第 24 卷 第 4 期
2014 年 4 月

计 算 机 技 术 与 发 展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT

Vol. 24 No. 4
Apr. 2014

商业银行客户排队系统及其模型研究

杨 兵[1],左 垒[2]

(1. 渤海大学 金融与商贸学院,辽宁 锦州 121013;
2. 辽宁省农村信用社联合社 锦州办事处,辽宁 锦州 121000)

摘 要:针对商业银行日益加剧的排队问题,文中以排队论理论为基础,结合商业银行管理、数理统计等学科知识进行研究。首先,在阐明排队系统一般结构的基础上,通过图形描述了银行排队系统结构;然后,研究随机变量分布,包括客户到达服从的 Poisson 分布和服务时间服从的指数分布;最后,构造银行排队系统模型,包括主要数量指标计算模型和目标函数模型。文中的研究内容,从根本上解决客户等待成本和银行自身经营成本之间的矛盾,对商业银行优化网点资源配置、提高服务质量、增加顾客满意度等方面具有重要作用。

关键词:商业银行;排队系统;排队论;数学模型

中图分类号:TP311 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2014)04-0250-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2014.04.064

Research on Customer Queueing System and Its Model of Commercial Bank

YANG Bing[1],ZUO Lei[2]

(1. College of Finance and Trade,Bohai University,Jinzhou 121013,China;
2. Jinzhou Office,Union of Rural Credit Cooperatives in Liaoning Province,Jinzhou 121000,China)

Abstract:For the growing queueing problem of commercial bank,combine commercial bank management,mathematical statistics and other disciplines knowledge based on the queueing theory to research. First,based on the illustration about the general structure of queueing system,describe bank queueing system architecture through a graphic. Second,research random variable distribution,including customer reaching obey Poisson distribution and the exponential distribution of service time obey. Finally,construct bank queueing system model including key quantitative indicators calculation model and objective function model. This study,fundamentally solves the contradiction between customer waiting costs and operating costs of the bank itself,and has an important role for commercial banks to optimize the resources allocation,improve service quality and increase customer satisfaction.

Key words:commercial bank;queueing system;queueing theory;mathematical model

0 引 言

商业银行客户排队问题已成为影响商业银行服务质量的瓶颈,反映出国内银行对服务意识和渠道营销的重要性认识不够,影响了银行客户关系管理,降低了客户满意度和忠诚度,增加了银行声誉风险,不利于银行业可持续发展[1]。加剧银行排队问题的原因很多,从银行方面来说主要有[2]:走集约化发展道路,网点数量减少;业务环节复杂,增加服务时间,增大服务难度;自助设备的利用效率不高,分流作用不够;过分关注高端客户,忽视了普通客户等。如何减少排队、提高服务质量,是商业银行亟待解决的问题。

排队论是研究系统随机聚散现象和随机服务系统工作过程的数学理论和方法,通过对服务对象到来及服务时间的统计研究,得出数量指标的统计规律,然后改进服务系统的结构或重新组织被服务对象,使得服务系统既能满足服务对象的需要,又能使机构的费用最少或某些指标最优。排队论已成功应用于超额储备金等很多银行业务与管理方面[3],文中以排队论理论为基础,结合商业银行管理、数理统计等学科知识,发现影响商业银行服务质量的内部运营管理和外部相关因素,通过构建数学模型,探索解决商业银行排队问

收稿日期:2013-06-22 **修回日期**:2013-09-26 **网络出版时间**:2014-01-28

基金项目:辽宁省教育科研项目(L2012484)

作者简介:杨 兵(1970-),男,辽宁台安人,硕士,副教授,从事金融信息管理研究。

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20140128.1201.059.html

题,为提高商业银行的服务质量提供理论方法。

1　排队系统结构

排队系统也称随机服务系统,是随机系统的一个大类,客户到商业银行办理业务是典型的随机服务系统。因为客户到达时间、服务时间以及被服务者数量等许多系统变量都不是一个确定值而是一个随机值,随机性是这类系统的固有特性,所以称为随机服务系统[4]。

