

分数阶混沌系统耦合同步及混沌键控通信设计

严 璟, 韦庆阳

(南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210046)

摘 要:分数阶混沌系统同步在混沌通信领域有着重要的应用价值。文中研究分数阶 Chen 混沌系统的单向耦合同步的问题,基于分数阶混沌系统的 Lyapunov 稳定性理论,设计分数阶 Chen 混沌系统单变量线性耦合同步控制器,实现分数阶 Chen 混沌系统的耦合同步。基于上述分数阶 Chen 混沌同步系统,设计混沌键控通信系统,分析通信系统的误码率等系统性能。研究表明,分数阶混沌通信系统比整数阶具有更高的保密性,分数阶混沌键控通信系统与整数阶混沌键控通信系统抗噪性能几乎一样。

关键词:分数阶 Chen 混沌系统;耦合同步;混沌键控;信噪比

中图分类号:TP39

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2013)12-0199-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2013.12.048

Coupling Synchronization for Fractional Order Chaotic Systems and Design of Chaotic Shift Keying Communication

YAN Jing, WEI Qing-yang

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: Fractional order chaotic system synchronization has important application value in the chaotic communication field. It studies the unidirectional coupling synchronization problem of fractional order Chen chaotic system. Based on Lyapunov stability theory of fractional order chaotic system, design a single variable linear coupling synchronization controller, and realize the fractional order Chen chaotic system coupling synchronization. Apply the fractional order Chen chaotic synchronization system to design the chaotic shift keying communication system, and analyze the bit error rate performance of the system. It is shown that the fractional order chaotic communication system is more secure than the integer order one, and their performances to resist noise are almost same.

Key words: fractional order Chen chaotic system; coupling synchronization; chaotic shift keying; signal to noise ratio

0 引 言

混沌现象给人们展示了自然界以及人类社会中普遍存在的复杂性和难以预测性,因为混沌对初始条件及其微小变化的高度敏感性和不稳定性,长久以来,人们觉得混沌是不可控的、不可观测的,所以一直以来在社会实践中总是逃避抵制混沌现象。自从 1990 年 Pecora 和 Carroll 提出了混沌同步的原理^[1],并在电路中得以实现以来,使混沌控制与同步及其应用迅速成为非线性研究领域的热点^[2]。

近年来,随着人们在生物分子工程、电磁波、有色噪声、介质极化等新兴领域的研究,传统微分方程为动态系统建模的方法存在很大的局限性,分数阶微分的研究为解决这一问题带来了新的思路,成为现在研究

的一个新方向。分数阶微积分是整数阶微积分理论的推广,并且在由分数阶微分方程描述的非线性系统中重新发现了混沌现象^[3],如分数阶 Chen 系统^[4]、分数阶 Lorenz 系统^[5]、分数阶 Lü 系统^[6]等。分数阶混沌系统的运动轨迹比整数阶的要复杂,因此研究分数阶的同步更具有实际意义。分数阶混沌系统同步的研究成果已有许多,而且也取得了很好的成就。如基于单驱动变量分数阶混沌同步的参数调制数字通信^[7],分数阶耦合同步^[8],基于线性控制器的分数阶系统同步^[9],分数阶混沌系统的自适应同步^[10],非线性反馈控制^[11]等等,但是由于分数阶混沌理论比较复杂且起步较晚,分数阶混沌的理论还没有那么成熟,有许多问题需要进一步研究,例如:分数阶混沌系统的稳定性理

收稿日期:2013-02-24

修回日期:2013-05-29

网络出版时间:2013-08-28

基金项目:教育部高等学校博士点基金项目(20103223110003)

作者简介:严 璟(1988-),男,江苏盐城人,硕士研究生,研究方向为复杂网络与网络控制。

网络出版地址:<http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20130827.1430.010.html>

