

# 证券投资组合模型及其应用

朱俊林,付英姿,陈 昇

(昆明理工大学 理学院,云南 昆明 650500)

**摘 要:**证券投资组合问题广泛存在于金融、风险投资等多个领域。文中分别在全部投资和选择性投资两种场合下重点研究了证券投资组合方案选择问题。对于全部投资而言,文中建立起了多目标规划模型并在求解过程中采用理想点法将其转化为线性规划模型,利用 LINGO 软件求解出最佳投资比例。对于后者,文中通过引入一个服从 0-1 分布的参数,将其化为一般情况求解。通过一个实例以说明上述方法的应用,并对模型进行了改进与推广。

**关键词:**多目标规划模型;理想点法;证券组合投资

中图分类号:F224

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2013)12-0168-03

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2013.12.040

## Portfolio Model and Its Application

ZHU Jun-lin, FU Ying-zi, CHEN Yi

(College of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

**Abstract:** Portfolio problem widely exists in financial, risk investment and other fields. Respectively in the total investment and selective investment portfolio is mainly studied from two kinds of situation scheme selection problem. For total investment, a multi-objective programming model is established and used in the process of solving the ideal point is transformed into linear programming model, using the LINGO software to solve the optimal investment proportion. On the latter, in this paper, introduce a 0-1 distributed parameters, the general situation to solve. Through a practical example to illustrate the use of the above methods, and the model is improved and promoted.

**Key words:** multi-objective planning model; ideal point; portfolio

## 0 引言

Markowitz 首次提出证券投资组合理论,该理论用投资组合的均值收益与方差来分别表示预期的收益和风险,即经典的均值-方差模型。根据国内外学者对证券组合投资的研究,可大致分为静态数学模型和动态控制模型<sup>[1]</sup>。前者有神经网络、线形规划方法等方法,后者有模糊规划、随机最优控制方法。但将多目标规划方法运用于投资组合中的研究并不多,严斌和董进全等研究了理想点在证券组合中的应用<sup>[2]</sup>;郭存芝和江卫等研究了建立模糊多目标规划模型来解决证券组合投资问题<sup>[3-4]</sup>。

随着可投资的有价证券种类越来越多,投资商的选择方式也越来越多。于是,如何使投资达到最大化而风险达到最小化问题成为了问题的关键。文中将利用理想点法求解证券投资组合问题,分别求出投资组合问题关于期望收益最大化、方差风险最小化以及期

望效用最大化三个目标的最优解<sup>[5-6]</sup>。针对证券选择性投资问题,文中引入了一个参数,使其服从 0-1 分布。最后对全部投资和选择投资两种方案进行比较,得出一个合理的结果,从而更有效地解决问题。

## 1 模型及方法介绍

### 1.1 Markowitz 证券组合投资模型

马柯威茨组合理论的立足点是全面考虑“期望收益最大”和“风险最小”,通过总结投资损失的概率和可能收益与预期收益的偏离程度,进行分散投资<sup>[7-8]</sup>。假设市场上共有  $n$  种风险证券可供投资者选择,其收益率向量记为  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,投资组合向量记为  $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ ,两种证券收益率的协方差矩阵为  $\mathbf{V} = (\sigma_{ij})_{n \times n}$ ,则该证券组合的收益率为  $X_p = \mathbf{W}^T \mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i$ ,总风险记为  $\sigma_p^2 = \mathbf{W}^T \mathbf{V} \mathbf{W}$ 。于是证券

收稿日期:2013-02-25

修回日期:2013-06-02

网络出版时间:2013-09-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11201200);云南省自然科学基金(2010ZC059)

作者简介:朱俊林(1985-),男,硕士研究生,研究方向为多元统计分析;付英姿,副教授,研究方向为多元统计分析。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20130929.1522.011.html>

