

# 基于 Copula 的深沪股票市场相依性实证研究

唐吉洪<sup>1</sup>, 管昊<sup>1</sup>, 吴云勇<sup>2</sup>

(1. 渤海大学 信息科学与技术学院, 辽宁 锦州 121013;  
2. 沈阳理工大学 应用技术学院, 辽宁 抚顺 113122)

**摘要:** 股票市场具有优化社会资源配置、提高资本效率、准确揭示价格信息等功能, 是宏观经济的晴雨表。实证研究中国各股票市场相依性, 不仅可以使投资者能够根据其关联性优化投资决策, 而且可以为相关部门提高股票市场的运行效率及监管提供重要的现实参考依据。文中运用 Copula 理论及样本秩相关系数实证分析了深沪股市的相依结构及程度并运用 Q-Q 图对其进行了拟合优度检验。结果表明, 两地股市日收益率高度相关, 通过 Q-Q 图拟合优度检验, 认为 t-Copula 能有效刻画两者相依结构, 其收益率波动性强, 并对称相依, 但尾部相关性并不显著。

**关键词:** 股票市场; Copula 理论; 相依结构; Q-Q 拟合优度检验

**中图分类号:** F064.1; TP301.6

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-629X(2013)03-0245-04

**doi:** 10.3969/j.issn.1673-629X.2013.03.062

## An Empirical Research on Dependency of Chinese Stock Markets Based on Copula

TANG Ji-hong<sup>1</sup>, GUAN Hao<sup>1</sup>, WU Yun-yong<sup>2</sup>

(1. College of Information Science and Technology, Bohai University, Jinzhou 121013, China;  
2. Polytechnic School, Shenyang University of Technology, Fushun 113122, China)

**Abstract:** Stock market has functions of optimizing allocation of social resources, improving capital efficiency and accurately revealing the price information, and so on. What's more, the stock market is a barometer of macroeconomic. To empirically analyze the dependency of Chinese stock markets, it can not only easily make investors optimize their investment portfolio according to the resulted dependency, but also provide referential basis for improvement of stock market operation efficiency and supervision. It empirically analyzes dependency of Chinese stock markets by Copula theory and rank-correlation coefficient. The results indicate the dependency of Chinese stock markets is highly correlated, and manifest t-Copula can effectively portray their dependency structure of Shenzhen and Shanghai markets through Q-Q test of goodness of fit. Both markets characterize with violent vacillation, but have weak tail dependence.

**Key words:** stock market; Copula theory; dependent structure; Q-Q test of goodness of fit

## 0 引言

股市间的相依性(dependence)在资本风险管理中发挥着重要作用,而 Copula 函数在分析随机变量之间的相依关系中具有许多优越性。由于金融变量的聚集性、长记忆性,目前越来越多的学者使用 Copula 理论来研究变量之间的相依程度和模式。Embrechts、Lindskog(2001)<sup>[1]</sup>利用阿基米德 Copula 函数拟合了非椭圆分布的相依性。Jondeau、Rocking(2006)<sup>[2]</sup>结合 GARCH 模型和 Copula 函数,建立 Copula-GARCH 模

型,对国际金融市场之间的相关性进行分析,并得出了 t-Copula 函数能较好地描述金融变量相关性的结论。Roch、Alegre(2006)<sup>[3]</sup>建立了 ARMA-GARCH 边缘分布模型,应用 Copula 理论研究了西班牙股市相依关系,并通过最小方差检验得到了最优的 Copula 函数。Sohnke(2007)<sup>[4]</sup>分析了欧元对欧洲国家金融市场相依关系的影响。

国内学者从 2002 年开始研究 Copula 函数在金融数据分析中的应用。张尧庭(2002)<sup>[5]</sup>首次介绍了 Copula 函数理论及其在金融领域的应用,开创了我国金融领域用 Copula 函数度量相关性的先河。韦艳华(2004)<sup>[6]</sup>结合 t-GARCH 模型和 Copula 函数,建立了 Copula-GARCH 模型,并对上海股市各板块指数收益率序列间的条件相关性进行分析。其研究结果表明,不同板块的指数收益率序列具有不同的边缘分布,各

收稿日期:2012-07-01;修回日期:2012-10-09

基金项目:2012 年度辽宁省高等教育本科教学改革研究项目(669);  
2011 年度渤海大学教改项目(92)

