

# 改进粒子群和模拟退火混合算法及其应用

郑申海,胡小兵,郑满满,刘瑞杰

(重庆大学 数学与统计学院,重庆 401331)

**摘要:**基本粒子群优化算法每个粒子代表一个可行解,通过粒子间的协作来获得最优解。考虑粒子间协同作用,引入 Gaussian 核函数研究基于区域影响的粒子群算法(GPSO)。为了充分利用粒子群算法的快速全局收敛性和模拟退火算法能够跳出局部最优陷阱的优点,得到高精度的最优解,将 GPSO 算法与模拟退火算法相结合,研究了一种新的混合粒子群算法。混合算法在 GPSO 算法处于停滞状态时,于搜索到最优位置用模拟退火算法继续寻找最优解。数值实验结果表明,新混合算法兼顾了 GPSO 和模拟退火算法的优点,具有收敛速度快、搜索精度高、鲁棒性好等特点。这说明文中的混合算法不失为一种有效的进化算法。

**关键词:**粒子群算法;模拟退火算法;混合进化算法;Gaussian 核函数;区域影响

**中图分类号:**TP301.6

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2013)07-0026-05

**doi:**10.3969/j.issn.1673-629X.2013.07.007

## An Improved Hybrid Algorithm Based on Particle Swarm Optimization and Simulated Annealing and Its Application

ZHENG Shen-hai, HU Xiao-bing, ZHENG Man-man, LIU Rui-jie

(College of Mathematics & Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

**Abstract:** Basic Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, of which each particle represents a feasible solution, obtain the best solution through the cooperation between particles. Considered the effect between particles, the PSO based on the area of influence is studied by introducing a Gaussian kernel function. Combining GPSO with Simulated Annealing (SA) algorithm, study a new hybrid optimization algorithm to get high precision of the optimal solution. The hybrid algorithm applies SA in the best position found by the GPSO at the stagnation of evolution progress, and continues to search for the optimal solution. The experimental results show that the new hybrid optimization algorithm takes into account advantages of both GPSO and SA, has advantages at convergence speed, convergence accuracy and robustness. This shows that the hybrid algorithm can be regarded as a kind of effective evolutionary algorithm.

**Key words:** PSO; SA; hybrid optimization algorithm; Gaussian kernel function; area of influence

## 0 引言

粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)<sup>[1,2]</sup>是由 Eberthart 和 Kennedy 于 1995 年提出的一种全局搜索的群体智能算法。它原理简单,算法实现也相对容易,运行效率高。但是,粒子群算法容易陷入局部极小,并且搜索精度也不高。目前,对粒子群算法研究与改进主要基于以下几个方面<sup>[3]</sup>:算法理论研究、算法参数研究、算法拓扑结构研究、粒子群与其他算法混合及算法应用。Kevin J. Birkley 等人<sup>[4]</sup>通过研究基于区域影响(Area of Influence, AOI)的改进粒子

群算法,更好模拟了自然界中信息交换过程,算法性能得到很大改进。现在粒子群算法能成功的解决多目标优化问题<sup>[5]</sup>。模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)<sup>[3,6]</sup>最早是由 Metropolis<sup>[7]</sup>从物理退火过程的启发中提出的一种单点搜索算法。后来 Kirkpatrick 等人<sup>[8]</sup>将该算法成功应用于组合优化问题。它具有跳出局部最优和搜索精度高的优点。

粒子群算法和其他优化算法的混合算法是现在的研究热点。文献[9]通过引入遗传算法中的交叉和变异操作增加了粒子多样性,减少了算法陷入局部极值的可能性。文献[10]研究了基于模拟退火混沌粒子

收稿日期:2012-09-30

修回日期:2012-12-31

网络出版时间:2013-04-08

基金项目:重庆市自然科学基金资助项目(CSPC,2005BB2197);重庆大学“211工程”三期创新人才培养计划建设基金资助项目(S-09110)

