

# 改进匹配追踪算法及其在图像压缩中的应用

陆 望,王友国

(南京邮电大学理学院,江苏南京 210046)

**摘 要:**压缩传感,是近年来新出现的一种采样定理。它的特点是对信号进行采样所需要的条件远远小于 Nyquist 采样速率。这种采样定理要求信号是稀疏的或者是可压缩的,并能在采样时对信号数据进行压缩,然后通过非线性重建算法完美重建信号。它突破了 Nyquist 采样定理,因此具有广阔的发展前景。重建算法中有一类称为匹配追踪算法,文中围绕改进的匹配追踪算法在图像压缩中的应用展开了研究,对 OMP 算法、ROMP 算法进行了实现,并对算法本身以及其重构效果做出了比较;针对按列处理速度较慢的缺点,使用了分块处理的方法,降低运算时测量矩阵的规模,实验表明,分块处理确实能够加快运算速度。由于自然信号进行稀疏变换后,稀疏度不确定,造成重构时迭代次数不够合理。针对这个现象,文中提出了如何确定合适的迭代次数的方法,提高重建的精确度。这个方法本身会消耗时间,可以在权衡了重构精确度要求和时间要求后确定是否使用。

**关键词:**压缩传感;匹配追踪;重建算法;图像压缩

**中图分类号:**TP39

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2013)08-0234-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2013.08.060

## Improved Matching Pursuit Algorithms and Application in Image Compression

LU Wang, WANG You-guo

(College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

**Abstract:** Compressive Sensing (CS) is a new signal sampling theory which breaks through the Nyquist sampling theory, and has a broad development prospect. The new method requires the signal to be sparse or compressible, and obtains the discrete samples of original signal. It is able to compress a signal during the process of sampling, and then reconstructs the signal perfectly using the nonlinear reconstruction algorithms. The Matching Pursuit (MP) algorithm is one kind of the reconstruction algorithms. Research the applications of matching pursuit algorithm in the field of image compression, give the implementation of OMP, ROMP algorithm and the comparison of their reconstruction results. To increase the convergence speed of OMP algorithm, and reduce matrix scale, the image is divided into blocks. The experience results show that the new scheme do improves the computing efficiency. At last, an idea of how to determine the proper iterative times is presented. Since the sparsity of a random signal is unknown, iterative times cannot be rational. The method itself is a iteration process, which consumes computing time. Use this method after measuring the requests of reconstruction accuracy and speed.

**Key words:** compressive sensing; matching pursuit; reconstruction algorithm; image compression

## 0 引 言

在现代生活中,需要计算机处理的数据量以惊人速度增大,这要求信号处理能力相应地变强,也是对硬件设备的一个极大的挑战。传统的香农(Shannon)/奈奎斯特(Nyquist)采样定理指出:为了防止遗漏信息,捕捉信号时的速率必须高于信号带宽的两倍。在许多应用中,如数字图像、摄影机等,奈奎斯特速率太高而导致对样本压缩的要求远高于对存储和传输的要

求。所以,如何突破 Nyquist 采样理论的瓶颈,发展全新的信号获取、处理、存储、传输等方式,成为信息领域向前发展的关键所在<sup>[1]</sup>。

于是,一种新的压缩传感(Compressive/Compressed Sensing)理论<sup>[2]</sup>应运而生,在信号处理领域引起了广泛的关注。该理论针对可稀疏表示的信号,在信号获取的同时,就对数据进行适当的压缩,将数据采集和数据压缩合二为一,大量节约了传感元、时间和存

收稿日期:2012-10-16

修回日期:2013-01-28

网络出版时间:2013-04-08

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61179027)

作者简介:陆 望(1990-),女,硕士研究生,研究方向为信息处理理论与应用。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20130408.1600.023.html>

存储空间。这些显著的特点使压缩感知理论在信号处理领域有着广阔的发展前景。

解决了采样问题后,如何从采样值恢复出原信号,就成了重点。重构算法中有一种叫做匹配追踪算法(Matching Pursuit, MP),文中将对该算法以及在其基础上改进的系列算法进行着重介绍。压缩传感以及基于压缩传感的重构算法在很多领域都有应用,比如图像处理、语音信号重构、信道估计等,文中主要介绍改进的匹配追踪算法在图像压缩中的应用,实现其中几种算法并做出相应改进。