组合投资的优化决策模型可以写成下面等式约束二次规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \sigma_p^2 = \frac{1}{2} \mathbf{W}^T \mathbf{V} \mathbf{W} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{W}^T \mathbf{e} = 1 \\ E(X_p) = \mathbf{W}^T E(\mathbf{X}) \end{cases} \quad (\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)^T) \end{aligned}$$

1.2 模糊多目标规划模型

设投资者选择了无风险证券和  $n$  种风险证券进行证券组合投资。根据 Markowitz 现代证券组合投资理论, 分别以  $r_0, r_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示无风险证券和第  $i$  种风险证券持有期内的预期收益率, 分别以  $\omega_0, \omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示无风险证券和第  $i$  种证券的投资份额, 以  $\sigma_{ij}$  表示第  $i$  种证券和第  $j$  种证券持有期内的协方差, 则在不允许买空的情况下证券组合的预期收益率  $R$  和风险  $\sigma^2$  分别为:

$$\begin{aligned} R &= r_0 \omega_0 + \sum_{i=1}^n r_i \omega_i \quad (\varepsilon_0 + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 1, \varepsilon_0 \geq 0, \varepsilon_i \geq 0) \\ \sigma^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \end{aligned}$$

考虑到收益和风险的模糊性, 将  $r_i, \sigma_{ij}$  作为模糊数, 可建立证券组合投资的模糊多目标规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & \bar{R} = r_0 \omega_0 + \sum_{i=1}^n r_i \omega_i \\ \min \quad & \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \end{aligned}$$

其中,  $\omega_0 \geq 0, \omega_i \geq 0, \omega_0 + \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$ 。

1.3 理想点法

实际应用中求解多目标规划的一种基本方法为评价函数法, 其基本思想是: 先求出多目标优化问题的各个单目标优化问题的最优解, 通过这些最优解, 借助于几何或应用中的直观背景, 构造所谓的评价函数, 通过求解评价函数的最优值, 得出原多目标规划的满意解。而理想点法就是构造评价函数的一种方法<sup>[9]</sup>。

2 模型建立

假设投资商对各项目都进行投资 (全部投资), 由于受到市场上的许多不确定因素的影响, 证券投资存在着风险, 假设收益方差即为投资风险。设投资商选择对  $n$  种项目进行投资, 分别以  $r_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示第  $i$  种证券的投资收益, 以  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示投资于各证券的投资比率。用  $\delta_{ij}^2$  表示第  $i$  种证券与第  $j$  种证券之间的风险关联性。根据组合收益的最大化和投资风险的最小化, 建立如下多目标规划的投资组合模型:

目标函数

$$\max E = \sum_{i=1}^n x_i r_i \tag{1}$$

$$\min V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_{ij}^2 x_i x_j$$

约束条件

$$\text{s. t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \tag{2}$$

在这个问题的求解中, 利用理想点法, 分别求出最大期望收益  $E_{\max}$ , 最小方差风险  $V_{\min}$ , 得到理想点  $(E_{\max}, V_{\min})$ 。由于有的投资商喜欢冒险赚取更多的钱, 而有的投资者则更谨慎, 希望风险小一些, 这时可根据投资商的喜好设置目标函数中收益和风险前面的系数  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 这样一个多目标规划模型就可转化为:

$$\begin{aligned} & \text{目标函数} \\ \min z &= \sqrt{\lambda_1 * (E - E_{\max})^2 + \lambda_2 * (V - V_{\min})^2} \tag{3} \end{aligned}$$

约束条件

$$\text{s. t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \tag{4}$$

用 LINGO 软件来求解出最终所需投资比例。  
若投资商只对其中几家或最多几家进行投资 (选择投资), 为解决这个问题, 文中增加了一个随机变量  $\xi_i$ , 使其服从 0 - 1 分布。即

$$\xi_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 种项目被投资} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 种项目不被投资} \end{cases}$$

这样就将约束条件转化为数学表达式。假设最多对其中  $k (k \leq n)$  家进行投资, 则可列出以下模型:

$$\begin{aligned} & \text{目标函数} \\ \max E &= \sum_{i=1}^n \xi_i x_i r_i \tag{5} \end{aligned}$$

$$\min V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_{ij}^2 \xi_i x_i \xi_j x_j$$