1.1　排队系统一般结构

排队系统一般结构如图 1 所示。系统由输入过程、排队规则和服务机构三部分构成[5]。

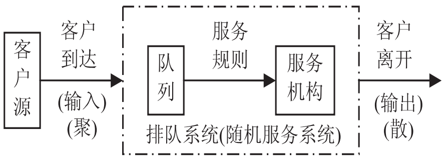


图 1　排队系统一般结构

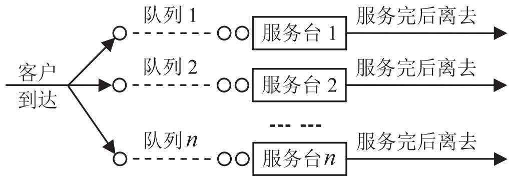
(1)输入过程。是指客户到达银行。客户可以是有限的,也可以是无限的;可以是单个到达,也可以是成批到达。客户到达是随机性模式,即客户到达的时间间隔是随机的、不确定的,一般用概率分布来描述。常用的随机性到达概率分布有二项分布、Poisson 分布、爱尔朗分布等。

(2)排队规则。确定队列的形式、客户如何加入队列、服务台有空闲时哪位客户接受服务等,具体包括三类:损失制、等待制和混合制。损失制是客户到来时若所有服务台繁忙,客户自动离去而不再回来;等待制是客户到来时若所有服务台繁忙,客户就形成队列等待服务,具体包括先到先服务、后到先服务和从队列中随机选取一位客户服务等三种模式;混合制是损失制与等待制的综合。

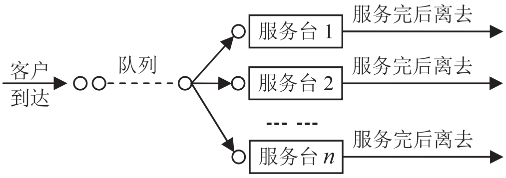
(3)服务机构。是指系统中有多少服务台可以提供服务,服务台如何布置及其之间的关系。通常的随机服务系统有串行和并行两种结构,较复杂的可以由若干级组成,每一级又可以由多个服务台并行而成。单级单服务台、单级多服务台、多级多服务台是常用的典型结构。

1.2　银行排队系统结构

银行排队系统是单级多服务台结构,又可分为两种情况。一种是多队多服务台系统,传统银行以及在经济社会发展欠发达地区银行一般都是这种结构,即每个银行服务窗口前有一个队列,客户到达银行后,选择较短的队列排队等待办理业务,如图 2(a)所示[6-7]。另一种是单队多服务台系统,在社会经济较发达地区一般都是这种结构,即应用“排队机”,在银行大厅进门处设置一台“号票机”,客户进入银行后先取出一张号票,然后在休息区等候“叫号器”的语音提示。客户虽然不需要排队,但实际上所有客户按到达顺序排列为一队,结果如图 2(b)所示。



(a) 单级多队多服务台排队系统结构



(b) 单级单队多服务台排队系统结构

图 2　银行排队系统结构

2　随机变量分布

商业银行客户排队系统包括客户到达和服务时间两个随机变量,需要确定这两个随机变量的分布。

2.1　Poisson 分布

若随机事件流具有平稳性、无后效性、普通性,则称该事件流为 Poisson 事件流,简称 Poisson 流。

对 Poisson 流,在任意时间间隔 $(0,t)$ 内,事件出现的次数服从参数为 λt 的 Poisson 分布,λ 称为 Poisson 分布的强度。

泊松分布在各种领域有着广泛的应用。当 n 足够大时,p 就充分小,而使得 np 保持适当的大小时,以 (n,p) 为参数的二项随机变量可以近似看作泊松分布[8-9]。

对于充分大的 n 和适当的 λ,有:$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$,$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{n^k} \approx 1$,$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^k = 1$,因此有:

$$P(x=k) \approx e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \tag{1}$$

也就是说,独立重复进行 n 次试验,每次成功概率为 p,当 n 充分大,而 p 足够小,使得 np 保持适当的话,那么成功的次数近似服从 Poisson 分布。概率密度函数为[10-11]:

$$P(x)=\begin{cases} e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!} & k=0,1,2,\cdots,\infty \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{2}$$

