第24卷 第2期
2014年2月
计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT
Vol. 24 No. 2
Feb. 2014

改进的粒子群求解多目标优化算法

王 越,吕光宏
(四川大学 计算机学院,四川 成都 610065)

摘 要:根据粒子群算法求解多目标问题的特点,个体极值和全局极值的选择不同会对实验结果产生很大影响。目前普遍的选择方法仅仅根据简单的支配关系,但是会存在两个解之间没有支配关系而导致不去更新个体最优值(PB)和全局最优值(GB),这样会导致更好的个体极值和全局极值的遗漏从而降低收敛时间。文中提出一种新的个体极值和全局极值的选择策略。使用这种策略,可以加快收敛,提高准确性,防止非劣解的遗漏。通过几个测试函数的实验仿真,所得解集的分步性和多样性都有显著的提高。

关键词:粒子群算法;多目标优化;Pareto 最优解;全局最优值;个体最优值
中图分类号:TP301.6 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2014)02-0042-04
doi:10.3969/j. issn. 1673-629X. 2014. 02. 010

Modified Particle Swarm Optimization Algorithm Solving Multi-objective

WANG Yue,LÜ Guang-hong
(School of Computer,Sichuan University,Chengdu 610065,China)

Abstract:According to the characteristics of particle swarm optimization algorithm for solving multi-objective problems,the choice of personal best and global best will affect the result greatly. The current selection method is only based on their dominant relationship,but if there is no dominant relationship between two solutions,PB and GB will not be updated. This will miss the better PB and GB and extend the convergence time. A new selection strategy for personal best and global best is presented. Using this strategy can accelerate convergence,improve accuracy,avoid non-dominated solution discard. The performance of this strategy is evaluated on several test function. The results show that the diversity and the distribution of the non-dominated solution is highly raised compared with other PSO algorithm.

Key words:particle swarm optimization algorithm;multi-objective optimization;Pareto optimal;global best;personal best

0 引 言

多目标的问题一直是工业生产中存在的一个实际问题,由于多个目标之间存在相互制约相互影响,所以在工业生产和科学研究中解决多目标的问题是一个普遍问题,因此研究多目标的问题有一定的实际意义。与单目标不同的是,求多目标问题对于其中一个目标进行优化则必须要牺牲另一个目标,所以多目标问题不存在一个确定的解,而是一个最优解的集合,集合中的解称为 Pareto 最优解或非劣最优解(Non-dominated solution)。所谓 Pareto 最优解,就是至少存在一个目标函数最优,而且剩下的目标函数还不劣的解。传统的求解多目标问题的方法是把一个多目标问题通过加权求和转化为单目标的问题去求解,而且这样的求解方法,需要决策者对于多目标问题有一定的先验知识,所以使用这样的方法难以真正地去求解多目标问题。

近些年,基于群体的进化算法被广泛地应用来求解多目标优化问题,例如,蚂蚁算法、遗传算法、粒子群算法等。其中粒子群算法在很多情况下计算方便,易于实现,因此粒子群算法在很多多目标优化问题中得到应用。文献[1]采用一个外部精英集以及动态栅格能够自适应的调整粒子在动态栅格中的划分提高粒子的多样性,但是动态栅格的重新划分花费比较大;文献[2]采用了基于粒子群的线性加权方法来求解多目标问题,但是这个方法对权重的选取比较敏感,比较难把

收稿日期:2013-04-25 **修回日期**:2013-07-28 **网络出版时间**:2013-11-29
基金项目:国家"863"高技术发展计划项目(2008AA01Z105)
作者简介:王 越(1988-),男,江苏淮安人,硕士研究生,CCF 会员,研究方向为网络性能以及优化;吕光宏,教授,研究方向为计算机网络。
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20131129.0911.022.html

握;文献[3]采用了动态邻域(Dynamic Neighborhood),但是邻域的大小 m 的选取会影响非劣解的数目,难以把握;文献[4]将文献[1,3]的想法综合,采用外部存储和动态邻域的思想,但是仍然存在一定的问题;文献[5]采用了拥挤距离的思想,这样可以保证非劣解的良好分布,但是拥挤距离的计算开销比较大。与上述相比,文中提出了一种新的多目标粒子群优化算法。