论尚不完善,一些整数阶混沌同步的方法不能直接用于分数阶系统中,异结构的分数阶混沌系统间的同步还不够深,不确定分数阶混沌系统的参数辨识理论研究较少。

文中研究分数阶 Chen 系统的耦合同步问题,通过耦合同步理论推导计算出反馈增益,借鉴整数阶混沌系统所设计的单驱动变量耦合控制器,应用于分数阶混沌系统同步。并将其应用于混沌键控(CSK)通信系统中,通过 Matlab/Simulink 仿真,验证可以通过分数阶混沌系统进行混沌通信,并且从仿真中得到分数阶 CSK 的误码率与信噪比曲线图,从与整数阶 CSK 的对比中发现误码率性能几乎一样,基于分数阶 Chen 系统具有更为复杂的运动轨迹,因此分数阶混沌系统更适用于通信系统中,并且能带来更好的保密性。

1 分数阶混沌系统的同步

1.1 分数阶混沌系统的基本理论

分数阶微分方程是整数阶微分方程的推广,在研究过程中对分数阶微分和积分概念提出了多种定义,但是常用的是 Caputo 分数阶微分定义,其表达式如下^[12]:

$${}_a^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \times \int_a^t (t-\tau)^{-\alpha+n-1} f^{(n)}(\tau) d\tau \quad (1)$$

式中, n 为大于 α 的最小整数, $n-1 < \alpha < n$, $\Gamma(\bullet)$ 为伽马函数。Caputo 分数导数定义的最大优点是其初始值有明确的物理意义。与分数阶微分相对应的是分数阶积分,其表达式如下:

$$D_0^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \times \int_0^t x^{\alpha-1} f(t-x) dx \quad (2)$$

由胡建兵等^[13]研究分数阶非线性系统的稳定性,给出分数阶非线性系统的稳定判据。

引理 对于一般的分数阶非线性系统:

$$\frac{d^\alpha X}{dt^\alpha} = A(X) X \quad (3)$$

当分数阶系统阶次 $\alpha < 1$, 如果存在正定矩阵 P 使不等式 $X^T P \frac{d^\alpha X}{dt^\alpha} \leq 0$ 成立, 则分数阶受控系统稳定。

1.2 基于单控制变量分数阶 Chen 系统单向耦合同步

这小节中以文献[6]中所提出的分数阶 Chen 混沌系统来进行单驱动变量的耦合同步。系统模型如下:

$$\text{驱动系统} \begin{cases} D^\alpha x_1 = a(x_2 - x_1) \\ D^\alpha x_2 = (c-a)x_1 - x_1 x_3 + c x_2 \\ D^\alpha x_3 = x_1 x_2 - b x_3 \end{cases} \quad (4)$$

