

噪声信道下输出耦合复杂动态网络的状态估计

尹晓东

(南京邮电大学 自动化学院,江苏 南京 210046)

摘要:文中研究了一类带有噪声的复杂动态网络的状态估计问题,不同于现有的根据节点的状态变量构造观测器的方法,文中利用节点的输出变量构造观测器,并基于积分控制的思想提出了一种估计网络状态的新方案。根据李雅普诺夫稳定性判据,所提出的构思的可行性得到了论证,并且以线性矩阵不等式的形式给出了状态估计的充分条件。分别以无标度网络和小世界网络为模型,以Lorenz混沌映射作为复杂网络的节点进行数值化仿真。研究表明,这种方法能够使系统状态的估计误差收敛于0,仿真的结果进一步证明了文中所提方案的有效性。

关键词:状态估计;复杂动态网络;信道噪声;李雅普诺夫稳定性

中图分类号:TP31

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2013)11-0062-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2013.11.016

State Estimation of Output-coupling Complex Dynamical Networks under Noisy Transmission Channel

YIN Xiao-dong

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: The state estimation problem is addressed in this paper for a output-coupling complex dynamical network under noisy transmission channel. Be different from current method of establishing the observer in accordance with state variable for node, a new scheme of estimating network state is presented based on integral control thoughts, using output for observer. The feasibility of idea is verified according to Lyapunov stability theory and give the sufficient condition of state estimation by linear matrix inequality. Respectively take the scale-free network and the small world network as two models, the Lorenz chaotic system as the node dynamics, to do some simulations. The results indicate that the method can make the estimating error of system state converged zero, further verifying the effectiveness of the method.

Key words: state estimation; complex dynamical networks; channel noise; Lyapunov stability

0 引言

近年来,复杂动态网络的研究正处于蓬勃发展阶段,研究表明,诸如Internet、WWW、通信网络、大型电力网络、生物网络、医学和社会网络等许多网络,都可以看成是复杂动态网络^[1-5]。复杂动态网络的研究已经成为一个具有多学科、十分重要且富有挑战性的前沿课题。

对于大规模网络而言,网络的复杂度不可避免地导致了部分状态无法被测量到^[6-7]。为了了解复杂网络的动态行为,有必要通过已有的状态变量对网络中的所有状态变量进行估计。而在实际工程中,即使可以观测到的状态通常也会受到噪声的干扰。因此,有

必要研究如何利用现有的信息重新构造传输过程存在噪声的复杂网络状态。

在混沌同步系统中,积分观测器对于控制噪声的有效性已经得到证明^[8-10],基于此,文中将积分观测器思想应用到网络状态观测器设计。文中所考虑的网络为输出耦合的复杂动态网络,并且利用节点的输出变量进行设计。

1 问题描述及网络积分状态观测器

考虑一个具有 N 个节点的输出耦合网络模型,可以通过如下式子表示:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + f(\mathbf{x}_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij}\mathbf{L}\mathbf{y}_j$$

收稿日期:2013-01-25

修回日期:2013-05-06

网络出版时间:2013-08-28

基金项目:教育部高等学校博士点基金项目(20103223110003)

作者简介:尹晓东(1988-),男,江苏南京人,硕士研究生,研究方向为复杂网络与网络控制。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20130828.0759.005.html>

$$y_i = Hx_i \quad (1)$$

其中, $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in R^n$ 是第 i 个节点的状态变量; $y_i \in R^m$ 是第 i 个节点的输出变量; $f: R^n \rightarrow R^n$ 为各个节点状态变量之间的内部耦合函数。 $H \in R^{m \times n}$ 是每一个节点的输出矩阵。内部耦合矩阵 $L \in R^{n \times m}$ 。 $C = (c_{ij})_{N \times N} \in R^{N \times N}$ 表示网络的拓扑结构, 如果节点 i 和节点 j 之间有连接 ($i \neq j$), 那么 $c_{ij} = c_{ji} > 0$; 否则 $c_{ij} = c_{ji} = 0$ 。矩阵 C 满足耗散耦合条件 $\sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij} = -c_{ii}$ 。在大多数情况下, C 是一个对称矩阵。