作者简介:郑申海(1988-),男,硕士研究生,主研方向为智能计算;胡小兵,副教授,主研方向为现代优化技术、机器人控制技术和计算机软件设计。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20130408.1710.055.html>

群优化的盲检测算法,改进算法具有较好的全局收敛性。文献[11]提出一种结合粒子群和模拟退火原理,并且根据层次分析法的特点引入特征粒子来求解判断矩阵排序权重的算法。但是,这些混合算法搜索精度并不高。文献[12]还应用模拟退火思想的粒子群算法实现图像分割,将 PSO 与 SA 思想融合。为了解决搜索精度问题,在 Kevin J. Birkley 等人基础上进一步研究基于区域影响的 GPSO 算法,以及 GPSO 与 SA 算法相结合的一种新混合算法。混合算法前期用 GPSO,在 GPSO 陷入停滞时于搜索到的全局最优位置使用 SA 算法,跳出局部最优寻找全局最优。通过实验模拟与对比,证明了混合算法的有效性。

1 粒子群优化算法

1.1 标准粒子群优化算法

标准粒子群优化算法<sup>[1,2]</sup>假设群体中每个粒子  $i$  代表了在解空间中的一个可行解。在解空间中每个粒子受局部最优信息和全局最优信息影响,以一定速度在整个解空间飞行,飞行速度和位置由个体飞行经验和群体飞行经验动态调整,以便用于信息交换。

在 PSO 中,每个粒子  $i$  有四个分量:位置  $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^D)$ , 速度  $V_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^D)$ , 历史最优  $P_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^D)$  和全局最优  $G = (G^1, G^2, \dots, G^D)$ 。标准 PSO 搜索可描述为:

$$v_i^d = v_i^d + c_1 \times \text{unifrnd}_1 \times (p_i^d - x_i^d) + c_2 \times \text{unifrnd}_2 \times (G^d - x_i^d) \tag{1}$$

$$x_i^d = x_i^d + v_i^d \tag{2}$$

式中  $i=1,2,\dots,N$ ,  $d=1,2,\dots,D$ 。其中,  $N$  为群体粒子数量,  $D$  为粒子的维数。 $c_1, c_2$  为加速常数,  $\text{unifrnd}_1, \text{unifrnd}_2$  为两个相互在  $[0\ 1]$  上独立、均匀分布的随机数。为了防止粒子飞越搜索空间,需要限定粒子搜索范围与粒子飞行速度。其算法流程如图 1 所示。

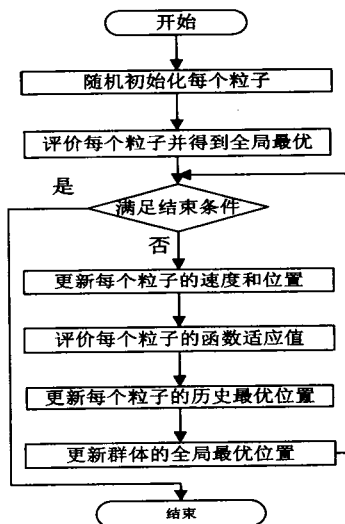


图 1 PSO 流程图

1.2 基于邻域影响的粒子群算法(AOI)

从式(1)可以看出,式子右端可以分为三个部分:第一部分为原先速度项,第二部分为该微粒历史最优位置对当前位置影响(个体认知),第三部分为微粒群体历史最好位置对当前位置影响(社会影响)。

在自然界中,信息传递受地理位置因素影响,距离近的两个个体能够很快得到信息并受其影响很大,相反,地理位置远则受到社会影响就小。为了更好地模拟这个过程, Kevin J. Birkley 等<sup>[4]</sup>对标准 PSO 第三项做了修改,研究了基于 AOI 的 PSO:

$$v_i^d = v_i^d + c_1 \times \text{unifrnd}_1 \times (p_i^d - x_i^d) + c_2 \times f(|G^d - x_i^d|) \times \text{unifrnd}_2 \times (G^d - x_i^d) \tag{3}$$