$a=35, b=3, c=28, \alpha=0.90$ 时, 该 Chen 驱动系统具有复杂混沌吸引子, 如图 1 所示。

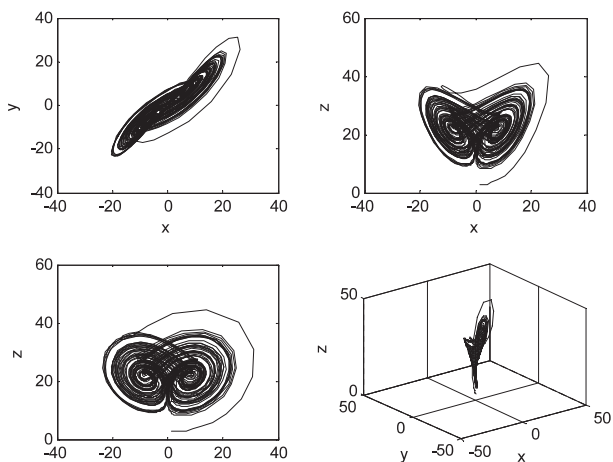


图 1 分数阶 Chen 系统混沌吸引子

在以前的研究当中,发现分数阶混沌系统的耦合同步多是基于双向耦合^[8]或者是单向多驱动变量耦合^[14]的,在实际通信中发送多路信号是不方便或者说不实际的,在这里,借鉴前人在整数阶 Chen 系统基于单个驱动变量来实现耦合同步的方法^[15],将这个线性控制器运用在分数阶的 Chen 混沌系统中。针对驱动系统和响应系统,令 $e = y - x$ 表示误差,其中 $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ 是误差向量,设计控制器 $U(t)$,使得从不同初值 x_0, y_0 出发的系统满足 $\lim_{x \rightarrow \infty} \|e\| = \lim_{x \rightarrow \infty} \|y - x\| = 0$,从而使响应系统和驱动系统达到同步。因此得到带有单驱动变量线性控制器的响应系统表达式如下:

$$\begin{cases} D^\alpha y_1 = a(y_2 - y_1) \\ D^\alpha y_2 = (c-a)y_1 - y_1 y_3 + c y_2 - k_2(y_2 - x_2) \\ D^\alpha y_3 = y_1 y_2 - b y_3 \end{cases} \quad (5)$$

其中, $a=35, b=3, c=28, \alpha=0.90, k_2$ 为反馈增益。这里设 $M_i > |x_i|, i=1, 2, 3$, 由于分数阶 Chen 混沌系统的运动轨迹是有界的, 所以常数 M_i 总是存在的。

定义同步误差为 $e_i = y_i - x_i$, 得

$$\begin{cases} D^\alpha e_1 = -a(e_1 - e_2) \\ D^\alpha e_2 = (c-a-x_3)e_1 + ce_2 - x_1 e_3 - e_1 e_3 - k_2 e_2 \\ D^\alpha e_3 = x_2 e_1 + x_1 e_2 - b e_3 + e_1 e_2 \end{cases} \quad (6)$$

由引理可得分数阶混沌系统稳定性的判据如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \frac{(a-c)M_2^2}{4ab} e_1 \frac{d^\alpha e_1}{dt^\alpha} + e_2 \frac{d^\alpha e_2}{dt^\alpha} + e_3 \frac{d^\alpha e_3}{dt^\alpha} \\ &= \frac{(a-c)M_2^2}{4ab} e_1 (ae_2 - ae_1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e_2 [(c-a)e_1 - (e_1e_3 + x_3e_1 + x_1e_3) + ce_2] + \\
& e_3(e_1e_2 + x_1e_2 + x_2e_1 - be_3) - k_2e_2^2 \\
& = -\frac{(a-c)M_2^2}{4b}e_1^2 - (k_2-c)e_2^2 - be_3^2 + \\
& \left[\frac{M_2^2-4b}{4b}(a-c) - x_3 \right] e_1e_2 + x_2e_1e_3 \\
& = -\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}
\end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{e} = [e_1, e_2, e_3]^T$,

$\mathbf{P} =$

$$\begin{bmatrix}
\frac{(a-c)M_2^2}{4b} & \frac{x_3}{2} - \frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} & -\frac{x_2}{2} \\
\frac{x_3}{2} - \frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} & k_2-c & 0 \\
-\frac{x_2}{2} & 0 & b
\end{bmatrix} \quad (8)$$

要使得系统渐进稳定,则要求 \mathbf{P} 正定,即要使得下面三个不等式成立:

$$\begin{cases}
\frac{(a-c)M_2^2}{4b} > 0 \\
(k_2-c)\frac{(a-c)M_2^2}{4b} - \left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} - \frac{x_3}{2} \right]^2 > 0 \\
(k_2-c)\frac{(a-c)M_2^2}{4} - \left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} - \frac{x_3}{2} \right]^2 b - (k_2-c)\left(\frac{x_2}{2}\right)^2 > 0
\end{cases} \quad (9)$$

因为 $a-c > 1$, 所以 $\frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} > 0$;

又因为 $\left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} - \frac{x_3}{2} \right]^2 <$