令 $p_k = P\{x=k\}$,由上式可得:

$$\frac{p_{k-1}}{p_k}=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{k-1}/(k-1)!}{e^{-\lambda}\bullet\lambda^k/k!}=\frac{k}{\lambda} \tag{3}$$

如果 $k<\lambda$,则 $P\{x=k-1\}<P\{x=k\}$;

如果 $k > \lambda$,则 $P\{x = k - 1\} > P\{x = k\}$;

如果 $k = \lambda$,则 $P\{x = k - 1\} = P\{x = k\}$。

因此可得出结论:当 k 从 0 直到 $k \leqslant \lambda$,$P\{x = k\}$ 增加;当 $k > \lambda$ 时,随着 k 的增加,$P\{x = k\}$ 减小。如果 λ 是一个整数,那么 $P\{x = k\}$ 有两个最大值点 $k = \lambda - 1$ 和 $k = \lambda$。相应的累积分布函数类似于阶梯函数,但包含了无穷多个阶,构成上升曲线。当 $\lambda = 10$ 时的累积函数曲线如图 3 所示。

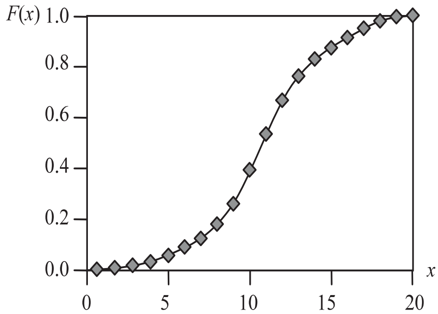


图 3 Poisson 分布累积函数曲线

2.2 指数分布

如果在互不相交的区间上事件的发生相互独立,如电话呼叫的到达时间、公共汽车到达一个车站的时间等,这些事件的等待时间可以用指数分布来描述[12]。

如果 x 表示第一次事件发生的等待时间,那么按照定义,$P\{x > t\} = q(t)$。如果 t_1 和 t_2 表示相邻的相互不重叠的区间,按照独立性,得到:

$$q(t_1)q(t_2) = q(t_1 + t_2) \tag{4}$$

该方程仅有的非平凡有界解是:

$$q(t) = e^{-\lambda t} \tag{5}$$

因此:

$$F_x(t) = P(x \leqslant t) = 1 - q(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{6}$$

累积分布函数表示为:

$$F(x;\lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geqslant 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \tag{7}$$

可以得到随机变量 x 的概率密度函数为:

$$f_x(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geqslant 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \tag{8}$$

则称这个随机变量是服从参数 λ 的指数分布。分布函数曲线如图 4 所示。

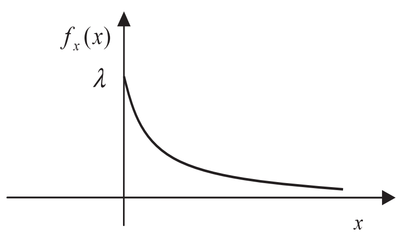


图 4 指数分布函数曲线

指数分布具有无记忆性。设 $s,t \geqslant 0$,考虑事件 $\{x > t + s\}$ 和 $\{x > s\}$。因为事件 $\{x > t + s\} \subset \{x > s\}$,则

$$P\{x > t + s \mid x > s\} = \frac{P\{x > t + s\}}{P\{x > s\}} = \frac{e^{-(t+s)}}{e^{-s}} = e^{-t} = P\{x > t\} \tag{9}$$