作者简介:唐吉洪(1976-),男,湖南祁阳人,硕士,讲师,研究方向为  
计量经济与数理统计。

序列间有显著的正相关性,条件相关具有时变性,各序列间的相关性的变化趋势极为相似。

余平(2007)<sup>[7]</sup>利用阿基米德 Copula 族中的 Clayton Copula 函数来度量上证综指和深证成指尾部相关性,得出两者具有较强的下尾相关性,且量化后的相关性能够较好地预测股票市场的变化。

龚金国、李竹渝(2009)<sup>[8]</sup>提出用非参数核密度估计方法估计 Copula 函数中的未知参数,然后通过拟合优度检验选择能描述金融资产之间非线性相关结构的 Copula。通过实证分析认为可以用 Clayton Copula、Gumbel Copula 函数描述股票市场上证综指和深证成指之间的非线性相关结构。

魏平(2010)<sup>[9]</sup>首先对深沪股票市场收益率序列进行 AR-GJRARCH(1,1)-t 修正,并将得到的标准化残差经 BDS 检验转化为独立同分布序列,再进行 Copula 函数建模。实证分析表明,沪深股市存在很强的正相关性,以及对称的尾部相关,且 t-Copula 函数能较好地描述沪深股市间的相依性结构。

易文德(2010)<sup>[10]</sup>应用 ARMA(2,1)模型对交易量的序列相关性进行修正,运用 Copula 函数对上海、香港、东京三地股票市场的交易量与股市指数收益率的相依性和相依结构进行研究,通过 $\chi^2$ 非参数检验发现混合 Copula 函数模型能够刻画交易量与股价之间的相依结构,而交易量与股价之间存在上尾高下尾低的非对称相依关系且有负相依现象,但它们之间的负相依程度较弱。

1 Copula 理论

1.1 Copula 函数

Copula 函数由 Sklar 于 1959 年提出。Sklar 指出,可以将任意一个  $n$  维联合累积分布函数分解为  $n$  个边缘累积分布和一个 Copula 函数。边缘分布描述单个变量分布,Copula 函数描述各变量之间的相关性。也就是说,Copula 函数实际上是一类将变量联合累积分布函数同变量边缘累积分布函数连接起来的函数,因此也有人称其为“连接函数”<sup>[11]</sup>。

Sklar 定理:设  $F(X_1, X_2)$  为一具有  $F(X_1)$  和  $F(X_2)$  边缘分布的联合分布函数,那么存在一个 Copula 函数  $C(u, v)$ ,满足:

$$F(X_1, X_2) = C(F(X_1), F(X_2), \theta) \tag{1}$$

其中,  $\theta$  是 Copula 函数中的参数。当  $F(X_1)$  和  $F(X_2)$  为连续函数时,  $C(u, v)$  是唯一的,反之,当  $F(X_1)$  和  $F(X_2)$  为一元分布函数,  $C(u, v)$  是一个 Copula 函数,则由上式确定的  $F(X_1, X_2)$  是具有  $F(X_1)$  和  $F(X_2)$  边缘分布的二元联合分布函数。

Sklar 定理的提出不仅为联合分布函数的求取提

供了一种方法,同时 Copula 函数还将变量的边缘分布和相依结构联系起来,为研究变量之间相依关系提供了更为宽泛和灵活的途径。由于不同的 Copula 函数表现了变量之间不同的相依结构,选择合适的 Copula 函数在 Copula 分析中就显得至关重要。

1.2 Copula 函数估计

常用的 Copula 函数主要有两类:椭圆 Copula 函数和阿基米德 Copula 函数。椭圆 Copula 函数有两种函数:Gaussian Copula 函数和 t-Copula 函数。这两种函数变量之间都表现为对称性,但 t-Copula 函数更具有“尖峰”的特点。另一大类阿基米德 Copula 函数主要包括 Gumbel Copula, Frank Copula 以及 Clayton Copula 3 种形式的函数。这三种函数的特点及用途各异,对于 Frank Copula 函数,它的密度分布为 U 型分布,研究者们常常用来描述具有对称性的变量分布。Clayton Copula 函数用于描述相关关系时,具有非对称性,密度分布呈现下尾高上尾低的特点,能快速敏捷地捕捉到变量分布下尾的相关变化。Gumbel Copula 函数则与 Clayton Copula 函数的特点相反,能快速捕捉上尾的变化。

