) algorithm atoms candidate set multiplied lead to wasting storage space and lengthening reconstruction time at each iteration, propose a method named Clipping Threshold Sparsity Adaptive Matching Pursuit (CTSAMP) algorithms. The simulation results show that for the same reconstruction algorithm, the image reconstruction PSNR of HFSBWT increases about 3 dB. For image signal sparse representation use HFSBWT after CTSAMP reconstruction algorithm, the reconstructed performance of image has been significantly improved, and reconstruction time has cut in half.

Key words: compressed sensing; image reconstruction; high frequency sub-band wavelet transform; cropping threshold sparse adaptive matching pursuit

0 引 言

压缩感知(Compressed Sensing, CS)^[1-2]理论突破了奈奎斯特采样定理对采样速率的限制,实现数据的采样和压缩同时进行,将数据从高维向低维投影,通过投影观测值和重构算法恢复出信号。CS理论实现这一过程主要有三个步骤:信号稀疏表示,观测矩阵设计和重构算法。

信号的稀疏性是保证压缩感知技术有效的前提,传统压缩感知图像重构中使用小波基或离散小波变换(DWT),对图像信号的稀疏化效果虽优于离散余弦变

换(DCT)和离散傅里叶变换(DFT),但由于普通图像信号的特性,其低频部分仍然难以稀疏化,统一处理时破坏系数之间的相关性,导致重构信号质量变差。因此提出一种新的信号稀疏表示方法,小波高频子带变换(High Frequency Sub-Band Wavelet Transform, HFSBWT)稀疏表示,稀疏性增强,重构效果提高。

重构算法是压缩感知中最关键一步,它性能的好坏决定了重构质量优劣和恢复时间长短。匹配追踪系列算法是基于 l_0 范数^[3-4]最优化问题,这类算法重构时间迅速、计算复杂度低,值得深究。针对稀疏度自适

收稿日期:2013-07-06

修回日期:2013-10-14

网络出版时间:2014-02-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61070234, 61071167)

作者简介:周飞飞(1990-),女,江苏南通人,硕士研究生,研究方向为非线性分析及应用;李 雷,博士,教授,研究方向为智能信号处理和非线性科学及其在通信中的应用研究。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20140211.1450.014.html>

应匹配追踪 (Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP) 算法的原子候选集在每次迭代时成倍的增加造成存储空间浪费和重构时间变长等问题, 提出裁剪阈值稀疏度自适应匹配追踪 (Clipping Threshold Sparsity Adaptive Matching Pursuit, CTSAMP) 算法。引进裁剪阈值, 原子选取时就进行裁剪, 选出相关性大的原子, 舍弃相关性小的, 节约原子选取空间, 缩短迭代时间。

1 压缩感知理论

若 N 长信号 x 在正交基 Ψ 下的变换系数是稀疏的, 那么可以用一个与变换基不相关的观测矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ (其中 $M \ll N$) 对稀疏系数向量线性测量, 得到观测向量 $y \in R^{M \times 1}$, 利用优化算法从低维向量 y 高概率地重构出高维向量 x 。

图 1 是压缩感知框架下的信号重构的过程图, 其中 $A = \Phi\Psi$, 称为 CS 矩阵。

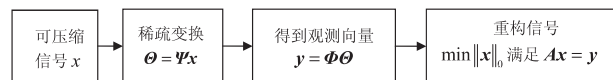


图 1 压缩感知理论的信号重构过程

如果 $\|\Theta\|_0 = K \ll N$, 则表明信号是稀疏的或可压缩的, 其中 $\|\Theta\|_0$ 表示 K - 稀疏信号中非零元素的个数, 则信号重构过程一般表述为式 (1) 中求解 l_0 范数最优化问题。

$$\begin{cases} \min_x \|x\|_0 \\ \text{s. t. } Ax = \Phi\Psi x = y \end{cases} \quad (1)$$