其中  $f(x)$  是一个对角函数,定义如下:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{h}{w_0}x + b + h, & x \leq w_0 \\ b, & x > w_0 \end{cases}$$

$b, h$  为给定常数,  $w_0$  是一个可调节参数。在文献[4]中,  $w_0$  表示粒子之间的距离。

考虑  $f(x)$  不具有渐变性质,引入一个核函数  $K: R^n \rightarrow [0, \infty)$ , 核函数具有以下性质:

- (1)  $K(-u) = K(u)$ ;
- (2) 如果  $|u| < |v|$ , 那么  $K(u) > K(v)$ , 并且  $\lim_{|u| \rightarrow \infty} K(u) = 0$ 。

把性质(2)称为核函数的局部性质,核函数的局部特性在基于区域影响的 PSO 算法中起着重要作用。满足上述性质的  $K$  有很多,在文中,选择 Gaussian 核函数  $K_\sigma(u) = e^{-|u|^2/2\sigma^2}$ , 其中  $\sigma$  是控制核函数窗口大小的参数。与文献[4]相比,  $K(u)$  较  $f(x)$  有更少的参数,增加了算法鲁棒性。文中将带有 Gaussian 核函数的 PSO 算法简记为 GPSO。

从上述讨论,得到新的基于区域影响的 PSO 算法的粒子群速度更新公式:

$$v_i^d = v_i^d + c_1 \times \text{unifrnd}_1 \times (p_i^d - x_i^d) + c_2 \times K(D) \times \text{unifrnd}_2 \times (G^d - x_i^d) \tag{4}$$

其中  $D$  是当前粒子位置到历史最优位置的欧氏距离。

GPSO 与文献[4]在解决优化问题的性能比较如表 2 所示。从表中可以看出, GPSO 在文献[4]基础上有很大改进。

2 模拟退火算法

2.1 Metropolis 准则

Metropolis 准则<sup>[3]</sup>定义了物体在某一温度  $T$  下从状态  $i$  转移到状态  $j$  下的内能概率  $P_{ij}^T$ , 定义如下:

$$P_{ij}^T = \begin{cases} 1, & E(j) \leq E(i) \\ e^{-\frac{E(j)-E(i)}{KT}} = e^{-\frac{\Delta E}{KT}}, & \text{others} \end{cases}$$

其中  $e$  是自然对数,  $E(i)$  和  $E(j)$  分别表示固体在状态  $i$  和状态  $j$  下的内能,  $\Delta E = E(j) - E(i)$ , 表示内能增量,  $K$  是波尔兹曼常数。

2.2 SA 算法

SA 算法<sup>[7,8]</sup>的基本思想来源于物理退火原理, 高温时物体粒子无序运动, 而温度逐渐降低时粒子能收敛到一个能量最低状态。实现算法收敛到最优解的目的。

算法首先会生成问题解空间上一个随机解, 然后对其进行扰动, 模拟固体内部粒子在一定温度下的状态转移过程。算法对扰动后得到的解进行评估, 将其与当前解进行比较并且根据 Metropolis 准则进行替换。算法会在同一温度下进行多次扰动, 以模拟固体内部多种能量状态。另外, 模拟退火算法还通过自身参数变化来模仿温度下降过程, 直到温度达到某个指定值。这时候得到的解作为最终解, 相当于固体能量最低状态。SA 在求解最优化问题的时候, 算法基本流程图如图 2 所示。