假设 1: 假设 $f(x)$ 是 Lipschitz 连续的, 也就是说, 存在一个正实数 α , 满足 $\|f(\hat{x}) - f(x)\| \leq \alpha \|\hat{x} - x\|$, 其中, $x \in R^n, \hat{x} \in R^n, \|\bullet\|$ 表示欧几里德范数。

为了估计输出耦合复杂动态网络(1) 的状态, 网络的输出变量 y_i 通过传输信道传输到响应网络。由于实际信道上有噪声存在, 输出 y_i 通常会受到噪声的干扰, 因而响应端测量值可以表示为:

$$\bar{y}_i = Hx_i + w_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

其中, $\bar{y}_i \in R^m$ 是输出端的实际测量值; w_i 是传输信道中的噪声。

为了估计(1) 的状态, 设计以下观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= A\hat{x}_i + f(\hat{x}_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij} L y_j + \bar{K}_i (\bar{z}_i - \hat{z}_i) \\ \dot{\hat{z}}_i &= H\hat{x}_i + l_i (\bar{z}_i - \hat{z}_i) \end{aligned}$$

$$\hat{y}_i = [0 \quad I] \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix} = \bar{z}_i = H\hat{x}_i + l_i (\bar{z}_i - \hat{z}_i)$$

$$i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中, $\hat{x}_i \in R^n$ 是网络(1) 中第 i 个节点的估计状态; $\hat{y}_i \in R^m$ 是网络(3) 中第 i 个节点的输出变量; $\bar{K}_i \in R^{n \times m}, l_i \in R^{m \times m}$ 是待求解的状态观测器增益。

需要指出, 观测器(3) 区别于传统的比例观测器之处, 在于它的控制器算法是对测量值求积分, 从而使得(3) 的状态能够更好地收敛于(1) 的状态。

下面, 需要确定一个合适的观测器增益 $\bar{K}_i \in R^{n \times m}, l_i \in R^{m \times m}$, 使得估计的状态变量 \hat{x}_i 能够趋近于网络的实际状态变量 x_i 。

定义状态误差为

$$\begin{aligned} e_i &= x_i - \hat{x}_i \\ e_{zi} &= z_i - \hat{z}_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

联立(1) 到(4) 式, 可以得到误差动态函数:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A e_i + f(x_i) - f(\hat{x}_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij} L H e_j - \bar{K}_i e_{zi} \\ \dot{e}_{zi} &= H e_i + w_i - l_i e_{zi} \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } B &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix}, \bar{L} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{H} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{K}_i = \begin{bmatrix} K_i \\ l_i \end{bmatrix}, D = [0 \quad I]^T, \text{ 以及 } F(x_i, \hat{x}_i) = [(f(x_i) - f(\hat{x}_i))^T \quad 0]^T, \text{ 于是(5) 式可以写成:} \end{aligned}$$

$$\dot{E}_i = B E_i + F(x_i, \hat{x}_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j + D w_i - K_i D^T E_i \quad (6)$$

接下来只需要确定观测器增益矩阵 K_i , 从而保证 E_i 能够收敛于 0。下面的定理给出了确定 K_i 的方法。

2 积分观测器增益计算

定理 1: 若假设 1 的条件成立, 如果存在正定矩阵 $P = P^T > 0, M_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 以及常数 $\gamma > 0$, 并且满足以下不等式:

$$\prod + C \otimes (P \bar{L} \bar{H}) + (C \otimes (P \bar{L} \bar{H}))^T < 0 \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \prod &= \text{diag}(PB + B^T P + \alpha^2 I + P^2 + 2\gamma P - DM_1^T - M_1 D^T, \dots, PB + B^T P + \alpha^2 I + P^2 + 2\gamma P - DM_N^T - M_N D^T) \end{aligned}$$

于是误差动力学方程(6) 将会收敛到如下很小的邻域:

$$\begin{aligned} O = \{E_i: \|E_i\| \leq (\|PD\| \|w_i\|) / (\gamma \lambda_{\min}(P)) + \mu\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\lambda_{\min}(P)$ 是矩阵 P 的最小特征根; μ 是一个很小的正常量。综上所述, 网络(3) 可以在一个很小的误差范围内对网络(1) 进行状态估计, 并且 $K_i = P^{-1} M_i$ 。