1　多目标优化模型

多目标优化问题的文字描述为 K 个决策变量(Decision Variable)、N 个目标函数、M 个约束条件并且目标函数、约束条件和决策变量存在一定的函数关系。多目标优化问题数学形式可以描述为[6-7]:

$$\text{Min } \boldsymbol{y}=f(x)=[f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)] \quad n=1,2,\cdots,N \tag{1}$$

$$\text{St } (\boldsymbol{x}\in \boldsymbol{S}=\{\boldsymbol{x}\mid e_j(x)\leqslant 0, j=1,2,\cdots,M\})\leqslant 0$$

$$\text{Where } \boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_k)^{\mathrm{T}}\in X$$

$$\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^{\mathrm{T}}\in Y$$

$$x_{k\_\min}\leqslant x_k\leqslant x_{k\_\max}, k=1,2,\cdots,K$$

其中,$\boldsymbol{x}$ 为 k 维决策变量;$\boldsymbol{y}$ 为目标向量;N 为优化目标总数;$e_j(x)$ 为约束条件,$j\in[1,M]$;$f_i(x)$ 表示第 i 个目标函数,$i\in[1,N]$;X 表示决策空间;Y 表示目标空间;$\boldsymbol{S}$ 表示可行解空间。

定义 1(Pareto 支配):称一个向量 $\boldsymbol{x}'=(x_1',x_2',\cdots,x_d')$ 支配(或者非劣于)向量 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_d)$ 当且仅当 $\forall i=(1,2,\cdots,n)$ 有 $f_i(x')\leqslant f_i(x)\wedge \exists i\in(1,2,\cdots,n)$ 使得 $f_i(x')<f_i(x)$,记为 $x'\prec x$,目标函数 $f(x)$ 的支配关系与 $\boldsymbol{x}$ 的支配关系是一致的。

定义 2(Pareto 非劣最优解):一个解 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 称为多目标优化问题的 Pareto 非劣最优解,当且仅当不存在一个 $\boldsymbol{x}\in \boldsymbol{S}$ 使得 $f(x)\prec f(\bar{x})$。

定义 3(Pareto 非劣最优解集):所有帕累托非劣最优解组成的集合称为 Pareto 非劣最优解集。

定义 4(Pareto 前端(Pareto front)):所有最优解对应的目标函数值所形成的区域称为 Pareto 前端。

实际生活中遇到的多目标问题,往往是先找出 Pareto 前端,然后由决策者根据自己对实际问题的需要来选取满足自己需求的解。

2　粒子群优化算法

粒子群优化算法(PSO)[8]是 Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出的,是基于群体的进化算法的一种。每个粒子有位置 $\boldsymbol{x}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{ik})^{\mathrm{T}}$,速度 $\boldsymbol{v}_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{ik})^{\mathrm{T}}$。每个粒子按照公式(2)和公式(3)不断更新自己的位置和速度,每一代之后产生新的位置和速度。速度和位置的更新公式为[8]:

$$v_{ik}^{t+1}=\omega\cdot v_{ik}^{t}+c_1 r(\ )\cdot(\text{pbest}_{ik}^{t}-x_{ik}^{t})+c_2 R(\ )\cdot(\text{gbest}^{t}-x_{ik}^{t}) \tag{2}$$

$$x_{ik}^{t+1}=x_{ik}^{t}+v_{ik}^{t+1} \tag{3}$$

其中,v_{ik}^{t} 是粒子 i 在第 t 次迭代中第 k 维的速度;c_1,c_2 属于加速系数;$r(\ )$,$R(\ )$ 是[0,1]之间的随机数;x_{ik}^{t} 是粒子 i 在第 t 次迭代时第 k 维所在的位置;pbest_{ik}^{t} 是粒子 i 在第 t 次迭代时第 k 维的个体极值点的位置;gbest^{t} 是第 t 次迭代时,目前经过的全局极值点的位置。粒子的每一维的速度都位于 $[-v_{\max},+v_{\max}]$ 中。

3　改进的粒子群多目标优化算法

3.1　算法分析

在 PSO 算法中,每一个粒子也就是解空间中的一个解,每个解根据自己的飞行经验和其他伙伴的飞行经验来调节自身飞行过程。自身飞行过的最好位置叫做个体最优值(pbest_{ik}^{t}),根据公式(2),这部分使粒子有了足够的全局搜索能力防止进入局部最小;其他伙伴飞行经过的最好位置叫做全局最优值(gbest^{t}),这部分体现出粒子之间的信息共享,所以由公式(2)可以得出,最优解准确快速的得出与 pbest_{ik}^{t} 和 gbest^{t} 有着密切的关系,所以文中提出了一种新的 pbest_{ik}^{t} 和 gbest^{t} 更新策略。