## 1 迭代贪婪算法

### 1.1 迭代贪婪算法思想简介

信号重建算法在压缩传感理论中是关键的一部分。信号重建是指根据  $M$  维的测量向量  $\mathbf{y}$  重建出  $N$  维信号  $\mathbf{x}$  的过程( $M < N$ )。将信号重建转化为数学问题,实际上就是求解如下最小  $l_0$  范数问题:

$$\hat{\mathbf{x}} = \min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

$l_0$  范数最小使得结果中有尽可能多的 0,  $K$ -稀疏的信号,表示  $N$  维向量中有  $K$  个非零值,所以求解  $l_0$  范数问题,需要穷举  $C_N^K$  种可能,是一个 NP-hard 问题,无法直接求解。既然无法求得最优解,那么只有转而求次优解,于是研究人员提出了一系列求次优解的算法,主要包括最小  $l_1$  范数法、匹配追踪算法、迭代阈值法以及专门处理二维图像问题的最小全变分法等。

要介绍的迭代贪婪算法,是将式(1)转化考虑误差的近似形式求解,表达式如(2)所示,其中  $\xi$  是一个极小的常量,用于事先设定可接受的误差范围。通过求解下面的最优  $l_0$  范数问题,从测量向量  $\mathbf{y}$  中精确重建出未知的信号  $\mathbf{x}$ :

$$\hat{\mathbf{x}} = \min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s. t. } \|\Phi \mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 < \xi \quad (2)$$

文中要介绍的匹配追踪算法及其改进算法就是基于这种思想发展出来的一系列迭代贪婪算法。该系列最早的有匹配追踪算法(Matching Pursuit, MP)和正交匹配追踪算法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)<sup>[3]</sup>,后来又有改进的算法,正则正交匹配追踪算法(Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP)<sup>[4]</sup>、阶段匹配追踪算法(Stagewise Orthogonal Matching Pursuit, StOMP)、压缩采样匹配追踪算法(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)<sup>[5]</sup>、子空间追踪算法(Subspace Pursuit, SP)等<sup>[1]</sup>。

### 1.2 正交匹配追踪算法(OMP)

OMP 核心算法步骤如下:

输入:测量矩阵  $\Phi$ , 样本向量  $\mathbf{y}$ , 稀疏度  $K$ ;

输出: $\mathbf{x}$  的  $K$ -稀疏的逼近值  $\hat{\mathbf{x}}$ ;

初始化:残差  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$ , 索引集  $\Lambda_0 = \emptyset$ , 迭代次数  $t = 1$ 。

步骤 1:用残差  $\mathbf{r}$  与测量矩阵的每一列  $\boldsymbol{\varphi}_j$  做内积,找出最大的内积,记录该列的下标  $\lambda$ , 即  $\lambda_t = \arg \max_{j=1, \dots, N} |\langle \mathbf{r}_{t-1}, \boldsymbol{\varphi}_j \rangle|$ ;

步骤 2:更新索引集  $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$ , 记录本次迭代找到的重建原子,  $\Phi_t = [\Phi_{t-1}, \boldsymbol{\varphi}_{\lambda_t}]$ ;

步骤 3:得到本次迭代中  $\mathbf{x}$  的最佳逼近  $\hat{\mathbf{x}}_t = \arg \max_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \Phi_t \mathbf{x}\|_2$ ;

步骤 4:更新残差  $\mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \Phi_t \hat{\mathbf{x}}_t, t = t + 1$ ;

步骤 5:判断:若  $t > K$ , 停止迭代;否则,执行步骤 1<sup>[1,6,7]</sup>。

### 1.3 正则正交匹配追踪算法(ROMP)

ROMP 算法由 OMP 演变而来。在 ROMP 算法中,每次迭代选出满足一定条件的多个原子,不同于 OMP 算法中每次只选出一个原子,因此对于  $K$ -稀疏信号,使用 ROMP 算法经过  $K$  次迭代就可以得到信号估计值,故 ROMP 运算量较之 OMP 算法有所减小。ROMP 算法具有贪婪算法简单易实现的优点,且重构精确度高,与凸优化算法相当,高于 OMP 算法。

ROMP 核心算法步骤如下:

输入:测量矩阵  $\Phi$ , 样本向量  $\mathbf{y}$ , 稀疏度  $K$ ;

输出: $\mathbf{x}$  的  $K$ -稀疏的逼近值  $\hat{\mathbf{x}}$ ;

初始化:残差  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$ , 索引集  $I = \emptyset$ , 迭代次数  $t = 1$ 。

步骤 1:计算  $u = \langle \mathbf{r}_{t-1}, \Phi_j \rangle$ ;

步骤 2:选择  $u$  中的前  $K$  个最大的非零值,若非零值不足  $K$  个,则选择其所有非零值,将其坐标存入集合  $J$ ;