求解 l_0 范数最优化问题最典型的是匹配追踪系列算法, 它是一种迭代贪婪追踪算法, 比较成熟的算法有: 匹配追踪 (Matching Pursuit, MP) 算法^[5]、正交匹配追踪 (Orthogonal MP, OMP) 算法^[6]、稀疏度自适应匹配追踪 (Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP) 算法^[7]等。

2 小波高频子带变换 (HFSBWT) 的稀疏表示

CS 理论第一步就是对原始信号进行稀疏变换, 图像信号通常使用 DWT 变换来让图像稀疏化。对图像单层小波分解^[8]后, 得到四个子带系数: 平均部分、垂直细节部分、水平细节部分和对角线细节部分, 其中平均部分视为图像低频成分, 其余三部分视为高频部分。低频部分可以视作不同尺度下对原图像的逼近信号, 因此低频成分并不稀疏, 且很难再稀疏化。而三个高频部分都较为稀疏, 若将高频子带系数和低频子带系数一起与测量矩阵相乘来获得测量值, 则会破坏低频逼近系数之间的相关性, 导致重构信号质量变差。

因此探讨出一种新的压缩感知图像稀疏变换思路, 图 2 给出了基于小波高频子带变换 (HFSBWT) 的图像重构过程。

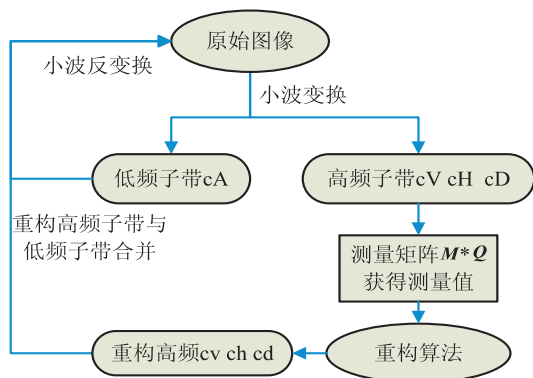


图 2 HFSBWT 变换的重构过程图

3 裁剪阈值的稀疏度自适应匹配追踪 (CTSAMP) 算法

3.1 SAMP 算法

SAMP 算法解决 l_0 范数最优化问题, 相比类似的匹配追踪算法有两大优点: 稀疏度自适应性和回溯思想。深入研究 SAMP 算法, 算法从原子候选集阶段到原子支撑集阶段有不足^[9]:

(1) 原子候选集阶段, 选择出长度为 S 的相关性最大的原子下标集。若不满足迭代条件时, 步长会成倍增加, 这样每次候选阶段就会有 S 的倍数个候选下标产生, 而这些候选下标中绝大多数都是多余的, 势必会影响支撑集的选取。

(2) 原子支撑集阶段, 当 k 较大时, 由第 $k-1$ 次迭代得到的残差 r_{k-1} 和感知矩阵的相关性所引出的新原子下标很少。过多的候选下标集浪费支撑集原子选取, 甚至造成大量的时间损耗, 影响最小二乘估计精度。

3.2 CTSAMP 算法

针对 SAMP 算法的不足, 提出裁剪阈值的稀疏度自适应匹配追踪 (CTSAMP) 算法。原子候选阶段, 用阈值裁剪门限代替原来的候选方案^[10-11]。有两点改进:

(1) 当残差的范数能量小于停止阈值 $p_1 * \|y\|_2$ 时, 说明当前迭代的残差足够小, 不需要裁剪, 或说明满足迭代终止条件, 避免不必要的裁剪, 节省运算时间。

(2) 当残差的范数能量小于裁剪阈值 $p_2 * \|y\|_2$ 时, 对原子候选集进行裁剪。为精确裁剪掉冗余原子, 每次对候选集只裁剪一个下标, 然后判断残余 r 是否变化, 若残余 r 增加, 说明不能进行裁剪, 候选集步长增大一倍^[12], 进入下一次的迭代; 若残余变小或保持