3.1.1　个体最优值更新策略

在 MOPSO 算法中,p_{ik}^{1} 的更新完全根据支配关系去更新。例如在图 1 中,连续 2 次迭代得到的 2 个个体最优解,t 代时,个体最优解为 p_{ik}^{t};下一次迭代时,个体最优解为 p_{ik}^{2},根据支配的定义以及图 1 可以得出 p_{ik}^{1} 和 p_{ik}^{2} 不存在支配关系,即 p_{ik}^{1} 不支配 p_{ik}^{2},p_{ik}^{2} 也不支配 p_{ik}^{1},这样根据 MOPSO 定的更新规则,个体最优解保持不变。

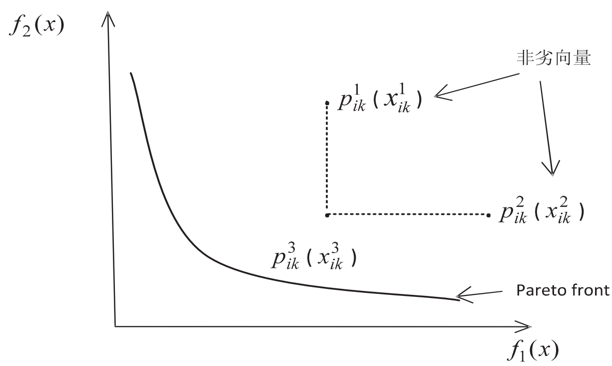

图 1　目标函数空间

在图 1 中,如果使用 p_{ik}^{3} 去作为个体最优值,显然比 p_{ik}^{1} 和 p_{ik}^{2} 要好,因为 p_{ik}^{3} 支配 p_{ik}^{1} 和 p_{ik}^{2},所以个体最优值的更新策略如下:连续 2 次迭代中,如果 p_{ik}^{1} 与 p_{ik}^{2} 中

存在支配关系则替代被支配的那个个体最优值，如果 2 个个体最优值如图 1 中的关系，则粒子 i 的个体最优值 $pbest_{ik}^t = x_{ik}^3$ 。

3.1.2　全局最优值的选取策略

为了降低包含多个粒子的多维空间的适值，也为了更好地进行各粒子间的适值的共享，文献[1]中 $gbest^t = REP[h]$；h=精英集中非劣解的数目/x，x 是任意一个大于 1 的数。该文章中将精英集划分为多个小的多维空间，如果一个多维空间里的粒子数目大于 1 则利用上面的方法，依据索引值 h 选择一个对应的小的多维空间，再使用轮盘赌算法，在该多维空间中随机选择一个作为全局最优解。上述方法不一定能够使全局变量朝更好的方向去飞行，这样浪费了搜索的时间。基于上述思路，文中提出一种新的全局最优值选取策略：将 REP 中的所有非劣解都加起来取一个平均值，然后再算出每一个解与这个平均值的欧式距离，这样欧式距离越小的就作为当次迭代的全局最优解。

3.2　算法流程

经过改进的多目标优化算法流程如下：

Step1：设置公式(2)中的各项参数；初始化每个粒子每一维的初始速度为 0，初始化每个粒子的初始位置 x_{ik}，将粒子的个体最优值 p_{ik} 初始化为初始位置 x_{ik} 。

Step2：对每个粒子使用多个目标函数去进行评估计算，根据支配关系，将非劣解放入外部精英集（ER）中，并在 ER 中按照 3.1.2 提到的全局极值选取策略选择 $gbest^t$ 。

Step 3：迭代循环直到最大迭代次数。

Step3.1：使用公式(2)对 v_{ik} 进行更新；

Step3.2：根据 Step 3.1 中得出新的 v_{ik}，使用公式(3)对 x_{ik} 进行更新；

Step3.3：利用支配关系，更新外部精英集（ER），当新解不被 ER 中的任何解支配或者支配 ER 中的某个解，则将新解放入 ER 中并将被支配的那个解删除，如果新解被 ER 中的解支配，则丢弃此新解；