步骤 3:正则化:对  $J$  的所有子集  $J_0$  验证是否满足。 $|u(i)| \leq 2|u(j)|, i, j \in J_0$ 。

在满足上述条件的子集中选择能量值  $\|\mathbf{u}|_{J_0}\|_2$  最大的一个子集  $J_0$ ;

步骤 4:更新:索引集  $I \leftarrow I \cup J_0, \hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{z \in R^I} \|\mathbf{y} - \Phi z\|_2, \mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \Phi \hat{\mathbf{x}}_t$ ;

步骤 5:判断: $t = K$  或  $|I| > 2K$ , 输出  $\hat{\mathbf{x}}_t$ ;反之,  $t \leftarrow t + 1$ , 返回步骤 1<sup>[4,7]</sup>。

## 2 仿真实验-图像重构

### 2.1 OMP 算法按列重构

由上一节内容,发现匹配追踪算法都是对一维向量进行处理的,所以对图像的每一列分别处理,处理过程为:

- (1)用 DCT 变换、小波变换等将图像稀疏化;
- (2)舍弃一些不重要的点,并乘以测量矩阵  $\Phi$ ,达到压缩目的;
- (3)利用上一节的算法对每一列重构<sup>[8]</sup>。

使用 Matlab 软件自带的图片  $\text{Lena}256\times256$ ,用小波变换进行稀疏化,用 OMP 算法重构,检验算法在图像重建中的表现。在采样率( $M/N$ )分别为 0.8、0.7、0.6、0.5、0.4 时,重构效果如图 1 所示。

由图 1 可见,当采样率大于 0.5 时,重构效果尚可接受,若降低采样率,重构图像将会变得很模糊。为了更直观地对比不同采样率对 OMP 算法重建效果的影响,文中还给出不同采样率( $M/N$ )下均方误差(MSE)、峰值信噪比(PSNR)值以及运行时间,详见表 1。

根据上面的算法描述,OMP 算法的时间复杂度由步骤 1 决定,总的耗费是  $O(KMN)$ 。迭代的次数随稀疏度  $K$  或采样个数  $M$  的增大而增加。

2.2 OMP 算法的分块处理

按照上面所说的逐列处理,对于更大的图像,每一列的长度也增加。可将图像分成小块,如  $16\times16$  或  $8\times8$ ,将每一小块拉成一列,再进行处理,这样可以控制分块的大小,使得单次处理的维数不变。另外,采取按列处理的方式时,虽然剔除了一些信息量很小的值,但是无法确定信号的稀疏度到底是多少,处理时都取  $K=M/4$ ;分成小块后,可以通过掩膜选择保留的信息,固定稀疏度。例如,对  $8\times8$  小块进行 DCT 变换后,选取左上角的 10 个值,那么稀疏度就是 10,这对下面重构时迭代次数的确定形成了便利<sup>[9]</sup>。

下面仍对  $\text{Lena}256\times256$  图像进行  $8\times8$  分块实验,并将稀疏变换改用 DCT 变换。在不同采样率为 0.8、0.7、0.6、0.5、0.4 时的重构效果如图 2 所示。同时,也将不同采样率下重构的 MSE 值、PSNR 值以及运行时间记录下来,见表 1。

由图 2,再对比表 1,可以发现,分块处理的方法使得处理速度明显加快。所以,下面一般采用分块处理的方式。

2.3 ROMP 算法实现

下面仍对  $\text{Lena}256\times256$  图像进行  $8\times8$  分块实验,用 DCT 变换稀疏化,实验结果如下:

由图 3 及表 1 中数据表明,ROMP 算法的重构效果并不十分理想,在同样采样率下的 PSNR 值都明显低于 OMP 算法。

2.4 基于 ROMP 的算法改进-找到合适的迭代次数

将图像分块后,考虑到图像块与图像块之间的差异性,用固定的掩膜来选值是不合理的。通过实验发现,迭代次数的选择会影响重构图像质量。不同纹理的图像块对迭代次数的要求不一样,但是,从总体趋势上来看峰值信噪比(PSNR)先随  $L$  增大而增大, $L$  达到某个临界点,PSNR 值突然减小,即重构图像效果先变好又在某一点处显著变差。对于两种不同纹理的图像块,这个临界  $L$  值并不相同,如图 4 所示,横坐标为迭代次数  $L$ ,纵坐标为 PSNR 值。

下面仍对  $\text{Lena}256\times256$  图像进行  $8\times8$  分块实验,对每个图像块进行多次迭代,找到使得 PSNR 值最小的迭代次数  $L$ ,最终得到如图 5 的效果,具体参数见表 1。