不变,说明裁剪的下标肯定是冗余下标,循环裁剪步骤,直到冗余消除为止。

上文提到两个输入参数:停止阈值 p_1 和裁剪阈值 p_2 ,在大量实验仿真基础上,均衡算法运行时间和重构精度,选择 $p_1 = 6 \times 10^{-4}$ 和 $p_2 = 1 \times 10^{-2}$,信号重构的效果较好。CTSAMP 算法的步骤流程如下:

输入:感知矩阵 A ,观测向量 y ,裁剪阈值 p_2 ,停止阈值 p_1 ,步长因子 S ,允许误差 δ ;

输出:原始信号的逼近信号 \hat{x} ;

初始化:逼近信号 $\hat{x} = 0$,残差 $r_0 = y$,支撑集 $F_0 = \emptyset$,支撑集大小 $L = S$,令 $k = 1$ 。

步骤 1:计算 $A^T * r_{k-1}$,对求得的值降序排列,取前 L 个值所对应的下标存入集合 A_k ,得到候选集 $C_k = F_{k-1} \cup A_k$;

步骤 2:条件判断 $\|r\|_2 \leq p_1 * \|y\|_2$ 成立,跳出循环;否则继续判断,如果满足裁剪阈值 $\|r\|_2 \leq p_2 * \|y\|_2$,则剪枝开始,执行步骤 3;

步骤 3:最小二乘法计算 $A_{C_k}^+ * y$ ($A_{C_k}^+$ 为 A_{C_k} 的广义逆,下同),对求得的值降序排列,取前 $L - n$ 个值所对应的下标存入支撑集 F ;

步骤 4:计算残差 $r_k = y - A_r A_{F_k}^+ y$;

步骤 5:判断是否满足 $\|r_k\|_2 \geq \|r_{k-1}\|_2$,若满足,执行步骤 6,若不满足,执行步骤 7;

步骤 6:支撑集 F 的大小增大为 $L = L + S, k = k + 1, r = y - A_{C_k}^+ * y$,进入到步骤 8;

步骤 7:更新支撑集 $F_k = F$,更新残差 $r_k = r$,回到执行步骤 3;

步骤 8:判断是否满足 $\|r_{k-1}\|_2 \geq \delta$,若满足回到步骤 1;否则, $\hat{x}_{F_k} = A_{F_k}^+ * y$,结束。

4 实验仿真结果和分析

4.1 DWT 变换与 HFSBWT 变换性能比较

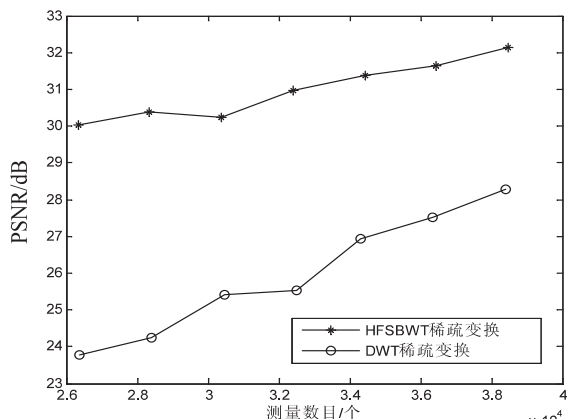
为验证 HFSBWT 变换对于图像重构的性能优于 DWT 变换,对 256×256 Lena 图像,分别用 DWT 变换和 HFSBWT 变换稀疏表示,测量矩阵为高斯随机矩阵,用 CTSAMP 算法对图像信号进行重构,在多种测量数目和多种采样率两种情况下,做出图 3 所示的 PSNR 比较图。

从图 3 中清晰看出:多种测量数目时,HFSBWT 变换得到的 PSNR 比 DWT 变换得到的 PSNR 平均提高 3 dB 以上。多种采样率时,HFSBWT 变换得到的 PSNR 比 DWT 变换得到的 PSNR 平均提高 4 dB 左右。不仅如此,在时间上 DWT 变换远不如 HFSBWT 变换,这是由于改进方法大大减小了测量维数,迅速缩短时间。