目前,运用 Copula 函数研究变量相依性时,主要有三种分析方法,一种是参数估计方法,该方法分别估计和检验联合函数中的边缘分布参数和相依参数,从而求出描述变量相依性的 Copula 函数;第二种方法是半参数估计方法,该方法首先估计边缘分布的参数,然后通过非参数方法估计其相依结构;第三种方法是非参数估计方法,该方法首先利用经验分布列估计两者之间的相关系数,而后根据相关系数与各 Copula 函数相依参数的对应关系(见表 1),估算出相应的 Copula 函数,最后通过非参数检验选择最优的联接函数。

表 1 各 Copula 函数参数与相关系数对应表

Copula 函数	Pearson 系数 $r$	Kendall 系数 $\tau$	Spearman 系数 $\rho$
Gaussian copula	$r$	$\frac{2\arcsin r}{\pi}$	$\frac{2\arcsin \frac{r}{2}}{\pi}$
t_copula	$r$	$\frac{2\arcsin r}{\pi}$	$\frac{2\arcsin \frac{r}{2}}{\pi}$
Gumbel copula		$1 - \frac{1}{\theta}$	
Frank copula		$1 + \frac{4[D_1(\theta) - 1]}{\theta}$	$1 + \frac{12[D_2(\theta) - D_1(\theta)]}{\theta}$
Cylaon copula		$\frac{\theta}{(2 + \theta)}$	

注:  $D_1(\theta)$  和  $D_2(\theta)$  为 Debye 函数,  $D_m(x) = \frac{m}{x^m} \int_0^x \frac{t^m}{e^t - 1} dt, m = 1, 2$ 。

由于对样本数据的总体分布未知,为了避免对总

体分布错误假设而导致的误差,文中选用非参数估计。即首先通过经验分布列计算皮尔逊(Pearson)相关系数、Kendall's tau 相关系数和 Spearman 相关系数,然后分别估算各 Copula 函数的相依参数,最后,通过 Q-Q 图进行拟合优度检验,选择拟合最优的 Copula 函数,以描述两股市之间的相依关系。其中,样本的线性相关系数  $r$  计算公式为:

$$r = \frac{\text{COV}(X_1, X_2)}{\sqrt{\text{Var}(X_1) \text{Var}(X_2)}} \quad (2)$$

Kendall's tau 相关系数  $\tau$  计算公式为:

$$\tau(X, Y) = P\{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1) > 0\} - P\{(X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1) < 0\} \quad (3)$$

Spearman 相关系数  $\rho$  计算公式为:

$$\rho(x, y) = 3(pr((x_1 - x_2)(y_1 - y_3) > 0) - pr((x_1 - x_2)(y_1 - y_3) < 0)) \quad (4)$$

## 2 基于 Copula 理论的深沪股票市场相依性实证分析

### 2.1 数据来源与描述性统计分析

文中选取 2005 年 12 月 30 日至 2011 年 2 月 28 日上证综指和深证成指的每日收盘价作为样本,得到 1251 组数据。选择上证综指作为样本数据,是由于上证综指已逐渐成为主导市场的核心指数,而且其能反映上海证券交易所的总体走势;选择深证成指作为样本数据,是基于其流通较大、交投活跃、其数据具有行业代表性等优点<sup>[12]</sup>。该样本数据来自于锐思金融数据库。数据分析处理软件为 Eviews 6.0 与 Matlab 7.0。

设  $C_t$  表示第  $t$  日的收盘价,并令  $\pi_t$  表示相应的日对数收益率。

$$\pi_t = 100(\ln C_t - \ln C_{t-1}) \quad (5)$$

从两市收盘价指数来看,上证综指和深证成指从 05 年 12 月开始持续走高,到 2007 年 10 月中旬达到最高点。由于受全球金融危机的影响,两者由最高点开始一路震荡下行,期间虽有反弹,但由于欧美债权危机,国际形势动荡等因素,整体复苏迹象缓慢。比较两者的变化趋势可以发现,上证综指与深证成指序列曲线十分相似,两者之间的相关关系似乎特别明显。

为了去除基数的影响,将上证综指和深证成指时间序列转化为日对数收益率,得到两者日对数收益率描述性统计量。

其中,深证成指日对数收益率的均值为 0.1182,标准差为 2.2655,偏度为 -0.452,峰度为 1.640,JB 统计量为 180.439。

上证综指日对数收益率的均值为 0.0721,标准差

为 2.0353,偏度为 -0.440,峰度为 2.308,JB 统计量为 314.116。

可以看出,在样本选取期间,上证综指日平均收益率为 0.07%,深证成指日平均收益率约为 0.12%。各自的直方图显示日收益率序列都有“尖峰厚尾”的特征,JB 统计量也表明不服从正态分布,而且存在着明显的自相关和条件异方差。