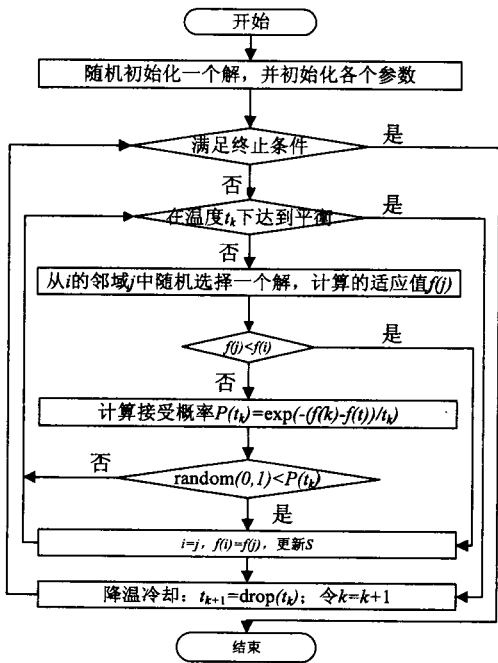


图 2 SA 算法流程图

3 混合算法

智能算法最大特点就是不需要建立问题本身的精确模型, 适用于解决那些难以建立有效形式化模型而用传统人工智能技术难以有效解决甚至无法解决的问题。为了充分利用每个智能算法的优点, 许多混合智能算法得到实现。基于 PSO 快速收敛性和 SA 能跳出局部陷阱寻找全局最优, 刘国岩<sup>[13]</sup>通过引入惯性权重因子和收缩因子对标准粒子群算法进行改进, 然后与模拟退火算法相结合, 形成改进的模拟退火粒子群 (MSA-PSO) 算法, 计算精度和寻优结果优于标准粒子

群算法和模拟退火算法, 能够满足第四方物流企业调度管理优化问题决策的复杂性与个性化需要, 计算精度并不高。为了获得更高精度解, 利用 GPSO 算法与 SA 结合, 得到一种更加有效的混合智能算法。混合算法在 GPSO 进化陷入停滞状态时对已经寻找到的全局最优位置用 SA 算法扰动、寻优, 力图使搜索跳出局部最优, 继续搜索更好的解。由此, GPSO 算法基本流程如下:

Step1 初始化每个粒子参数, 包括位置和速度, 设置当前迭代次数  $t_1 = 1$ , 最大迭代次数  $T_{\max}$ , 确定种群大小  $N$  和粒子维数  $D$ ;

Step2 评价每个粒子适应值, 得到粒子历史最优值和群体全局最优;

Step3 判断全局最优值是否停滞或达到指定迭代次数, 如果满足则转到 Step6;

Step4 令  $t_1 = t_1 + 1$ , 若达到  $T_{\max}$  转到 Step6;

Step5 用公式(4)、(2)更新粒子位置和速度, 转到 Step2;

Step6 设置初始温度  $T_0$ , 结束温度  $T$ , 当前迭代次数  $t_2 = 1$ , 最大内循环次数  $T_{1\max}$ ;

Step7 在得到解的邻域内随机选择新解, 计算两个的适应值, 并根据 Metropolis 准则更新解;

Step8 在该温度下判断解是否达到要求, 若不满足则令  $t_2 = t_2 + 1$ , 若  $t_2$  没有达到  $T_{1\max}$  转到 Step7;

Step9 降温, 返回 Step7, 直到获得理想解或达到最低温度。

4 实验分析

4.1 GPSO 优化问题实验分析

为了验证 GPSO 算法和混合算法有效性, 在 5 个经典 Benchmark 函数<sup>[4]</sup>进行实验(函数如表 1 所示), 并与 Kevin J. Binley 提出的算法实验结果进行比较。主要比较两个方面: 一是寻找到最优值的精度和多次寻优过程中得到最优解次数(寻优率); 另一方面是寻找在同样迭代次数下得到最优解情况统计(收敛速度)。

表 1 5 个经典 Benchmark 测试函数

函数名称	函数表达式	限制范围
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$(-100, 100)^n$
Rosenbrock	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$(-100, 100)^n$
Rastrigrin	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$(-10, 10)^n$
Griewank	$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	$(-600, 600)^n$
Schaffer's f6	$f_5(x) = 0.5 + \frac{(\sin(\sqrt{x_2 + y_2}))^2 - 0.5}{(1.0 + 0.001(x^2 + y^2))^2}$	$(-100, 100)^2$