Step3.4：依据 3.1.1 的个体极值和 3.1.2 的全局更新策略，更新 p_{ik} 和 $gbest_k$ 。

4　仿　真

文中采用一些文章中使用过的一些具有代表性的函数进行分布性和多样性的测试。测试函数 1 是 Schaffer 在文献[9]提出的，测试函数 2 是 Kita 在文献[10]提出的，测试函数 3 是 Deb 在文献[11]中提出的。

对于文中 PSO 算法的参数设置：学习因子 $c_1 = c_2 = 1$，惯性权重 $\omega = 0.4$，迭代次数为 100 次，外部精英集的大小为 200，测试函数以及测试结果如下：

测试函数 1：

$\min f_1(x) = x^2$

$\min f_2(x) = (x-2)^2$

$x \in [-5, 7]$

对于测试函数 1，迭代结束完之后，得到 200 个满足条件的解，以 $f_1(x)$ 为横坐标，$f_2(x)$（下同）作为纵坐标画出曲线图，如图 2 所示。

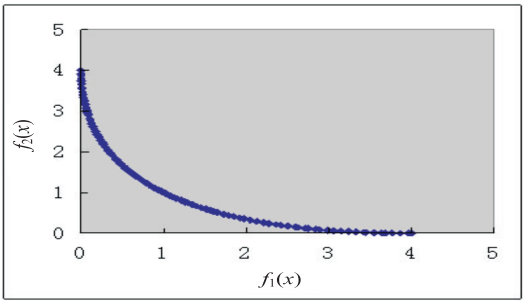

图 2　该算法使用 Schaffer 函数求得的 Pareto 前端

测试函数 2：

$\mathrm{Max}\, f_1(x,y) = -x^2 + y$

$\mathrm{Max}\, f_2(x,y) = \frac{1}{2}x + y + 1$

Subject to

$0 \geq \frac{1}{6}x + y - \frac{13}{2}$

$0 \geq \frac{1}{2}x + y - \frac{15}{2}$

$0 \geq 5x + y - 30$

$0 \leq x, y \leq 7$

对于测试函数 2，迭代结束后，得到 198 个满足条件的解，曲线如图 3 所示。

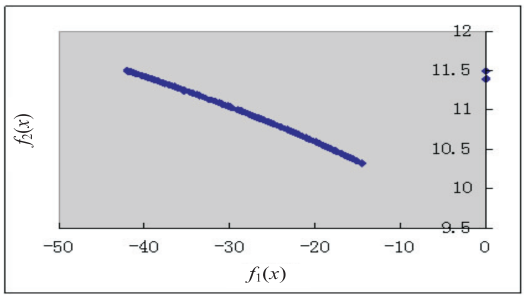

图 3　该算法使用 Kit 函数求得的 Pareto 前端

测试函数 3：

$\mathrm{Min}\, f_1(x_1, x_2) = x_1$

$\mathrm{Min}\, f_2(x_1, x_2) = \frac{g(x_2)}{x_1}$

$$g(x_2) = 2.0 - \exp\left\{-\left[\frac{x_2 - 0.2}{0.004}\right]^2\right\} - 0.8\exp\left\{-\left[\frac{x_2 - 0.6}{0.004}\right]^2\right\}$$

对于测试函数 3,迭代结束后,得到 200 个有效解,曲线如图 4 所示。

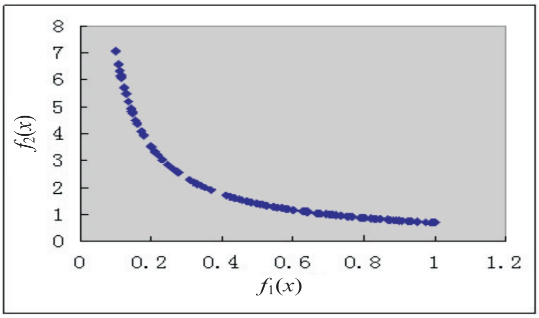

图 4　该算法对 Deb 函数求得的 Pareto 前端

5　结束语

文中的主要改进是全局最优值和个体最优值的选择策略与文献[1,12]中不同。由上面 3 个测试函数所得的曲线可以得出:改进的算法,可以正确地绘制出测试函数的曲线,与文献[1,12]相比,分布性和多样性都不差,说明文中的改进算法可行。

参考文献:

[1] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objective with particle swarm optimization[J]. IEEE transaction on evolutionary computation,2004,8(3):256-279.