如果 x 表示一个客户的服务时间,则上式表明:如果客户已接受一段服务时间 s,那么他将继续再接受一段时间 t 的概率仅依赖于 t 而与 s 无关,并且等于一个新客户正常服务时间 t 的概率。在这种意义下,对客户已服务的时间 s 是没有记忆的。另外,对于一个连续非负随机变量 x,如果对任意的 $t,s \geqslant 0$,满足:

$$P\{x > t + s \mid x > s\} = P\{x > t\} \tag{10}$$

那么它必然服从指数分布。

3 银行排队模型

对于银行排队系统,客户到达服从参数为 λ 的 Poisson 分布,窗口对一位客户的服务时间服从参数为 μ 的指数分布,运用排队论理论构建数学模型。

3.1 排队系统常用符号

S — 系统中并联服务窗口(服务台)的数量;λ — 客户平均到达率;$1/\lambda$ — 客户平均到达间隔;μ — 客户平均服务率;$1/\mu$ — 客户平均服务时间;N — 稳态系统在任一时刻所有客户数量;L — 平均队长;L_q — 平均排队长;U — 任一客户在系统中的逗留时间;Q — 任一客户在系统中的等待时间。ρ — 系统服务强度,$\rho = \lambda/\mu$,$\rho_s = \lambda/s\mu$。

3.2 主要数量指标

(1)平稳分布。根据生灭过程,可求出[13]:

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^S}{S!\ (1 - \rho_S)}\right]^{-1} \tag{11}$$

令 $p_n = P\{N = n\}$,$n = 0,1,\cdots$,为系统达到平稳状态后队长 N 的概率分布。当 $\rho_s < 1$ 时,有 $\{p_n, n \geqslant 0\}$ 存在,与初始条件无关,且:

$$p_n = \begin{cases} \dfrac{\rho^n}{n!} p_0 & n = 0,1,\cdots,S - 1 \\ \dfrac{\rho^n}{s!\ s^{n-s}} p_0 & n = S, S + 1,\cdots \end{cases} \tag{12}$$

(2)平均排队长[14]。系统中平均等待服务的客户数量。

$$L_q = \sum_{n=S}^{\infty} (n - S) p_n = \sum_{n=0}^{\infty} n p_{n+S} = \frac{p_0 \rho^S}{S!} \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{\rho^n}{S^n} = \frac{p_0 \rho^S}{S!} \sum_{n=0}^{\infty} n \rho_S^n = \frac{\rho^S}{S!} \bullet \frac{\rho_S}{(1 - \rho_S)^2} \bullet p_0 \tag{13}$$

(3)接受服务的客户平均数。接受服务的客户平均数也就是正在忙的服务台的平均数。

$$\bar{S}=\sum_{n=0}^{S-1}np_n+s\sum_{n=S}^{\infty}p_n=\sum_{n=0}^{S-1}\frac{n\rho^n}{n!}p_0+\frac{S\rho^S}{S!\ (1-\rho_S)}p_0=\rho p_0\left[\sum_{n=0}^{S-1}\frac{\rho^n}{n!}+\frac{\rho^S}{S!\ (1-\rho_S)}\right]=\rho p_0 p_0^{-1}=\rho=\frac{\lambda}{\mu} \tag{14}$$

(4)平均队长。平均队长等于平均排队长加上正在接受服务的客户平均数。

$$L=L_q+\bar{S}=L_q+\frac{\lambda}{\mu} \tag{15}$$

3.3 目标函数

研究银行排队系统的目的之一就是以最少的费用提供最优质的服务。减少客户排队时间的途径除了提高窗口的工作效率外,最直接的方法就是增加窗口数量,而增加窗口数量会增加银行的服务成本。如果不增加窗口数量,客户等待时间过长,增加了客户的等待成本。研究排队系统的目的就是使总成本最低,即银行服务成本与客户等待成本之和最小。

令银行每个窗口单位时间成本为 c_1,每个客户单位时间的等待成本为 c_2,则总成本最小函数,即目标函数为[15-16]:

$$\min f(S)=c_1S+c_2L=c_1S+c_2\left[L_q+\frac{\lambda}{\mu}\right]=c_1S+c_2\left[\frac{\rho^S}{S!}\bullet\frac{\rho_S}{(1-\rho_S)^2}\bullet p_0+\rho\right]=c_1S+c_2\tilde{f}(S) \tag{16}$$

