

一种改进的小波阈值图像去噪综合模型

白青,王军锋,王涛,张伟
(西安理工大学理学院,陕西西安710054)

摘要:针对软、硬阈值函数去噪时存在过分平滑、边缘振荡和有恒定偏差的缺陷,在经典的小波软、硬阈值去噪方法的基础上,提出了一种新的小波阈值去噪的综合模型。新的阈值函数表达式简单且易于计算,通过调整控制系数,新阈值函数在图像去噪中不仅继承了传统软、硬阈值函数去噪的优越性,而且保留了更多的图像细节信息。实验结果表明,该方法无论在视觉效果上还是在峰值信噪比和均方误差定量指标上均取得了较好的去噪效果,充分体现出小波阈值图像去噪的优越性。

关键词:图像去噪;小波系数;阈值函数

中图分类号:TN391

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2013)05-0050-04

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2013.05.013

An Improved Comprehensive Model of Wavelet Threshold for Image Denoising

BAI Qing, WANG Jun-feng, WANG Tao, ZHANG Wei
(College of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: For soft and hard threshold function denoising, there exist excessive smoothness, edge oscillation and constant deviation defects. Thus propose a new wavelet threshold denoising comprehensive model based on classical wavelet soft and hard threshold denoising method. Its expression is simple and calculation is easy. By adjusting the control coefficient, the new threshold function not only inherits the superiority of traditional soft and hard threshold functions, but also retains more image details. In terms of visual effects, quantitative indicators of PSNR and MSE, the comparative results show that the method has achieved better denoising effects. This fully reflects the superiority of the wavelet threshold for image denoising.

Key words: image denoising; wavelet coefficients; threshold function

0 引言

图像在传输过程中常受到噪声的干扰,噪声破坏了图像结构之间的相关性,为了抑制噪声,改善图像质量,便于后续处理,需要对图像进行去噪处理。人们根据实际图像的特点、噪声的统计特征和频谱分布的规律,提出了多种多样的去噪方法。传统的去噪方法^[1]仅具有空域或频域的局部的分析能力,在抑制图像噪声的同时,损失了图像的边缘等细节信息,使处理后的图像变得模糊。小波变换具有良好的时频局部化性质^[2],使它特别适合于图像去噪,1995年,Donoho^[3,4]首次引入了小波阈值这个概念,提出了软、硬阈值的图

像去噪方法,其取得了良好的图像去噪效果。随着小波理论的完善,在实际中得到了广泛的应用,李骞^[5]、叶重元^[6]等人分别提出了介于软、硬阈值之间的一种收缩函数,通过其对小波系数的估计进行图像去噪。金显华等人^[7]提出了一种小波包分析的改进去噪方法,在分析中高频方面优于小波变换。蔡政等人^[8]提出一种基于小波系数尺度间和尺度内关系的去噪方法,该方法使用小波系数的相关系数和邻域小波系数的平均幅值来分别表示小波系数的尺度间和尺度内关系,并以此来辨别出图像的边缘信息和噪声。另外还有许多国内外学者在图像去噪方面的研究成果^[9,10]。文中在分析软、硬阈值去噪方法的基础上,构造了一个新的阈值函数,通过适当调整参数,改良了硬阈值函数的伪吉布斯现象和软阈值函数有恒定偏差的缺陷。

1 小波去噪问题的描述

设长度为 N 的信号 f_n 被噪声 e_n 污染,所测得的含

收稿日期:2012-08-17;修回日期:2012-11-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(91120014)

作者简介:白青(1986-),女,陕西西安人,硕士研究生,研究方向为小波分析与偏微分方程理论及其在图像去噪中的应用;王军锋,博士,副教授,硕士研究生导师,研究方向为小波与偏微分方程理论及其在信号和图像处理中的应用。

噪模型^[2]为:

$$X = f_n + e_n \tag{1}$$

目标是从含噪数据 X 得到信号 f 的一个逼近信号 \hat{f} ,使得在某种误差估计下 \hat{f} 是 f 的最优逼近。也就是说,去噪的主要任务是最大可能地将实际信号与噪声信号分离开,保留真实的信号,去除噪声信号,以达到去噪的目的。

在数学上,小波去噪问题的本质是一个函数逼近问题,即如何在由小波母函数伸缩和平移版本所展成的函数空间中,根据提出的衡量准则,寻找对原信号的最佳逼近,以完成原信号和噪声信号的区分。小波去噪方法也就是寻找从实际信号空间到小波函数空间的最佳映射,以得到原信号的最佳恢复。