$\left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c)}{8b} + \frac{M_2^2}{2} \right]^2$, 所以式(8)成立的充分条件可变为:

$$\begin{cases}
\frac{(a-c)M_2^2}{4b} > 0 \\
(k_2-c)\frac{(a-c)M_2^2}{4b} - \left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c) + 4bM_3}{8b} \right]^2 > 0 \\
(k_2-c)\frac{(a-c)M_2^2}{4b} - \left[\frac{(M_2^2-4b)(a-c) + 4bM_3}{8b} \right]^2 b - (k_2-c)\frac{M_2^2}{4} > 0
\end{cases} \quad (10)$$

解得

$$k_2 > \frac{[(M_2^2-4b)(a-c) + 4bM_3]^2}{16b(a-c-b)M_2^2} + c \quad (11)$$

因此,只要选取 k_2 的值满足式(11),就能使矩阵 \mathbf{P} 正定,也即分数阶 Chen 系统受控稳定。

1.3 数值仿真

在数值仿真中,选取的分数阶 $\alpha = 0.90$,驱动系统和响应系统的参数均为 $(a, b, c)^T = (35, 3, 28)^T$,驱动系统初始值为 $x_1(0) = 0.1, x_2(0) = 0.1, x_3(0) = 0.1$;响应系统初始值为 $y_1(0) = 1, y_2(0) = 1, y_3(0) = 1$;反馈增益 $k_2 = 500$ 。误差系统在平衡点 $e_i = 0 (i = 1, 2, 3)$ 处可以实现渐进稳定,也即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}\| = 0$, 其中 $\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)^T$,驱动系统和响应系统达到了耦合同步,如图 2 所示。

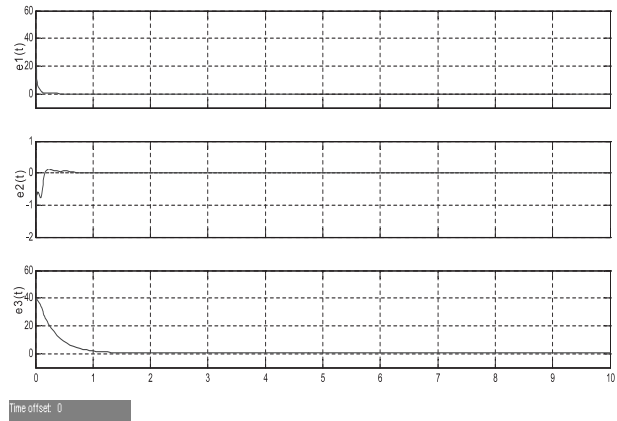


图 2 同步误差 e_i 随时间演化图

2 分数阶混沌系统的 CSK 设计

混沌键控是一种基于数字通信的混沌通信方式,利用不同参数所产生的不同吸引子来加密二进制信号代码。用二进制信号对发送端系统的某个线性参数进行调制,然后发送混沌驱动信号,在接收端由于参数调制将产生同步误差,也就是驱动信号和接收端产生的混沌信号之间的误差,利用同步误差可以在接收端检测到调制信号,从而还原信号。混沌键控比混沌遮掩具有更好的鲁棒性。

在这里,考虑单一用户的情况,因为分数阶 CSK 相干解调的传送端和接收端需要有相同的混沌基函数,选取的基函数为不同参数 c_i 下的 Chen 混沌系统所产生的混沌信号作为传输信号,然后再与符号序列进行调制,调制后的符号序列为 $s(t) = s_m x_{i2}(t) + (1-s_m)x_{22}(t)$, 其中 $i=1,2$; $x_{i2}(t)$ 为分数阶 Chen 系统输出信号, $x_{i2}(t) = D^\alpha x_2 = (c_i - a)x_1 - x_1x_3 + c_ix_2$, $i=1,2$; s_m 为所传送的第 m 个字符数据 1 或者 0; $s(t)$ 为调制器的输出; $\hat{s}(t)$ 是调制信号经过信道所