[2] Parsopouos K,Vrahatis M. Particle swarm optimization method in multiobjective problems[C]//Proc of 2002 ACM symposium on applied computing. Madrid:[s. n.],2002:603-607.

[3] Hu X,Eberhart R. Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE congress on evolutionary computation. Honoluu,Hawaii,USA:[s. n.],2002.

[4] Hu X, Eberhart R C, Shi Y. Particle swarm with extended memory for multiobjective optimization[C]//Proc of IEEE swarm intelligence symp. Indianapolies, IN, USA: [s. n.], 2003:193-197.

[5] Raquel C R,Naval P C. An effective use of crowding distance in multiobjective particle swarm optimization[C]//Proc of congress on evolutionary computation. Washington DC, USA: ACM Press,2005:257-264.

[6] Zitler E. Evolutionary algorithm for multiobjective optimization:Methods and application[D]. Zurich:Swiss Federal Institute of Technology,1999.

[7] 李　宁,邹　彤,孙德宝,等. 基于粒子群的多目标优化算法[J]. 计算机工程与应用,2005,41(23):43-46.

[8] Kennedy J,Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]//Proceeding of 1995 IEEE international conference on natural networks. Piscataway,USA:[s. n.],1995:1942-1948.

[9] Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[C]//Proc of the first int'l conf on genetic algorithms. Lawrence Erlbaum:[s. n.],1985:99-100.

[10] Kita H,Yabumoto Y,Mori N,et al. Multi-objective optimization by means of the thermo dynamical genetic algorithm [C]//Proc of parallel problem solving from nature-PPSN. Berlin,Germany:Springer-Verlag,1996:504-512.

[11] Deb K. Multi-objective genetic algorithms:Problem difficulties and construction of test problems[J]. Evolutionary computing, 1999,7:205-230.

[12] 张利彪,周春光,马　铭,等. 基于粒子群算法求解多目标优化问题[J]. 计算机研究与发展,2004,41(7):1286-1291.

(上接第 41 页)

题,至少让一些潜在的无效运算也能收获劳动成果,平均分配了劳动与利益的转化效率。但同时也存在一些诸如节点分组、信用保证等尚未解决的问题,需要依靠将来的工作来完善这一模型。

参考文献:

[1] Nakamoto S. Bitcoin:A peer-to-peer electronic cash system [EB/OL]. [2013-04]. http://bitcoin. org/bitcoin. pdf.

[2] Wikipedia. Bitcoin[EB/OL]. [2013-04]. https://en. wikipedia. org/wiki/Bitcoin.

[3] 洪蜀宁. 比特币:一种新型货币对金融体系的挑战[J]. 中国信用卡,2011(10):61-63.

[4] 崔屹东,郑晓彤. 对新型货币比特币的经济学分析[J]. 现代经济信息,2012(9):9-9.

[5] Barber S,Boyen X,Shi E,et al. Bitter to better - How to make bitcoin a better currency[C]//Proc of financial cryptography and data security. [s. l.]:[s. n.],2012:399-414.

[6] Vocabulary[EB/OL]. [2013-04]. http://bitcoin. org/en/vocabulary.

[7] 比特币是怎么生成的? [EB/OL]. [2013-04]. http://www. zhihu. com/question/20586821.

[8] 徐金福. Hash 函数 HAS-160 和 MD5 潜在威胁的分析[D]. 济南:山东大学,2007.

[9] 郑书雯,范　磊. 基于 P2P 网络 Bitcoin 虚拟货币的信用模型[J]. 信息安全与通信保密,2012(3):72-75.

[10] Reid F,Harrigan M. An analysis of anonymity in the bitcoin system[C]//Proc of security and privacy in social networks. [s. l.]:[s. n.],2013:197-223.

[11] 董　昕,周　海. 网络货币对中央银行的挑战[J]. 经济理论与经济管理,2001(7):21-25.

[12] 董　璐,唐潇霖. 虚拟货币的前景和风险[J]. 互联网周刊,2005(32):58-60.

改进的粒子群求解多目标优化算法

作者： 王越， 吕光宏， WANG Yue， Lü Guang-hong
作者单位： 四川大学 计算机学院,四川 成都,610065

刊名： 计算机技术与发展
ISTIC
英文刊名： Computer Technology and Development
年，卷(期)： 2014(2)