从信号学的角度看,小波去噪是一个信号滤波的问题,尽管在很大程度上小波去噪可以看成是低通滤波,但是由于在去噪后还能成功地保留图像特征,所以在这一点上又优于传统的低通滤波器。由此可见,小波去噪实际上是特征提取和低通滤波功能的综合。

2 小波阈值去噪原理

Donoho 提出的小波阈值去噪方法的基本思想^[3,4]是:所有小波系数在小波域上对噪声都有贡献,通过设定一个合适阈值,当小波系数小于某一临界阈值时,该小波系数主要是由噪声引起的,予以舍弃;当小波系数大于这个临界阈值时,该小波系数主要是由信号引起的,那么就把这一部分的小波系数直接保留下来(硬阈值方法),或者按某一个固定量向零收缩(软阈值方法),然后用新的小波系数进行图像重构,达到去除噪声的目的。Donoho 使用的硬阈值函数为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & |w_{j,k}| \geq T \\ 0 & |w_{j,k}| < T \end{cases} \tag{2}$$

软阈值函数为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - T) & |w_{j,k}| \geq T \\ 0 & |w_{j,k}| < T \end{cases} \tag{3}$$

式中 $w_{j,k}$ 是原始小波系数, $\hat{w}_{j,k}$ 是估计小波系数, T 为预置阈值,取 $T = \sigma \sqrt{2\ln N}$, N 为信号长度, σ 为噪声标准方差。其图像如图 1、图 2 所示。

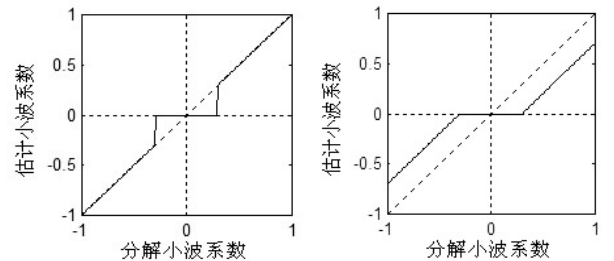


图1 硬阈值函数

该方法通过以下三个步骤实现:

- 1) 选择合适的基小波和小波分解层数,对含噪图像作小波变换,得到一组小波系数 $w_{j,k}$;
- 2) 通过对 $w_{j,k}$ 进行阈值处理,得到估计小波系数 $\hat{w}_{j,k}$,使得 $\hat{w}_{j,k}$ 尽可能地接近原图像的小波系数;
- 3) 利用 $\hat{w}_{j,k}$ 进行小波重构,得到去噪后的图像。

以上 3 个步骤中,如何选取阈值和阈值量化是小波阈值去噪的关键,其目的是为了滤掉噪声的小波系数,保留原图像小波系数,因此它直接关系到图像去噪的质量,文中主要针对阈值函数的选取进行研究。

3 阈值函数的改进

软、硬阈值去噪方法虽然在实际中得到了广泛应用,也取得了较好效果,但该方法本身存在一些潜在的缺陷。在硬阈值方法中, $\hat{w}_{j,k}$ 在 $\pm T$ 处是不连续的,利用 $\hat{w}_{j,k}$ 重构所得的图像可能会出现视觉失真。由软阈值方法估计出来的 $\hat{w}_{j,k}$ 虽然整体连续性好,会使去噪效果相对平滑得多,但是当 $|w_{j,k}| \geq T$ 时, $\hat{w}_{j,k}$ 和 $w_{j,k}$ 总存在恒定的偏差,直接影响重构图像与真实图像的逼近程度,若把这种偏差减小到零(即硬阈值情况),也未必是最好的。文中从这一问题出发,结合文献[11]的方法对阈值函数进行修改,构造出一个新的阈值函数去噪综合模型:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \alpha T) & |w_{j,k}| \geq T \\ \alpha w_{j,k} & |w_{j,k}| < T \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 是控制系数, T 为预置阈值。

当 $|w_{j,k}| \geq T$ 时, α 的值取在 0 到 0.5 之间,可使含有丰富边缘的待降噪图像避免出现振铃、伪吉布斯效应等视觉失真现象; α 的取值在 0.5 到 1 之间,能够保留图像更多的边缘信息。一般情况下,认为小于阈值 T 的小波系数主要成分为噪声,其实那些系数里仍含有有用信号。一般软、硬阈值函数都是直接将小于阈值 T 的系数置为零,这样就滤除了部分有用信息。文中改进的阈值函数是将小于阈值的小波系数乘一个控制系数 α ,就可达到去噪的同时尽可能多地保留有用信息,获得更好的去噪效果。其图像如图 3 所示。