图 1 OMP 算法对 Lena 图按列处理的效果图



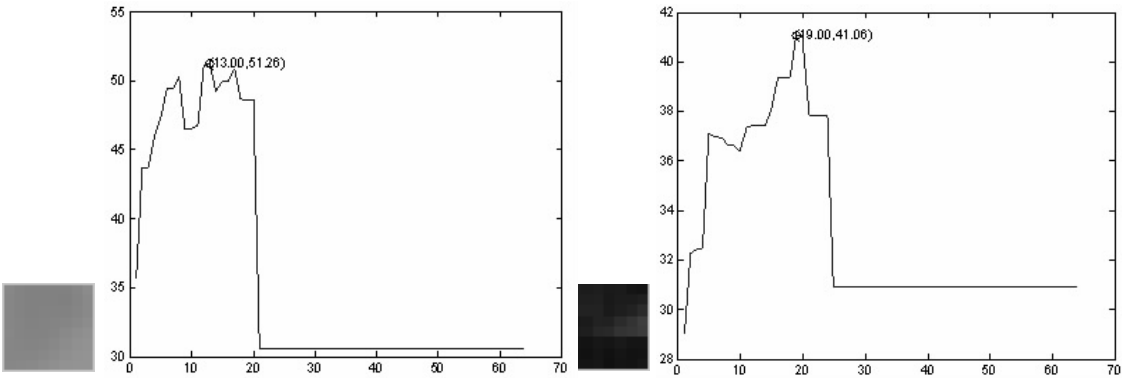
图 2 OMP 算法对 Lena 图分块处理的效果图



图 3 ROMP 算法对 Lena 图分块处理的效果图

表 1 各种算法及改进算法的重构效果参数

采样率	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
OMP 算法按列重建					
MSE	3.1577e+006	3.6276e+006	5.9242e+006	1.0588e+007	1.7821e+007
PSNR	31.3019	30.6994	28.5693	26.0476	23.7864
Time/s	38.3005	26.8987	22.1886	17.0396	11.7002
OMP 算法分块重建					
MSE	7.2074e+006	7.2238e+006	7.7744e+006	8.7640e+006	1.3874e+007
PSNR	27.7178	27.7079	27.3889	26.8686	24.8736
Time/s	7.4967	5.5225	5.8149	4.4469	3.6877
ROMP 算法分块重构					
MSE	1.5720e+007	1.1852e+007	1.3828e+007	1.0396e+007	1.3863e+007
PSNR	24.3312	25.5577	24.8879	26.1270	24.8770
Time/s	6.9720	6.0154	5.5302	5.1950	3.8631
ROMP 分块选择合适迭代次数后的重构					
MSE	2.7496e+006	4.2779e+006	6.2979e+006	7.7644e+006	1.3383e+007
PSNR	31.9030	29.9833	28.3036	27.3605	25.0300



图像块 a 及其最合适迭代次数（13 次）  
图像块 b 及其最合适的迭代次数（19 次）  
图 4 不同纹理的图像块对应的最合适的迭代次数



图 5 ROMP 算法分块选择合适迭代次数后的重构效果图

与上面的结果相比,重构效果明显变好,但是美中不足的是,由于迭代次数的增加,消耗的时间也有所增加,因此使用该方法时要权衡图像重构效果的要求和时间的要求。

3 结束语

文中对重建算法中的匹配追踪系列算法进行了研究,在二维图像上加以实现。在研究已有重建算法的基础上,提出了自己的一些想法。通过实验发现,ROMP 算法的重构效果并不像理论显示的那样比 OMP 明显提高;针对 OMP 算法的改进提高了图像处理的速度,

对 ROMP 算法的改进仅仅提高了图像重构的准确度。至于如何与其他变换相结合,得到更稀疏的表示,如何得到高效精确的重构方法仍有待大家一同研究探讨。当然,关注匹配追踪算法在其他领域的研究方法,是借鉴与学习的重要渠道<sup>[10]</sup>。

参考文献:

[1] 高 睿. 基于压缩传感的匹配追踪重建算法研究[D]. 北京:北京交通大学,2009.  
[2] Baraniuk R G. Compressive sensing[J]. IEEE Signal Process-

SIM 卡在位;ME 的接收信号强度为 23dbm,其序列号为 Q8A9KA1110803176,IMSI 号为 460000983239927;APN 为 CMNET,PDP 被激活,类型为 IP;模块在多链接模式下发送数据到已经打开的 UDP 链接,IP 地址为 219.243.50.188,端口号为 1075;采用透传数据模式,上传上限值为 1024 个字节;系统所得车辆信息,时间为格林威治时间 2012 年 8 月 29 日 07 时 17 分 51 秒,