证明: 定义一个李雅普诺夫函数 $V = \sum_{i=1}^N E_i^T P E_i$, 根据(6) 式, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[E_i^T (PB + B^T P - DK_i^T P - PK_i D^T) E_i + 2E_i^T P F(x_i, \hat{x}_i) \right. \\ &\quad \left. + E_i^T P \sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j + \left(\sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j \right)^T P E_i + 2E_i^T P D w_i \right] \end{aligned} \quad (9)$$

由假设 1: $\|f(x) - f(\hat{x})\| \leq \alpha \|x - \hat{x}\|$, 有: $F(x_i, \hat{x}_i) \leq \alpha E_i$, 代入(9) 式, 可以得到: $2E_i^T P F(x_i, \hat{x}_i) \leq 2E_i^T \alpha P E_i \leq E_i^T (\alpha^2 I + P^2) E_i$

于是有

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^N \left[E_i^T (PB + B^T P - DK_i^T P - PK_i D^T + \alpha^2 I + P^2) E_i + E_i^T P \sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j + \left(\sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j \right)^T P E_i + 2 E_i^T P D w_i \right] \quad (10)$$

令 $E = (E_1^T, \dots, E_N^T)^T$, 根据(7)式, (9)式可以进行如下化简:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N \left[E_i^T (PB + B^T P - DK_i^T P - PK_i D^T + \alpha^2 I + P^2) E_i + E_i^T P \sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j + \left(\sum_{j=1}^N c_{ij} \bar{L} \bar{H} E_j \right)^T P E_i + 2 E_i^T P D w_i \right] \\ &\leq E^T \left(\prod + C \otimes (P \bar{L} \bar{H}) + (C \otimes (P \bar{L} \bar{H}))^T \right) E \\ &\quad - \sum_{i=1}^N (2\gamma E_i^T P E_i - 2 E_i^T P D w_i) \\ &\leq - \sum_{i=1}^N 2\gamma \lambda_{\min}(P) \|E_i\| \\ &\quad \left(\|E_i\| - \frac{\|PD\| \|w_i\|}{\gamma \lambda_{\min}(P)} + \mu \right) \end{aligned} \quad (11)$$

如果 E_i 不属于 O , 比如说, $\|E_i\| > (\|PD\| \|w_i\|) / (\gamma \lambda_{\min}(P)) + \mu$, 那么 $\forall \|E_i\| > (\|PD\| \|w_i\|) / (\gamma \lambda_{\min}(P)) + \mu$, 总有

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^N 2\mu \gamma \lambda_{\min}(P) \|E_i\| \quad (12)$$

基于李雅普诺夫稳定性判据, 状态误差收敛到一个很小的邻域 O , 证明完毕。

为了简化以上矩阵不等式, 在这里运用 Schur 补引理。那么(7)式可以等价于以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Delta + C \otimes (P \bar{L} \bar{H}) + (C \otimes (P \bar{L} \bar{H}))^T & A \\ A^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{diag}(PB + B^T P + \alpha^2 I + 2\gamma P - DM_1^T - M_1 D^T, \\ &\quad \dots, PB + B^T P + \alpha^2 I + 2\gamma P - DM_N^T - M_N D^T), \\ A &= \text{diag}(\underbrace{(P, \dots, P)}_N), M_i = PK_i, i = (1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

3 仿真分析

在这一节中, 将分别以 BA 无标度网络和 WS 小世界网络为例, 来验证所提出的估计算法的有效性, 在网络中, 每一个节点的状态都满足 Lorenz 混沌动力学方程

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ b & -1 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -x_{i1} x_{i3} \\ x_{i1} x_{i2} \end{pmatrix}$$

$$= Ax_i + f(x_i) \quad (14)$$

其中, a, b 和 c 都是参数。当 $a = 10, b = 28, c = -8/3$ 时, 系统(14) 是混沌的。对于 Lorenz 系统中的任意两个状态变量 x_i 和 x_j , 由于混沌吸引子在一定范围内有界, 因而存在常数 θ , 满足 $\|x_{ik}\| \leq \theta, \|x_{jk}\| \leq \theta$, 其中 $k = 1, 2, 3$ 。于是有:

$$\begin{aligned} \|f(x_i) - f(x_j)\| &= \sqrt{(x_{i1}x_{i3} - x_{j1}x_{j3})^2 + (x_{i1}x_{i2} - x_{j1}x_{j2})^2} \leq 2\theta \|x_i - x_j\| = \alpha \|x_i - x_j\| \end{aligned} \quad (15)$$