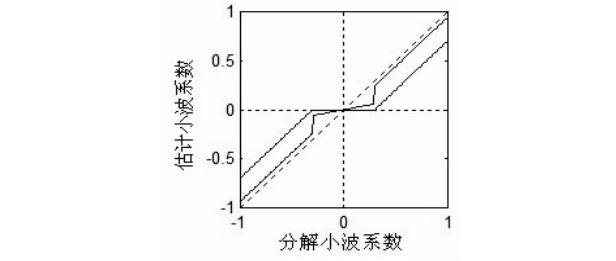


图3 改进的阈值函数

4 实验结果与分析

为了检验改进的阈值函数的去噪效果,文中对传统阈值去噪方法、文献[11]及改进的阈值去噪方法进行了对比实验。两组实验图像分别为 lena. bmp 和 leaf. bmp(大小为 512×512),噪声模型是均值为 0,不同噪声水平($\sigma = 20, 30$)的加性高斯白噪声,对含噪图像采用 sym4 小波进行 3 层分解,选取阈值为极大极小阈值(Minimaxi),该阈值保守不易丢失信号中的有用成分。

Minimaxi 阈值的计算公式为:

$$T = \begin{cases} \sigma(0.3936 + 0.1829 \log_2 N) & N > 32 \\ 0 & N < 32 \end{cases} \quad (5)$$

经过大量实验,当选取控制系数 $\alpha = 0.1$ 时,去噪效果最好,实验结果如图 4 和图 5 所示。



(a)原始图像

(b)含噪图像



(c)硬阈值去噪



(d)软阈值去噪



(e)软硬阈值折中去噪



(f)文献[12]算法去噪



(g)文中算法去噪

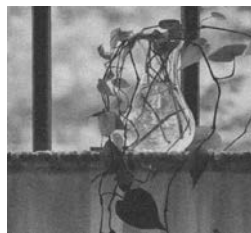
图 4 lena 图像去噪结果比较($\sigma = 20$)

从图 4、图 5 中可以看出,硬阈值去噪对图像的边缘细节保留较好,但会出现振荡现象;软阈值去噪对图像平滑效果较好,但边缘细节处理不及硬阈值;三种改

进算法一定程度上对传统算法进行了改善,尤其文中算法在视觉效果上明显优于其他算法,对硬阈值函数的伪吉布斯现象和软阈值函数的细节模糊现象都有一定程度的改善。



(a)原始图像



(b)含噪图像



(c)硬阈值去噪



(d)软阈值去噪



(e)软硬阈值折中去噪



(f)文献[12]算法去噪



(g)文中算法去噪

图 5 leaf 图像去噪结果比较($\sigma = 20$)

为了更加精确科学地表示去噪效果,采用峰值信噪比(PSNR)和均方误差(MSE)评价去噪后的图像质量。PSNR、MSE 定义如下:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [f(i,j) - \hat{f}(i,j)]^2 \quad (6)$$

$$PSNR = 10 \log \left(\frac{255^2}{MSE} \right) \quad (7)$$

上式中 $M \times N$ 为图像的大小, \hat{f} 为重构后的信号, f 为原始信号。两组实验分析结果见表 1 和表 2。

从表 1、表 2 的数据可以看出,在不同加噪水平下,文中算法相比其他算法,均方误差都较小,PSNR 值较高,这样从主客观两方面验证了文中算法的优越性。但同时从数据中可以看到加噪大的去噪效果会相

对欠佳。

表1 lena 图像不同方法均方误差和峰值信噪比的比较

去噪方法	$\sigma=20$		$\sigma=30$	
	MSE	PSNR	MSE	PSNR
含噪图像	399.5279	22.1153	898.1323	18.5974
硬阈值法	83.3280	28.9229	121.6939	27.2781
软阈值法	109.9915	27.7172	144.1085	26.5439
折中法	82.0902	28.9879	119.6595	27.3513
文献[11]算法	101.7924	28.0536	135.6639	27.0028
文中算法	72.5947	30.0218	108.4208	27.9795