### 2.2 Copula 函数参数估计

将上证综指日对数收益率和深证成指日对数收益率通过概率积分变换转化为均匀分布  $U(0,1)$ ,分别记为 JY\_shsy1 和 JY\_szsyl,通过经验分布中的样本相关系数估计总体分布中的参数。首先估计 JY\_shsy1 和 JY\_szsyl 的各相关系数,得到:

Pearson Correlation  $r$  为 0.9321\*\*, Kendall's tau\_  $\tau$  为 0.7551\*\*, Spearman's  $\rho$  为 0.9112\*\*。这里 \*\* 表示相关系数在 1% 的水平上显著(双尾检验),说明两地股市存在高度的相关性。

其次,依据表 1 的各 Copula 函数参数与相关系数对应关系以及上述的相关系数估计值,计算各 Copula 函数中参数  $\theta$  值,如下所示:

Gaussian Copula 的  $\theta$  值为 0.0206, t-Copula 的  $\theta$  值为 0.0207, Gumbel Copula 的  $\theta$  值为 3.0816, Frank Copula 的  $\theta$  值为 6.1632, Clayton Copula 的  $\theta$  值为 6.1633。

标准化残差序列是描述时间序列变量波动性的重要指标,将上证综指和深证成指日对数收益率的标准化残差序列转化为  $(0,1)$  上的均匀联合分布,并绘制成散点图。在其散点图中,中间部分聚集了大量的散点,而上下尾部聚集的散点稀少,说明深沪股市的尾部相依性不明显。

### 2.3 拟合优度检验

根据样本序列估计各 Copula 参数后,需要对各 Copula 函数进行拟合优度检验。文中选用 Q-Q 图来检验拟合效果,选择拟合最优的 Copula 函数,以描述两地股市的相依结构。各 Copula 函数的拟合效果如图 1 至图 5 所示。