约束条件

$$\left\{ \sum_{i=1}^n \xi_i x_i = 1, \sum_{i=1}^n x_i = 1, \sum_{i=1}^n \xi_i > 0, \sum_{i=1}^n \xi_i \leq k, \xi_i \text{ 为 } 0, 1, x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n) \right\} \tag{6}$$

类似地, 可采取求解第一类问题中所列模型的求解方法进行求解, 从而得到所需要的投资组合方案。

3 实例应用

投资商希望投资一定数目的资本, 为此他对美国国债 (T-bill), 一家计算机硬件公司, 一家计算机软件公司, 以及一个高风险的剧场建设这四个投资项目的平均收益进行了评估, 并采用了 Markowitz 方法, 对各

项投资收益的方差/协方差矩阵进行评估。剧院项目的收益变化范围很大,但美国国债的收益则是固定不变的。表 1 即为各个项目的预计收益和方差/协方差矩阵。

表 1 预期收益和方差/协方差矩阵

	硬件公司	软件公司	剧院建设	美国国债
预计收益	8	9	12	7
硬件公司	4	3	-1	0
软件公司	3	6	1	0
剧院建设	-1	1	10	0
美国国债	0	0	0	0

3.1 模型建立与求解

若投资商对各项目进行全部投资,根据公式(1)和(2)建立模型,得到理想点(12,0),然后可根据投资者偏好程度设出 $\lambda_1=0.4,\lambda_2=0.6$ ,由公式(3)和(4),解得 $\mathbf{x}=(0.212\ 359\ 6,0.060\ 674\ 5,0.353\ 932\ 7,0.373\ 033\ 2)$ ,这一比例即为所求投资组合比例。

若投资商只选择一种或两种投资项目,则根据公式(5)和(6)建立模型,解得理想点(12,0),同样设出投资者偏好程度 $\lambda_1=0.4,\lambda_2=0.6$ ,再根据公式(3)和(4),解得 $\mathbf{x}=(0,0.986\ 029\ 9,0,0.013\ 970\ 1)$ ,同样这一比例即为所求的投资组合比例。

3.2 结果分析

从求解的结果可以看出:若四种证券都全部投资,则四种投资的投资比例比较平均,且第二种证券投资比例较小;而若只要求投资其中两家,则几乎都是投资在第二种证券上,第四种证券只占很少的一部分。下面分析这两种投资的总收益和总风险,如表 2 所示。

表 2 两种投资的总收益和总风险

投资方案	全部投资	选择投资
最优投资比 $\mathbf{X}$	(0.212 359 6,0.060 674 5,0.353 932 7,0.373 033 2)	(0,0.986 029 9,0,0.013 970 1)
期望收益向量	$\vec{\mu} = (8,9,12,7)^T$	$\vec{\mu} = (8,9,12,7)^T$
投资总收益	$E = \mathbf{X}\vec{\mu} = 9.103\ 372$	$E = \mathbf{X}\vec{\mu} = 8.972\ 06$
投资总风险	$V = \mathbf{X}^T\mathbf{Q}\mathbf{X} = 1.425\ 095$	$V = \mathbf{X}^T\mathbf{Q}\mathbf{X} = 5.833\ 53$

因此,从上述所求得的数据显示,第一种情况下投资收益高同时投资风险小,所以在进行证券组合投资的时候最好不买空,先决定好要投资的证券,再来建立模型进行求解,选择最佳的投资方案。但是有时不知选择哪家证券公司的情况下,则需采用选择投资模型进行求解。另外从对比的结果中可以看出一般来说在投资时越分散越好,而且投资比例越平均越好。