表2 leaf 图像不同方法均方误差和峰值信噪比的比较

去噪方法	$\sigma=20$		$\sigma=30$	
	MSE	PSNR	MSE	PSNR
含噪图像	398.1167	22.1307	900.4780	18.5861
硬阈值法	112.9053	27.6037	171.3441	25.7921
软阈值法	175.9328	25.6773	247.4213	24.1964
折中法	111.7767	27.6473	168.7562	25.8582
文献[11]算法	159.9101	26.0920	231.4135	24.4869
文中算法	97.8668	28.2244	149.9926	26.3701

5 结束语

通过之前的分析,依据小波软、硬阈值设计的基本思路和步骤,提出了一种改进的阈值函数表达式。在理论上分析了改进函数相对于软、硬阈值方法的好处并给出仿真结果。从上面的实验结果中可以看出,改进的阈值函数兼顾了软、硬阈值的优缺点,获得了更好

的视觉效果以及较高的峰值信噪比,验证了文中算法具有较高的实用价值。改进方法往往要根据具体处理的图像来设定合理的控制系数,使去噪的同时保持振荡现象与过分平滑的平衡。

参考文献:

[1] 章毓晋. 图像工程(中册)图像分析[M]. 北京:清华大学出版社,2005.

[2] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2005.

[3] Donoho D L. De-noising by soft thresholding[J]. IEEE Trans. on Inform Theory, 1995, 41(3):613-617.

[4] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal Spatial Adaptation Via Wavelet Hrinkage[J]. Biometrika, 1994, 41(3):425-455.

[5] 李 骛,李一兵,孟 霆,等. 基于小波阈值去噪的收缩函数改进方法[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(10):3450-3452.

[6] 叶重元,黄永东. 小波阈值去噪算法的新改进[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(12):141-145.

[7] 金显华,赵元庆. 改进的阈值图像去噪算法仿真研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(1):191-194.

[8] 蔡 政,陶少华. 基于小波系数关系的图像去噪方法[J]. 计算机应用, 2011, 31(9):2515-2517.

[9] Saedi J, Moradi M H, Faez K. A new wavelet-based fuzzy single and multi-channel image denoising[J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(12):1611-1623.

[10] Raj V N P, Venkateswarlu T. Denoising of medical images using dual tree complex wavelet transform[J]. Procedia Technology, 2012(4):238-244.

[11] 寇俊克,魏连鑫. 一种改进的小波阈值图像去噪方法[J]. 现代电子技术, 2012, 35(4):102-104.

(上接第49页)

键技术研究[J]. 计算机应用研究, 2007(10):23-25.

[5] 张立毅,张 雄,王华奎,等. 盲均衡技术及其发展[J]. 太原理工大学学报, 2002, 33(6):619-623.

[6] Tugnait J K, Huang B. On A Whitening Approach to Partial Channel Estimation and Blind Equalization of FIR/IIR Multiple-input Multiple-output Channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(3):832-845.

[7] Li X. Blind Channel Estimation and Equalization in Wireless Sensor Networks Based on Correlations Among Sensors[J]. IEEE Transation on Signal Processing, 2005, 53(4):1511-1519.

[8] 谢逢博. 车载自组织网络中的盲信道估计与均衡[D]. 南京:南京邮电大学, 2011.

[9] Abdolee R, Champagne B. Distributed Blind Adaptive Algo-

rithms Based on Constant Modulus for Wireless Sensor Networks[C]//6th International Conference on Valencia. [s. l.]:[s. n.], 2010:303-307.

[10] Cattivelli F, Lopes C, Sayed A. Diffusion recursive least-squares for distributed estimation over adaptive networks[J]. IEEE Trans. on Signal Process. , 2008, 56(5):1865-1877.

[11] Schizas I, Mateos G, Giannakis G. Distributed LMS for consensus-based in-network adaptive processing[J]. IEEE Trans. on Signal Process. , 2009, 57(6):2365-2382.

[12] Giannakis G B, Hua Y B, Stoica P, et al. Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications, Volume 1:Trends in Channel Estimation and Equalization[M]. 北京:人民邮电出版社, 2002:197-206.

一种改进的小波阈值图像去噪综合模型

作者: [白青](#), [王军锋](#), [王涛](#), [张伟](#)
作者单位: [西安理工大学 理学院, 陕西 西安 710054](#)
刊名: [计算机技术与发展](#)
英文刊名: [Computer Technology and Development](#)
年, 卷(期): 2013 (5)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjtz201305015.aspx