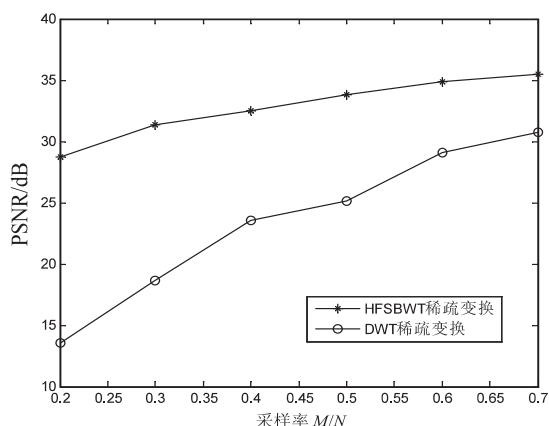
4.2 SAMP 算法和 CTSAMP 算法性能比较

为验证 CTSAMP 相比 SAMP 算法在重构精度和重

构时间上的优势,采样率 $M/N = 0.3$ 时,对 256×256 的 Lena 和 Boat 图像,用 HFSBWT 变换稀疏处理,高斯随机矩阵作为测量矩阵,SAMP 算法和 CTSAMP 算法对 Lena 图像和 Boat 图像进行重构,效果如图 4 所示。



(a) 多种采样数目 PSNR 比较



(b) 多种采样率 PSNR 比较

图 3 两种比较标准下的 PSNR 比较图

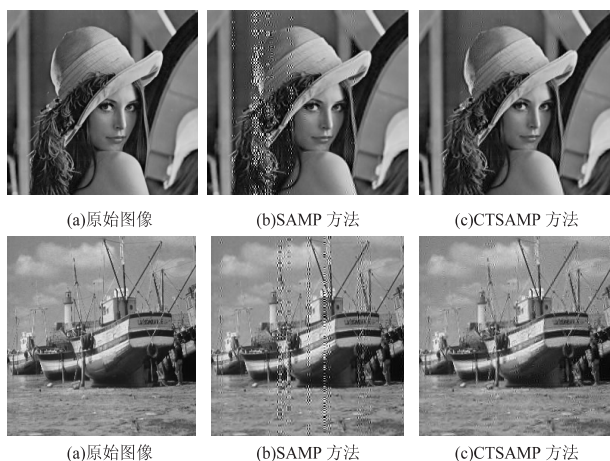


图 4 采样率 $M/N = 0.3$ 时 Lena 和 Boat 图像重构效果比较图

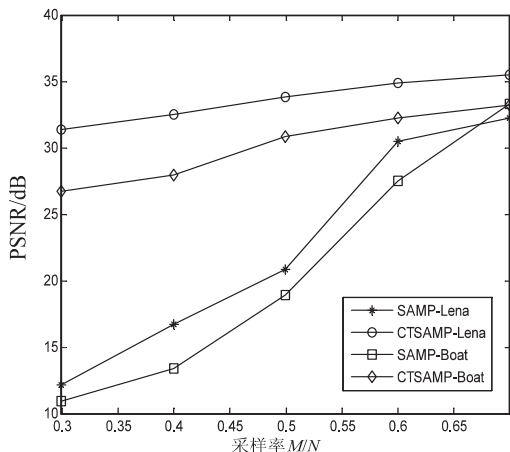
对比图 4 中 Lena 和 Boat 图像重构效果可知,SAMP 的重构效果图看上去有明显的不清晰,有很多干扰。而 CTSAMP 的重构效果图纹络清晰可见,且只比原图模糊一点。