4 模型的改进与推广

4.1 模型的改进

(1) 由于不同的投资商对预期最小收益目标和投

资风险有不同的需求,如果在预期最小收益变动的情况下,由相应的投资风险最小的组合方式,则变动的结果可为投资商提供更多的选择<sup>[10]</sup>。

假设预期最小收益目标为  $a$ ,则全部投资改进后的模型为:

$$\min v = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sigma_{ij}^2 x_i x_j$$
$$\text{st} \begin{cases} \sum_{i=1}^4 x_i r_i \geq a \\ \sum_{i=1}^4 x_i = 1 \\ x_i \geq 0 (i = 1,2,3,4) \end{cases}$$

利用 MATLAB 编程求解,对  $a$  进行搜索,可得到  $v$ — $a$  图像,得到不同  $a$  下的投资组合。

(2) 不同的投资者对风险的承受能力不同,投资者对某种证券进行限制或偏爱某种证券,就可对  $x_1, x_2, x_3, x_4$  的取值范围进行限制,即增加约束条件,然后建立模型进行求解。

4.2 模型的推广

(1) 随机变量  $\xi_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ ,还可用于其他的证券组合投资模型同样可以解决有关部分投资的问题。

(2) 该模型是有关投资组合的多目标规划模型,此模型可推广到材料的配方问题即原料怎样配制能使产品性能最好,还可推广到多销售点的物资调运问题<sup>[11]</sup>。

5 结束语

文中主要研究了一种利用多目标规划来选择证券组合投资方案,在求解的过程中采用理想点法将其转化为线性规划问题,并用 LINGO 软件求解。对两种证券组合投资的问题进行研究,该方法可以让投资者简单地进行选择,还可以灵活地运用于多种情况的组合证券投资方案选择问题。而且随着随机最优控制理论、脉冲最优控制方法、智能优化方法的发展和应用,投资组合理论与应用将会有更大的发展。

参考文献:

[1] Farrell J,Reinhart W. Portfolio management:Theory and application [M]. 2nd ed. New York: McGraw – Hill Company, Inc. ,1997.

[2] 严 斌,董进全. 理想点法在证券投资组合中的应用[J]. 内蒙古工业大学学报,2006,25(2) :150–154.

[3] 郭存芝,郑垂勇. 一种证券组合投资的模糊多目标规划方法[J]. 系统工程理论与实践,2001(1) :21–24.

[4] 江 卫,阳彩霞,万 中. 含有模糊信息的证券投资模

```

addBehaviour( new CyclicBehaviour() {
    public void action() {
        ACLMessage msgRx = receive();
        if (msgRx != null) { //得到异常信息
            String suspectmessage = msgRx.getContent();
            //设置接收者参数,如名称、地址、语言等
            AID Rams = new AID( "receiver@tqh:1099/JADE" );
            Rams.addAddresses( "http://tqh:7778/acc" );
            ACLMessage msg = new ACLMessage( ACLMessage.IN-
            FORM );
            msg.addReceiver( Rams );
            msg.setLanguage( "English" );
            try {
                msg.setContent( suspectmessage );
            } catch (Exception e) {
                e.printStackTrace();
            }
            send(msg); //将异常信息推送给监控台
        } else block(); //等待接收异常信息
    }
});

```

### 3 结束语

文中阐述了该系统的总体结构、组成部分、工作机制以及实现的关键技术,并在 JADE 平台基础上进行了实证。该系统具有可扩展性、安全性和挖掘效率高等优点,与传统的监控系统相比,多 Agent 技术在复杂的医保欺诈检测中提供了新的思考方法。

#### 参考文献:

- [1] Eggleston K. Risk selection and optimal health insurance provider payment systems[J]. Journal of risk and insurance, 2000, 67(2): 173-196.
- [2] Yang Wan-Shiou, Hwang San-Yih. A process-mining framework for the detection of healthcare fraud and abuse[J]. Expert system with applications, 2006, 31: 56-68.
- [3] Qiang Yongqian, Guo Youmin. The diagnostic rules of peripheral lung cancer preliminary study based on data mining tech-

nique[J]. Journal of Nanjing medical university, 2007, 21(3): 190-195.