从而可以证明 Lorenz 系统是满足假设 1 的条件。

接下来, 将研究满足上述节点动态方程的复杂动态网络的状态估计。生成具有 10 个节点的 BA 无标度网络, 并给出网络中的一些参数 $H = [1 \ 0 \ 0]^T, L = [1 \ 1 \ 1]^T$, 以及 $\alpha = 0.1, \gamma = 0.2$, 并且令 $M_1 = M_2 = \dots = M_N = M$ 。运用 MATLAB^[11] 中的 yalmip 工具箱^[12], 可以求得:

$$P = \begin{bmatrix} 2.7554 & -1.2124 & -0.1686 & -0.0152 \\ -1.2124 & 0.5383 & 0.0830 & -0.2300 \\ -0.1686 & 0.0830 & 0.0837 & 0.0024 \\ -0.0152 & -0.2300 & 0.0024 & 24.2132 \end{bmatrix}$$

$$M = [9.7423 \ -1.7370 \ 0.0137 \ 592.3274]^T$$

$$K = P^{-1}M = [2540.0 \ 5860.1 \ -694.5 \ 81.8]^T$$

在仿真时, 认为 w_i 是一个均值为 0, 方差为 0.1 的高斯噪声。仿真结果如图 1 所示, 从图中可以看出, 每个节点的每一个状态的状态误差最后都收敛于 0。

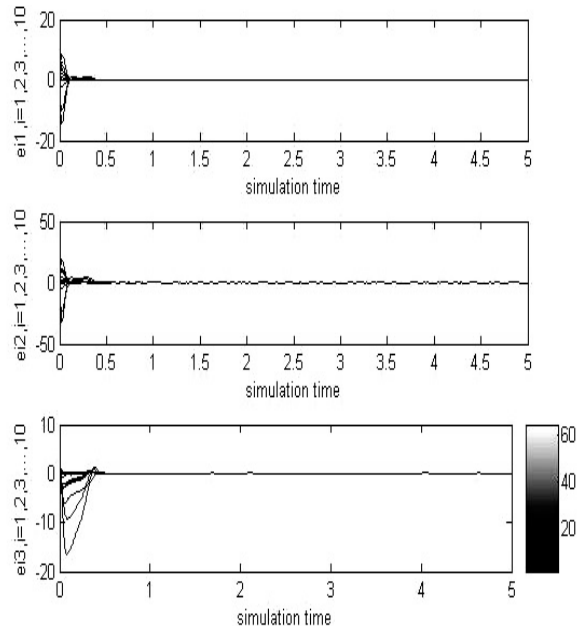


图 1 BA 无标度网络模型的状态误差

接下来, 再以小世界网络模型为例, 验证所提出算法的有效性。生成具有 10 个节点的小世界网络, 运用 MATLAB 的 yalmip 工具箱, 可以求得:

$$P = \begin{bmatrix} 2.2379 & -0.9843 & -0.1345 & 0.0438 \\ -0.9843 & 0.4367 & 0.0672 & -0.2049 \\ -0.1345 & 0.0672 & 0.0783 & 0.0129 \\ 0.0438 & -0.2049 & 0.0129 & 15.5963 \end{bmatrix}$$