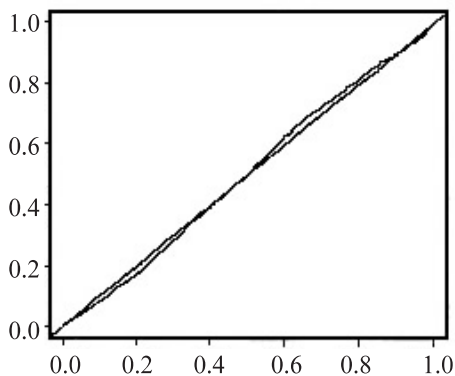


图1 Gaussian Copula 和经验 Copula

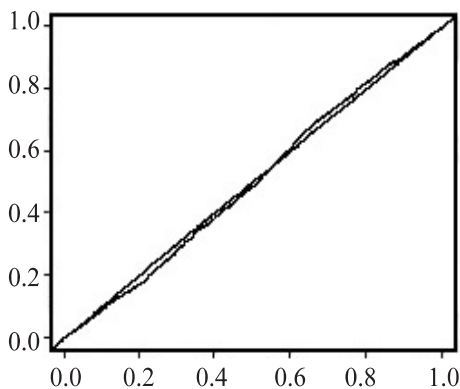


图 2 t-Copula 和经验 Copula

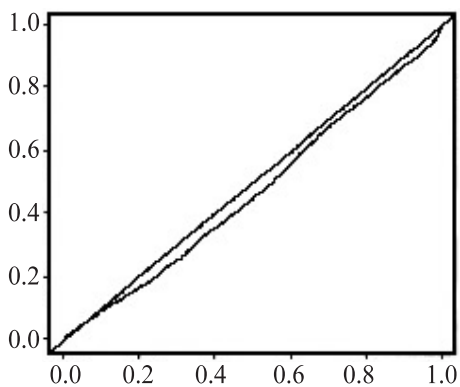


图 3 Gumbel Copula 和经验 Copula

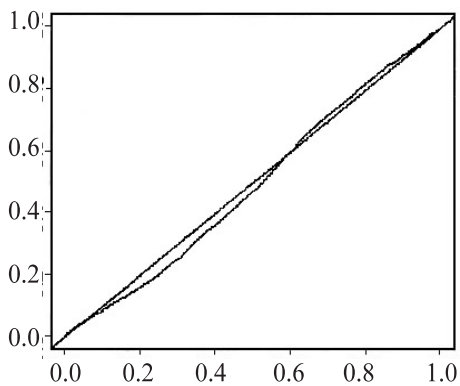


图 4 Frank Copula 和经验 Copula

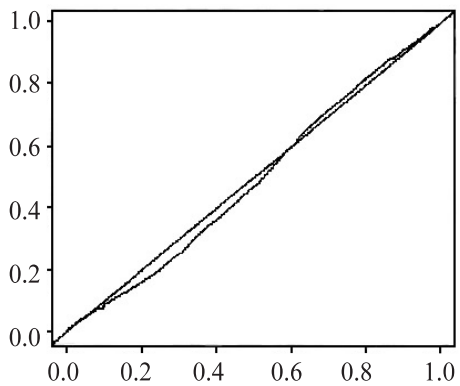


图 5 Clayton Copula 和经验 Copula

从上述五种拟合图来看, Frank Copula、Clayton Copula 和 Gumbel Copula 拟合图偏离经验 Copula 较明显, Gaussian Copula 和 t-Copula 拟合图与经验 Copula 较接近, 又由于样本序列不符合正态分布, 因此可以认

为, t-Copula 能更好地刻画深沪股市的相依结构。

### 3 结束语

文中以 2005 年 12 月 30 日至 2011 年 2 月 28 日的上海综合指数和深圳成份指数为样本, 通过 Copula 函数的非参数估计和检验, 分析了两地股票市场的相依性。分析结果表明, 两地股票市场价格指数高度相关, Pearson Correlation 相关系数为 0.9321, Kendall's tau\_τ 秩相关系数为 0.7511; 其次, 通过 Q-Q 图拟合优度检验, 两地股市表现为 t-Copula 函数的对称相依结构, 但尾部相关性并不明显。这一方面说明了深沪股市涨跌趋势基本一致, 可以通过一方的走势预测或推断另一方的走势; 另一方面, 由于两者呈现对称的相依结构, 尾部相依性并不显著, 一方的“大涨”或“大跌”并不显著影响另一方的指数显著波动。

#### 参考文献:

- [1] Embrechts P, Lindskog F, McNeiling A. Modeling Dependence with Copulas and Application to Risk Management [M]// Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance. [s. l.]: [s. n.], 2003.
- [2] Jondeau E, Rocking M. The Copula-GARCH model of conditional dependencies: an international stock market application [J]. Journal of International Money and Finance, 2006, 25 (5): 827-853.
- [3] Rech O, Alegre A. Testing the bivariate distribution of daily equity returns using copulas: an application to the Spanish stock market [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2006, 51 (11): 1312-1329.
- [4] Sohnke M. The Euro and European financial market dependence [J]. Journal of Banking & Finance, 2007 (3): 89-92.
- [5] 张尧庭. 连接函数 (Copula) 技术与金融风险分析 [J]. 统计研究, 2002 (9): 41-44.
- [6] 韦艳华, 张世荣. 金融市场的相关性分析 Copula-GARCH 模型及其应用 [J]. 系统工程, 2004, 22 (4): 7-12.
- [7] 余平, 钟波. 基于 Copula 函数的沪深股市相关性研究 [J]. 山西师范大学学报 (自然科学版), 2007 (3): 28-32.
- [8] 龚金国, 李竹渝. 非参数核密度估计与 Copula [J]. 数理统计与管理, 2009, 28 (1): 64-68.
- [9] 魏平, 刘海生. Copula 模型在沪深股市相关性研究中的应用 [J]. 数理统计与管理, 2010 (5): 890-898.
- [10] 易文德. 基于 Copula 函数模型的股市交易量与股价相依关系 [J]. 系统工程, 2010, 28 (10): 36-41.
- [11] 张秀琦, 唐吉洪, 任永昌. 中美股票市场相依性研究-基于 Copula 的非参数估计和检验 [J]. 科学技术与工程, 2012, 12 (14): 3424-3427.
- [12] 刘利, 何先平, 袁文亮. 股票趋势预测中 Wrapper 方法的研究与应用 [J]. 计算机技术与发展, 2010, 20 (1): 213-216.

基于Copula的深沪股票市场相依性实证研究

作者:

唐吉洪, 管昊, 吴云勇

作者单位:

唐吉洪,管昊(渤海大学 信息科学与技术学院,辽宁 锦州 121013), 吴云勇(沈阳理工大学  
应用技术学院,辽宁 抚顺 113122)

刊名:

计算机技术与发展

英文刊名:

Computer Technology and Development

年, 卷(期):

2013(3)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_wjfz201303064.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjfz201303064.aspx)