用边际分析法求最佳的 S^*,因为 $f(S^*)$ 为最小值,所以:

$$f(S^*)\leqslant f(S^*-1),f(S^*)\leqslant f(S^*+1) \tag{17}$$

于是:

$$\begin{cases}\tilde{f}(S^*-1)-\tilde{f}(S^*)\geqslant\dfrac{e_2}{e_1}\\ \tilde{f}(S^*)-\tilde{f}(S^*+1)\leqslant\dfrac{e_2}{e_1}\end{cases} \tag{18}$$

因此,最佳的 S^* 应满足条件:

$$\tilde{f}(S^*)-\tilde{f}(S^*+1)\leqslant\frac{e_2}{e_1}\leqslant\tilde{f}(S^*-1)-\tilde{f}(S^*) \tag{19}$$

依次对 $S=1,2,\cdots$ 求出 $\tilde{f}(S)$ 之值,并计算相邻的两个值之差,检查 e_2/e_1 落入上面不等式的哪个区间,即可求出最佳的 S^*。

4 结束语

银行营业网点客户排队问题研究的核心是如何提高商业银行网点的服务质量,旨在将客户排队等待服务时间控制在客户和银行均可接受的幅度内,一方面提高服务质量,增加客户的满意度和忠诚度,另一方面要努力控制营业网点营运成本。传统解决排队问题的方法是银行通过增加服务窗口来实现,这在一定程度上可以缓解排队问题,但会相应地增加银行自身的经营成本。文中构建的排队系统模型,兼顾银行和客户双方利益,从根本上解决降低客户等待成本从而保证稳定的业务量和降低银行自身经营成本之间的矛盾,对商业银行优化网点资源配置等方面具有重要作用。

参考文献:

[1] 严万全.银行排队问题分析及系统优化策略研究[J].金融经济:下半月,2012(3):63-65.

[2] 曹旭敏,陈 杰.银行营业厅客户排队问题研究[J].商场现代化,2012(5):59-60.

[3] Taufemback C,Silva S D. Queueing theory applied to the optimal management of bank excess reserves[J]. Physica A:Statistical mechanics and its applications,2012,391(4):1381-1387.

[4] 宣慧玉,张 发.复杂系统仿真及其应用[M].北京:清华大学出版社,2008.

[5] 孙玉芹,刘建军,陈 颖.随机服务系统排队模型及实例分析[J].新乡学院学报(自然科学版),2010,27(5):1-3.

[6] 李 红,严建渊.一个随机服务系统的计算机模拟[J].数学的实践与认识,2006,36(8):239-242.

[7] 随机服务系统理论[EB/OL].2013-06-19. http://wenku.baidu.com/view/6103b71e650e52ea55189846.html.

[8] 泊松分布[EB/OL].2013-06-19. http://wenku.baidu.com/view/b39b7941a8956bec0975e363.html.

[9] 徐春芳.泊松分布与泊松流[J].硅谷,2010(4):11-11.

[10] 苏 淳.概率论[M].北京:科学出版社,2004.

[11] Ross S M. A first course in probability[M].[s. l.]:Prentice Hall,2010.

[12] Papoulis A,Pillai U. Probability,random variables and stochastic processes[M].[s. l.]:McGraw-Hill Education (Asia) Co.,2002.

[13] 刘 赛,李绪蓉,万麟瑞.基于排队论的云计算资源池模型研究[J].计算机技术与发展,2012,22(12):87-89.

[14] 薛 毅,耿美英.运筹学与实验[M].北京:电子工业出版社,2008.

[15] 任敏丽.排队论在银行服务系统中的若干应用研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010.

[16] Vahdani B,Tavakkoli-Moghaddam R,Jolai F. Reliable design of a logistics network under uncertainty:A fuzzy possibilistic-queuing model[J]. Applied mathematical modeling,2013,37(5):3254-3268.

商业银行客户排队系统及其模型研究

作者： 杨兵， 左垒， YANG Bing， ZUO Lei
作者单位： 杨兵,YANG Bing(渤海大学 金融与商贸学院,辽宁 锦州,121013)， 左垒,ZUO Lei(辽宁省农村信用社联合社 锦州办事处,辽宁 锦州,121000)
刊名： 计算机技术与发展ISTIC
英文刊名： Computer Technology and Development
年，卷(期)： 2014(4)