$$M = [6.4118 \quad -0.7332 \quad 0.0821 \quad 244.431]^T$$

$$K = P^{-1}M = [3171.5 \quad 7326.4 \quad -857.4 \quad 103.8]^T$$

仿真结果如图 2 所示,从图中可以看出,每个节点的每一个状态误差最后仍然都收敛于 0。

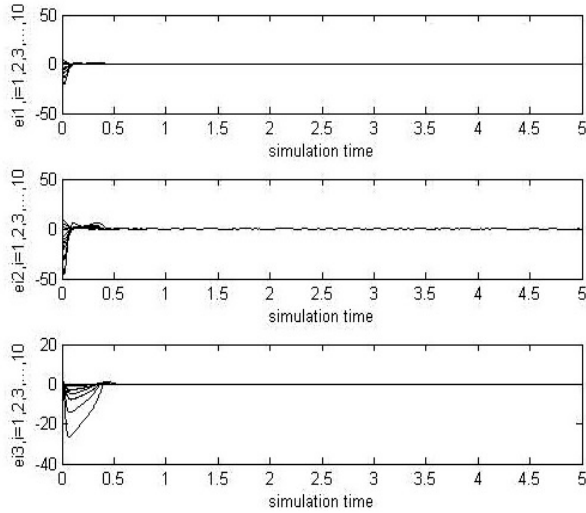


图 2 WS 小世界网络模型的状态误差

4 结束语

文中研究了噪声传输信道下的复杂动态网络的状态估计,通过节点输出变量设计了一种积分观测器,用于估计复杂网络节点的状态,估计误差可以控制在一个很小的邻域内。利用线性矩阵不等式,确定观测器的增益,并给出具体的例子验证了方案的有效性。

参考文献:

- [1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of "small-world" networks[J]. Nature, 1998, 393(6684): 409-410.
- [2] Barabasi A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.
- [3] 蒋国平, 樊春霞, 宋玉蓉, 等. 复杂动态网络同步控制及其在信息物理系统中的应用[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2010, 30(4): 41-51.
- [4] 郭雷, 许晓鸣. 复杂网络[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006.
- [5] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [6] Jiang G P, Tang W K, Chen G. A state-observer-based approach for synchronization in complex dynamical networks[J]. IEEE trans on circuits syst I, regular papers, 2006, 53(12): 2739-2745.
- [7] Liu Y, Wang Z, Liang J, et al. Synchronization and state estimation for discrete-time complex networks with distributed delays[J]. IEEE transactions on systems, man and cybernetics - part B: cybernetics, 2008, 38(5): 1314-1324.
- [8] Jiang G P, Zheng W X, Tang W K S. Integral-observer-based chaos synchronization[J]. IEEE transactions on circuits and systems II, 2006, 53(2): 110-114.
- [9] Fan C X, Jiang G P. State reconstruction for complex dynamical networks with noises[J]. International journal of modern nonlinear theory and application, 2012(1): 1-5.
- [10] 樊春霞, 蒋国平. 输出耦合的复杂网络自适应牵制控制同步[J]. 应用科学学报, 2010, 28(2): 203-208.
- [11] 张志涌, 杨祖樱. MATLAB 教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [12] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

+++++

(上接第 61 页)

参考文献:

- [1] 马建仓, 牛奕龙, 陈海洋. 盲信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006: 172-185.
- [2] Tong L, Perreau S. Multichannel blind identification: from subspace to maximum likelihood methods[J]. Proc of IEEE, 1998, 86(10): 1951-1968.
- [3] Shen Junqiang, Ding Zhi. Zero-forcing blind equalization based on subspace estimation for multiuser systems[J]. IEEE transactions on communications, 2001, 49(2): 262-271.
- [4] 于舒娟, 张志涌. 含公零点 SIMO 信道 QPSK 序列盲检测[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2005, 35(6): 867-871.
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of IEEE international conference on neural networks. Perth, Australia: [s. n.], 1995.
- [7] 李丽, 牛奔. 粒子群优化算法[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2009: 67-72.
- [8] 纪震, 廖惠连, 吴青华. 粒子群算法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 12-15.
- [9] Jiao B, Lian Z, Gu X. A dynamic inertia weight particle swarm optimization algorithm[J]. Chaos, solitons and fractals, 2008, 37(3): 698-705.
- [10] Poli R, Kennedy J, Blackwell T. Particle swarm optimization - an overview[J]. Swarm intelligence, 2007, 1(1): 33-57.
- [11] Hashemi A B. A note on the learning automata based algorithms for adaptive parameter selection in PSO[J]. Applied soft computing journal, 2011, 11(1): 689-705.

噪声信道下输出耦合复杂动态网络的状态估计

作者: 尹晓东, [YIN Xiao-dong](#)
作者单位: [南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京, 210046](#)
刊名: [计算机技术与发展](#)

ISTIC

英文刊名: [Computer Technology and Development](#)

年, 卷(期): 2013(11)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201311017.aspx