产生的带有高斯噪声的信号,即 $\dot{s}(t) = s(t) + n(t)$ 。

图 3 为基于分数阶 Chen 系统的混沌键控原理框图。

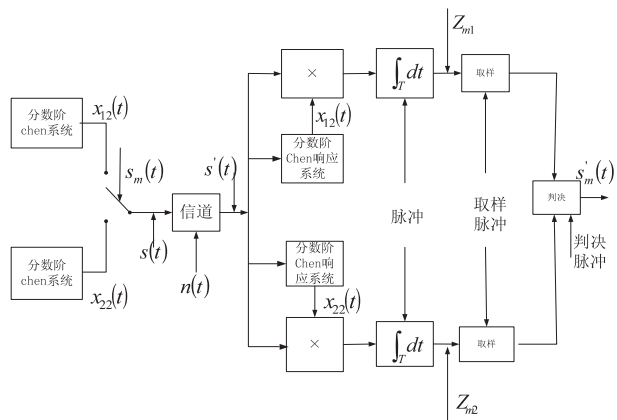


图 3 基于分数阶 Chen 系统的混沌键控原理框图

假设信噪比足够大,能够忽略噪声对同步的影响。在接收端用一个信号分离器将接收到的信号分成两路,一路发送到乘法器,一路发送到混沌响应系统中,通过单个变量 x_{i2} 单向耦合使得响应系统与驱动系统同步,并在接收端产生和驱动系统一样的一个副本,混沌基函数就恢复出来了。恢复得到基函数后,相关关联接收器恢复信号^[16] z_i 为

$$\begin{aligned} z_{mi} &= \int_0^T \dot{s}(t) x_{i2}(t) dt = \int_0^T (s(t) + n(t)) x_{i2}(t) dt \\ &= \int_0^T s(t) x_{i2}(t) dt + \int_0^T n(t) x_{i2}(t) dt \\ &= \int_0^T [s_m x_{i2} + (1 - s_m) x_{i2}] x_{i2}(t) dt + \\ &\quad \int_0^T n(t) x_{i2}(t) dt \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $i = 1, 2$ 。

由于不同的混沌信号具有正交性,便可求得:

$$E\left(\int_0^T x_{i2}(t) x_{j2}(t) dt\right) = \begin{cases} 1, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (13)$$

由此可以恢复出原有信号 Z_{mi} , 最后对输出信号 Z_{m1}, Z_{m2} 进行采样判决,即可恢复出正确的原始信号 $\dot{s}_m(t)$, 其判决规则为:

$$\dot{s}_m(t) = \begin{cases} Z_{m1} > Z_{m2}, \text{判为“1”} \\ Z_{m1} < Z_{m2}, \text{判为“0”} \end{cases} \quad (14)$$

下面是通过 Simulink 仿真得到混沌键控仿真图形,可以看出,能正确地恢复出原始的信号,验证了该方案的可行性和正确性,如图 4 所示。

在仿真中,用了 3 阶 Chen 混沌系统的 CSK 和 2.7 阶 Chen 混沌系统的 CSK 进行比较,通过编写好的 m 文件,对分数阶 CSK 通信系统进行多次仿真后,画出信噪比与误码率的曲线,如图 5 所示,在仿真中驱动系统和响应系统初始值的设置和上面同步时所设定的初

始值一样。从图中可以看出分数阶 CSK 和整数阶 CSK 的误码率性能几乎没有什么差别,当误码率 $BER = 10^{-3}$ 时,分数阶 CSK 的信噪比仅仅比 BPSK 少了 6 db,又因为分数阶 CSK 所传送的混沌信号比整数阶更为复杂,所以分数阶 CSK 通信系统更具有保密性和抗干扰性。