为了进一步说明 CTSAMP 算法性能优于 SAMP 算

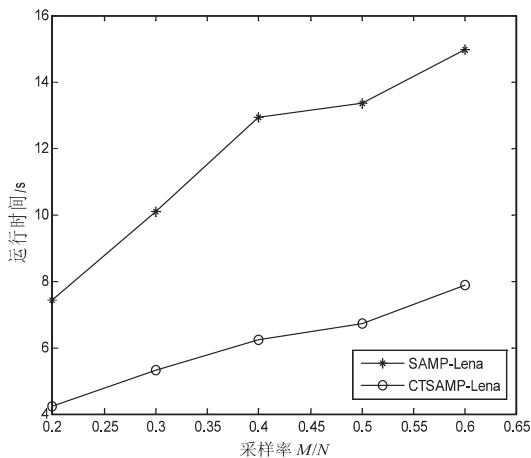
法,在采样率为 0.3~0.7 的情况下,画出图 5(a)所示的两种图像重构的 PSNR 对比图。

从图 5(a)看出,随着采样率的提高,两图像的 PSNR 都明显提高。但 CTSAMP 的 PSNR 始终是高于 SAMP 的 PSNR,因此改进算法比原算法重构性能强。改进算法加入了剪枝阈值,故每次迭代的时间会缩短,收敛速度加快。

以 Lena 图像为例,画出两种算法在多种采样率下的时间对比,如图 5(b)。虽然随着采样率的增加,运行时间都会增加,但是在不同采样率情况下,CTSAMP 算法重构时间几乎是 SAMP 算法重构时间的一半。



(a) 重构 PSNR 对比



(b) 重构时间对比

图 5 CTSAMP 和 SAMP 重构性能对比

5 结束语


文中在深入研究匹配类追踪算法 SAMP 的基础上,提出了基于裁剪阈值的稀疏度自适应匹配追踪算法(CTSAMP),引入裁剪阈值和停止阈值,剪去冗余原子,减少不必要的迭代,提高重构精度,加快收敛速度。

另外,传统的 DWT 变换破坏了系数间的相关性,导致重构性能变差,提出了小波高频子带变换(HFSBWT)。大量仿真实验表明,在 HFSBWT 稀疏变换后,采用 CT-SAMP 重构算法恢复信号,算法的重构性能明显提高,运行时间几乎缩短一半。

参考文献:

- [1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(5): 1289-1306.
- [2] Candès E. Compressive sampling[C]//Proceedings of international congress of mathematicians. Zürich, Switzerland: European Mathematical Society Publishing House, 2006: 1433-1452.
- [3] Donoho D L. For most large underdetermined systems of linear equations, the minimal l_1 norm solution is also the sparsest solution[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(6): 797-829.
- [4] Chen Hao, Ma Xiaoyang. An iterative weighing algorithm for image reconstruction in compressive sensing[C]//Proc of international conference on pervasive computing, signal processing and applications. [s. l.]: [s. n.], 2010: 1091-1094.
- [5] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [6] Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [7] Thong T, Gan L, Nguyen N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[C]//Proc of Asilomar conference on signal, systems, and computers. Pacific Grove, California: [s. n.], 2008.
- [8] 岑翼刚, 陈晓方, 岑丽辉, 等. 基于单层小波变换的压缩感知图像处理[J]. 通信学报, 2010, 31(8A): 52-55.
- [9] 张晓咏, 熊承义, 胡开云, 等. 基于灰度纹理信息的图像压缩感知编码与重构[J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(1): 47-50.
- [10] 甘伟, 许录平, 张华, 等. 一种贪婪自适应压缩感知重构[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2012, 39(3): 54-62.
- [11] 纪文志. 基于压缩感知的信号恢复算法研究[D]. 南京: 南京邮电大学, 2012.
- [12] 高睿, 赵瑞珍, 胡绍海. 基于压缩感知的变步长自适应匹配追踪重建算法[J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1639-1644.
- [13] 杨真真, 杨震. 含噪语音压缩与重构的自适应共轭梯度投影算法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(10): 2200-2207.

小波高频子带变换裁剪阈值SAMP算法研究

作者: [周飞飞](#), [李雷](#), [ZHOU Fei-fei](#), [LI Lei](#)
作者单位: [南京邮电大学 理学院, 江苏 南京, 210023](#)
刊名: [计算机技术与发展](#) 
英文刊名: [Computer Technology and Development](#)
年, 卷(期): 2014(5)

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201405020.aspx