- [4] Praca I, Ramos C, Vale Z, et al. MASCEM: A multi-Agent system that simulates competitive electricity markets[J]. IEEE intell syst, 2003, 18(6): 54-60.
- [5] Nagata T, Sasaki H. A multi-Agent approach to power system restoration[J]. IEEE trans on power syst, 2002, 17(2): 457-462.
- [6] Honig A, Howard A, Eskin E. Adaptive model generation: An architecture for the deployment of data mining based intrusion detection systems[C]//Proc of data mining for security applications. [s.l.]: Kluwer Press, 2002.
- [7] 李立. 关于建立我国保险业欺诈检测系统的思考[J]. 广东财经职业学院学报, 2007, 6(5): 49-52.
- [8] 张春生, 王秀美. 实时性欺诈检测系统的设计与实现[J]. 计算机工程与应用, 2005(16): 221-223.
- [9] 孙喁喁, 黄光球. 基于黑板的多 Agent 系统的研究[J]. 中国科技信息, 2007(16): 197-199.
- [10] Fabio B, Gaire G, Tiziana T, et al. JADE programmer's guide [EB/OL]. 2002-07-15. <http://Agent.cs.bath.ac.uk/jade/programmersguide.pdf>.
- [11] Du J, Yan X, Chen Z. A multi-Agent based tool path planning method for STEP-NC compliant milling[C]//Proc of 2009 international conference on manufacturing science and engineering. Zhuhai, China: Trans Tech Publications, 2009.
- [12] Wu X, Sun J. Study on a KQML-based intelligent multi-Agent system[C]//Proc of 2010 international conference on intelligent computation technology and automation. Changsha, China: IEEE Computer Society, 2010.
- [13] 石慧, 徐从富, 刘勇, 等. Agent 通信语言 KQML 的实现及应用[J]. 计算机工程与应用, 2005(13): 94-97.
- [14] 刘洋. 智能建筑系统中多 Agent 间交互与协作的应用研究[D]. 济南: 山东建筑大学, 2009.
- [15] Li B, Li W, Zhang Y. Agent-based modeling and simulation for vehicle dispatching at container terminals[J]. Journal of system simulation, 2008, 20(19): 5158-5161.
- [16] 何炎祥, 陈莘萌. Agent 和多 Agent 系统的设计与应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001: 162-167.

(上接第 170 页)

- 型[J]. 重庆工学院学报(自然科学), 2008, 22(11): 89-93.
- [5] 田振明. Markowitz's 证券组合投资决策模型的有效集解法[J]. 价值工程, 2007(12): 160-163.
- [6] 廖锋, 高兴宝. 差分演化算法在约束优化问题中的应用[J]. 计算机技术与发展, 2010, 20(5): 187-190.
- [7] Markowitz H. Portfolio selection[J]. Journal of finance, 1952, 3(7): 77-91.
- [8] Parra M A, Terol A B, Uria M V R. A fuzzy goal programming

approach to portfolio selection[J]. European journal of operational research, 2001, 133: 287-297.

- [9] 薛利敏, 岳伟. 基于模糊系数的投资组合选择模型[J]. 纺织高校基础科学学报, 2007, 20(2): 133-136.
- [10] 周建平, 徐辉, 颜七笙. 基于模糊线性规划的证券组合投资优化研究[J]. 科学技术与工程, 2007, 7(6): 1123-1127.
- [11] 郭存芝. 现代证券投资组合在我国的应用研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2001(1): 104-106.

作者: [朱俊林](#), [付英姿](#), [陈异](#), [ZHU Jun-lin](#), [FU Ying-zi](#), [CHEN Yi](#)  
作者单位: [昆明理工大学 理学院, 云南 昆明, 650500](#)  
刊名: [计算机技术与发展](#)

ISTIC

英文刊名: [Computer Technology and Development](#)

年, 卷(期): 2013(12)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201312040.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201312040.aspx)