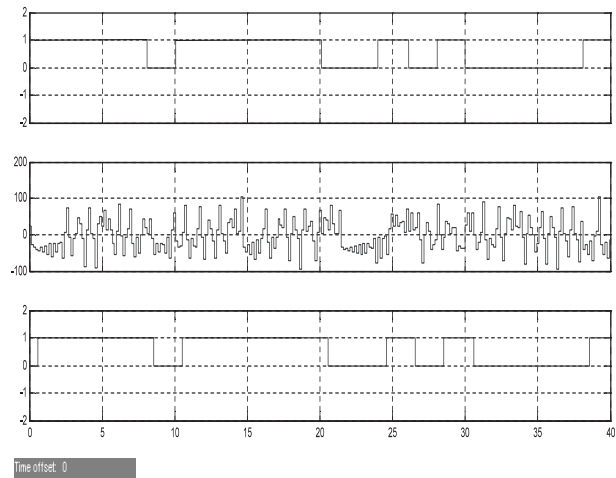


图 4 分数阶混沌键控仿真图形

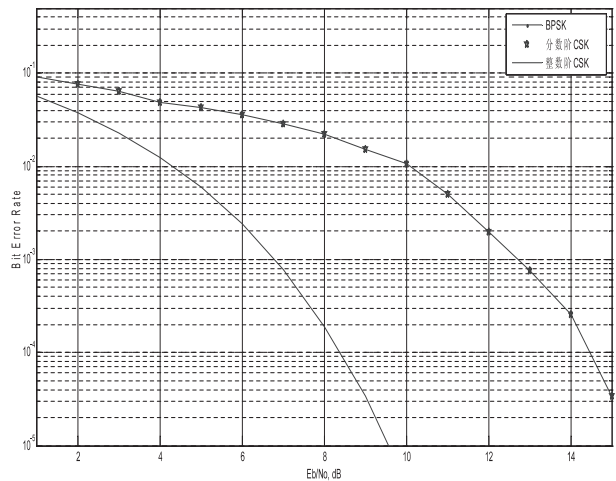


图 5 分数阶 CSK、整数阶 CSK 以及 BPSK 的性能分析图

3 结束语

分数阶混沌系统的运动轨迹比整数阶混沌系统更加复杂,因此也更具有研究意义和现实意义。文中通过分数阶 Chen 系统进行耦合同步,以单个控制变量使驱动系统和响应系统耦合同步,并且通过数值仿真进行了验证。由于仅由单个变量就可以将两个相同结构的分数阶 Chen 混沌系统同步,所以在实际通信中具有实用价值。在通信应用中设计了分数阶 Chen 系统的 CSK 通信方案,并且通过仿真得到的误码率信噪比曲线可知整数阶 CSK 和分数阶 CSK 性能几乎相差无几,因此分数阶的 CSK 更具有保密性。

传统开发方式,测试代码中不需要包含涉及界面的代码,减少了测试的工作量。

```
//DisViewModelTest.cs
[TestMethod]
public void TestDisViewModel() {
//只实例化 DisViewModel
DisViewModel target = new DisViewModel();
Assert.AreEqual(0, target.s_name.Count, "市名列表不能为空");
Assert.AreEqual(0, target.dis_type.Count, "灾害类型列表不能为空");
..... }}
```

4 结束语

文中依托新型 RIA 富客户端开发技术 Silverlight,将新型的 MVVM 设计模式应用到系统开发中,并且以实际流程为例进行了实现和分析。应用结果表明,MVVM 模式将系统中的表示和业务逻辑进行了层次划分和强分割,有效地提高了开发和维护效率,避免了开发时的混乱情况,值得应用和推广。

参考文献:

[1] Lawton G. New ways to build rich internet applications[J]. IEEE computer,2008,41(8):10-12.
[2] 孙超,钟路.基于 Silverlight 的富界面应用研究[J].武

(上接第 202 页)

参考文献:

[1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Phys rev lett,1990,64:821-830.
[2] 方锦清.非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景(二)[J].物理学报,1996,16(2):137-159.
[3] 刘崇新.分数阶混沌电路理论及应用[M].西安:西安交通大学出版社,2011.
[4] Li Changping, Peng Guojun. Chaos in Chen's system with a fractional order[J]. Chaos, solitons and fractals,2004,22(2):443-450.
[5] Grigorenko I, Grigorenko E. Chaotic dynamics of the fractional Lorenz system [J]. Physical review letters, 2003, 91(3):034101.
[6] Lu Junguo. Chaotic dynamics of the fractional order Lü system and its synchronization[J]. Physics letters A,2006,354(4):305-311.
[7] 曹鹤飞,张若洵.基于单驱动变量分数阶混沌同步的参数调制数字通信及硬件实现[J].物理学报,2012,61(2):123-130.
[8] 李志军,孙克辉,任健.分数阶统一混沌系统的耦合同步研究[J].新疆大学学报(自然科学版),2011,28(2):127-

汉理工大学学报,2008,30(12):95-97.
[3] Leff A, Rayfield J T. Web-application development using the model/view/controller design pattern [C]//Proceedings of fifth IEEE international conference on enterprise distributed object computing. [s. l.]:[s. n.],2001:118-127.
[4] Potel M. MVP: Model-view-presenter the Taligent programming model for C++ and Java[R]. [s. l.]:Taligent Inc.,1996.
[5] 张晓丽,路杨.基于 MVC 模式的 Web OA 系统的设计与实现[J].计算机技术与发展,2012,22(8):63-66.
[6] 邓志宏,张智,李建奇,等.基于 MVP 模式的进销存系统的软件架构设计[J].计算机与数字工程,2012,38(12):96-99.
[7] 艾迪明. .NET 框架体系结构[J].计算机工程与应用,2003(2):174-176.
[8] 程国雄,胡世清.基于 Silverlight 的 RIA 系统架构与设计模式研究[J].计算机工程与设计,2010,31(8):1706-1709.
[9] 陈明,李猛坤,张强.一种基于扩展 MVVM 模式的 SaaS 面向服务计算模型[J].微电子学与计算机,2010,27(8):27-30.
[10] Smith J. WPF apps with Model-View-ViewModel design pattern[EB/OL]. 2008. <http://msdn.microsoft.com/en-us/magazine/dd419663.aspx>.
[11] Noyes B. Understanding routed events and commands in WPF [EB/OL]. 2008. <http://msdn.microsoft.com/en-us/magazine/cc785480.aspx>.

131.
[9] 张若洵,杨世平,刘永利.基于线性控制的分数阶统一混沌系统的同步[J].物理学报,2010,59(3):1549-1553.
[10] 马铁东,江伟波,浮洁,等.一类分数阶混沌系统的自适应同步[J].物理学报,2012,61(16):90-95.
[11] 朱少平,钱富才.超混沌系统同步非线性反馈控制[J].计算机工程与应用,2011,47(1):50-52.
[12] Caputo M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent-II[J]. Geophysical journal of the royal astronomical society,1967,13(5):529-539.
[13] 胡建兵,韩焱,赵灵冬.分数阶系统的一种稳定性判定定理及在分数阶统一混沌系统同步中的应用[J].物理学报,2009,58(7):39-44.
[14] 何万生,杨丽新,刘晓君.一类分数阶混沌系统的耦合同步[J].河北师范大学学报:自然科学版,2012,36(6):569-672.
[15] 章婷芳,姚洪兴,耿霞. Chen 混沌系统的反馈控制方法与分析[J].系统工程理论与实践,2005(8):97-102.
[16] 谢丽君.基于相干 CSK 技术的数字通信系统的分析研究[D].南京:南京理工大学,2012.

分数阶混沌系统耦合同步及混沌键控通信设计

作者：[严璟](#)，[韦庆阳](#)，[YAN Jing](#)，[WEI Qing-yang](#)
作者单位：[南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京, 210046](#)
刊名：[计算机技术与发展](#)

ISTIC

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：2013(12)

本文链接：http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201312048.aspx