分别对表中前 4 个函数 10 维、20 维、30 维情形进行实验,停止准则是最优值在 20 次内变化小于 0.001 (Schaffer's f6 限定为 0.0001)或达到最大迭代次数或最低温度,变化范围通过方差来计算。对于不同维数 Kevin J. Binkley 算法中最大迭代次数分别设置为 400、600、800。GPSO 和混合算法分别设置为 200、300、400。为了防止粒子偏离给定空间,对粒子位置和速度进行限制,具体如表 1 所示。

模拟退火算法中单个邻域搜索采用如下方式:对全局最优  $G$  中部分分量进行随机更新,假设为第  $i_1, \dots, i_r$  个位置,  $i_1, i_2, \dots, i_r$  为  $1, 2, \dots, D$  的  $r$  个不相等整数,  $G^j = G^j + \text{rand} \times \text{Scal}, j = 1, 2, \dots, r$

其中  $G^j$  是最优值的第  $i_j$  维,rand 为  $[-1, 1]$  内的一个随机数,Scal 是一个线性下降参数,变换方式可表示为  $\text{Scal}_{k+1} = \text{drop}(\text{Scal}_k)$ 。其他参数初始值分别为:  $w = 0.729, c_1 = c_2 = 1.49445, \sigma$  取搜索范围的五分之一,  $\text{Scal}_0 = 200, r = 10$ ,粒子数为 40。所有实验均进行 50 次。其数值结果如表 2 所示。

表中分别列出了 50 次试验寻找到的最优值,以及 50 次试验寻找最优值次数(寻优率)和搜索时间。从数值模拟结果可以看出,GPSO 较 Kevin J. Binkley 算法均有更好的计算效率,收敛时间更少。对于 Sphere 和 Griewank 函数,虽然都可以得到理想最优值,但 GPSO 有更高精度。对于 Rosenbrock, Rastrigrin 和 Schaffer's f6 函数,其改进后效果很明显,在 50 次运算

中能有更大概率得到最优解。另外,文中算法只需要更少计算时间,可以在更小迭代次数范围内寻找到最优解。由于混合算法将 GPSO 和 SA 算法相结合,收敛时间较 GPSO 多,但是收敛精度较 GPSO 更高,寻优率更大。数值实验分析充分体现了 GPSO 和混合算法的优势。

4.2 收敛速度比较

下面来比较 Kevin J. Binkley、GPSO 和混合算法在上面 5 个函数的情况下收敛速度比较,结果如图 3 所示。对 20 维  $f_1, f_2, f_3, f_4$  函数收敛速度情况分别如图(a)、(b)、(c)、(d)所示,2 维函数收敛速度情况如图(e)所示。

通过实验结果比较分析,GPSO 和混合算法在解决优化问题时较 Kevin J. Binkley 算法有更快收敛速度,能够更快搜索到最优值。

5 结束语

文中研究了 GPSO 算法,在基本 PSO 算法的第三项引用 Gaussian 核函数,并和 Kevin J. Binkley 算法比较,结果表明 GPSO 算法有更好收敛速度和搜索精度。GPSO 和 SA 混合算法在 GPSO 陷入停滞阶段用 SA 算法扰动,尽可能跳出局部极小,然后继续全局最优搜索。提高了 GPSO 算法搜索精度。实验结果表明,混合算法较 Kevin J. Binkley 算法和 GPSO 有更好的计算效率。