表 1 实验结果

AT% IPCLOSE=1
OK
AT
OK
AT% TSIM
% TSIM 1
OK
AT+CSQ
+CSQ:23,99
OK
AT% CID
89860082020049839927
OK
AT+CGSN
Q8A9KA1110803176
OK
AT+CIMI
460000983239927
OK
AT+CGDCONT=1,“IP”,“CMNET”
OK
AT% ETCPIP
OK
AT% IOMODE=0,2,0
OK
AT% IPOPENX=1,“UDP”,“219.243.50.188”,1075,,1075
CONNECT
AT% TPS=1,1,3000,1024
> \$ GPRMC,071751.000,V,3903.7547,N,11706.4259,E,,290812,,N
* 70,1111,143,GPRMCEND
OK
AT% IPCLOSE=1
% IPCLOSE:1

(上接第 237 页)

ing Magazine,2007,24(4):118-121.

[3] Tropp J A,Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory,2007,53(12):4655-4666.

[4] Needell D, Vershynin R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. Foundations of Computational Mathematics,2009,9(3):317-334.

[5] Needell D,Tropp J A. CoSaMP:Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[EB/OL]. 2008. <http://www.eecs.berkeley.edu/~jtropp/papers/CoSaMP/>.

位置为东经 117.064 259°,北纬 39.037 547°;符合测试要求。

6 结束语

实验表明,CAN 总线通信节点能够收发相应的数据帧数据;GPS 可以对车辆位置进行确切定位;GPRS 通信模块能够进行数据的畅通传输。目前文中设计的汽车故障远程诊断系统处于小试阶段,实验情况良好。

参考文献:

[1] 吕文龙. 智能汽车的信息化未来[EB/OL]. 2010-05. <http://www.sina.com.cn/>.

[2] 张金柱. 现代汽车的远程诊断与维护[J]. 汽车维修,2006(5):4-5.

[3] 张雨,周爱莲,储浩. 载运工具(汽车)状态远程实时监测与故障诊断[J]. 长沙交通学院学报,2001,17(3):24-30.

[4] 乔美昀. 汽车远程故障诊断系统研究[J]. 企业科技与发展,2012(11):46-49.

[5] 曾锐利,肖云魁,周建新,等. 汽车远程故障诊断与维修系统研究[J]. 电子测量技术,2009,32(7):129-131.

[6] Kaplan E D,Hegarty C J. Understanding GPS:Principles and Applications[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry,2012.

[7] NMEA. NMEA 0183 Standard[S/OL]. 2010. <http://www.nmea.org/pub/0183/index.html>.

[8] 吴阳博. 基于新能源汽车远程监控系统的数据采集和传输研究[J]. 佳木斯大学学报(自然科学版),2011,29(1):19-22.

[9] 张志伟. 基于嵌入式的车载监控终端的设计与实现[D]. 成都:西南交通大学,2011.

[10] 马金伟,江冰. 基于 GPS/GPRS 的车载卫星定位系统的研究[J]. 计算机测量与控制,2006,14(12):1676-1679.

[11] Xu Guochang. Applications of GPS Theory and Algorithms[M]. Berlin:Springer,2007.

[12] 邵长彬,李洪亮. 基于 RealView MDK 的 CAN 总线仿真研究[J]. 电子技术,2010(5):8-10.

[dsp.rice.edu/cs](http://dsp.rice.edu/cs).

[6] 邓承志,曹汉强. 非相干子字典多原子快速匹配追踪算法[J]. 信号处理,2009,25(5):613-617.

[7] 方红,杨海蓉. 贪婪算法与压缩感知理论[J]. 自动化学报,2011,37(12):1413-1421.

[8] 杨海蓉. 压缩传感的测量矩阵与恢复算法研究[D]. 合肥:安徽大学,2011.

[9] 赵春晖,刘巍. 压缩传感及其在成像技术中的应用[J]. 智能系统学报,2012,7(1):1-13.

[10] 杨亚,王铮,张素兰,等. 基于小波变换的多聚焦图像融合[J]. 计算机技术与发展,2010,20(3):56-58.

# 改进匹配追踪算法及其在图像压缩中的应用

作者：[陆望](#)，[王友国](#)，[LU Wang](#)，[WANG You-guo](#)  
作者单位：[南京邮电大学 理学院, 江苏 南京, 210046](#)  
刊名：[计算机技术与发展](#)

ISTIC

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：2013(8)

本文链接：[http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201308060.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201308060.aspx)