表 2 对 5 个经典 Benchmark 测试函数运行结果比较

函数	维数	Kevin J. Binkley			GPSO			混合算法		
		最优值	寻优率	搜索时间	最优值	寻优率	搜索时间	最优值	寻优率	搜索时间
$f_1$	10	0.00000000 0000000	0.88	87.30	0.1000000165 48075e-012	1	47.12	0.1000000068 621354e-018	1	57.24
	20	0.000000000 000000e+004	0.94	113.84	0.20000713 8587204e-012	1	69.43	0.10000645213 67141e-018	1	84.72
	30	0.000000000 00000e+004	0.86	153.72	0.000000000 000000e+004	0.92	98.39	0.000000000 000000e+004	1	101.10
$f_2$	10	0.000008999 999998e+006	0.04	121.57	0.0000089999 99998e+006	0.8	61.47	0.00000899999 9998e+006	0.88	82.40
	20	0.0000189999 99996e+006	0.02	153.78	0.000018999 99996e+006	0.82	98.93	0.0000189999 99996e+006	0.92	105.85
	30	0.0000289999 9994e+006	0.04	177.60	0.0000289999 9994e+006	0.78	112.11	0.000028999 999994e+005	0.86	129.21
$f_3$	10	0	0.5	109.18	0	0.6	50.47	0	0.82	62.63
	20	0	0.1	127.19	0	0.64	89.36	0	0.88	102.75
	30	0	0.06	150.09	0	0.48	118.14	0	0.48	129.00
$f_4$	10	0	0.88	106.00	0	0.96	57.63	0	1	64.21
	20	0	0.86	134.31	0	1	86.27	0	1	101.87
	30	0	0.88	175.29	0	0.86	100.3	0	0.96	124.53
$f_5$	2	0	0.08	70.59	0	0.98	36.80	0	1	45.80

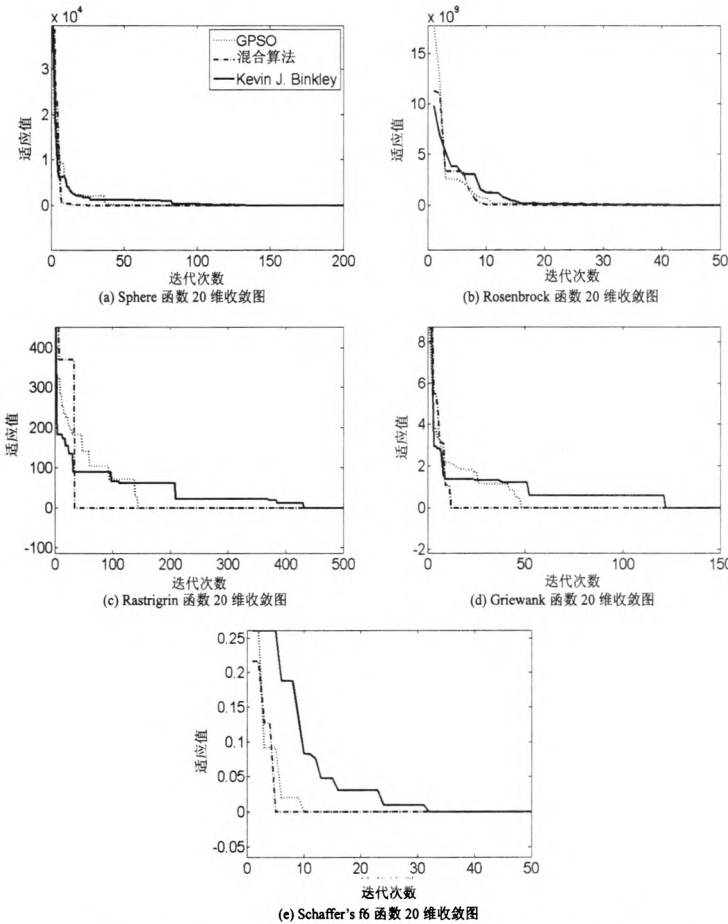


图 3 对 5 个经典 Benchmark 测试函数收敛速度比较

#### 参考文献:

- [1] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]//Proc of 6th Int Symp Micro Machine and Human Science. [s. l.]:[s. n.],
- [2] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks. [s. l.]:[s. n.], 1995:1942-1948.
- [3] 张 军,詹志军. 计算智能[M]. 北京:清华大学出版社,2009.
- [4] Binkley K J, Hagiwara M. Particle swarm optimization with area of influence: increasing the effectiveness of swarm[C]// Proceeding of the IEEE Swarm Intelligence Symposium. [s. l.]:[s. n.], 2005.
- [5] 张利彪,周春光,马 铭,等. 基于粒子群算法求解多目标优化问题[J]. 计算机研究与发展,2004,21(7):1286-1291.
- [6] 刘希玉,刘 弘. 人工神经网络与微粒群优化[M]. 北京:北京邮电大学出版社,2008.
- [7] Metropolis N, Rosenbluth A, Rosenbluth M, et al. Equation of state calculations by fast computing machines[J]. Journal of Chemical Physics, 1953, 21(6):1087-1092.
- [8] Kirkpatrick S, Gelatt J C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220(4598):671-680.
- [9] 余延芳,彭春华. 遗传粒子群混合算法在电力厂机组负荷组合优化中的应用[J]. 电力自动化设备,2010,30(10):22-26.
- [10] 王 京,于舒娟. 模拟退火混沌粒子群算法的盲检测[J]. 计算机技术与发展,2011,21(1):35-37.
- [11] 胡建悦,严洪森,刘楠楠. 基于模拟退火粒子群算法的 AHP 排序权值计算[J]. 计算机技术与发展,2012,22(6):14-18.
- [12] 张捍东,廖天红,岑豫皖. 用模拟退火思想的粒子群算法实现图像分割[J]. 计算机技术与发展,2010,20(5):83-87.
- [13] 刘国岩. 第四方物流企业调度管理优化的模拟退火粒子群算法研究[J]. 软科学,2010,24(8):135-137.
- [1] actions on Graphics, 2008, 27(5):1-10.
- [3] 吴慧欣,毋建宏,薛惠锋. 基于 OpenGL 的交互式三维建模仿真应用研究[J]. 计算机工程与设计,2006,27(3):376-378.
- [4] 于 勇,张 晖,林茂松. 基于双目立体视觉三维重建系统的研究与设计[J]. 计算机技术与发展,2009,19(6):128-130.
- [5] Shi W, Yang B, Li Q. An object-oriented data model for complex objects in three-dimensional geographic information systems[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2003, 17(5):411-430.
- [6] 文小岳. 三维地籍模型理论与方法[D]. 长沙:中南大学,2010.
- [7] 谢俊平. 空间关系描述模型的研究[D]. 长沙:中南大学,2011.
- [8] 许继恒,刘建永,殷 宏. 基于空间逻辑的仿真实体三维模型重构[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版),2012,13(1):46-50.
- [9] Liu Yiqin, Pan Mao, Peng Bo. Volume Intersection Analysis for 3D-Urban-GIS: Implementation and Application[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2011, 47(2):331-336.
- [10] Angle E, Shreiner D. Interactive Computer Graphics: A Top-down Approach with Shader-based OpenGL[M]. 6th ed. Boston, Massachusetts: Addison-Wesley, 2011:425-462.
- [11] Leblanc L, Houle J, Poulin P. Component-based modeling of complete buildings[C]//Proceedings of Graphics Interface. Canada:[s. n.], 2011:87-94.

(上接第 25 页)

# 改进粒子群和模拟退火混合算法及其应用

作者：[郑中海](#)，[胡小兵](#)，[郑满满](#)，[刘瑞杰](#)，[ZHENG Shen-hai](#)，[HU Xiao-bing](#)，[ZHENG Man-man](#)，[LIU Rui-jie](#)

作者单位：[重庆大学数学与统计学院, 重庆, 401331](#)

刊名：[计算机技术与发展](#) 

英文刊名：[Computer Technology and Development](#)

年，卷(期)：2013, 23(7)

本文链接：[http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201307007.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201307007.aspx)