

利用相对误差排序的快速分形编码算法

张爱华, 杨培, 盛飞, 常康康

(南京邮电大学理学院, 江苏南京 210046)

摘要:分形图像编码算法是一种很有前途的限失真编码方法,但其编码时间长、计算复杂度高。针对此问题,文中提出了一种利用相对误差排序的快速分形图像编码算法。这种算法首先将码本按照相对误差大小进行排序,然后使用折半查找搜索法寻找给定 Range 块在相对误差意义下的最佳匹配块,进而利用一个联系相对误差和均方根的不等式来在这个最佳匹配码块的邻域中搜索 Range 块在均方根意义下的最佳匹配码块,从而加快了搜索速度。仿真实验结果显示,与全搜索基本分形编码算法相比,在主观判断没有明显失真的前提下,该算法能够加快编码速度。

关键词:分形;图像压缩;分形图像编码;相对误差

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2012)12-0105-03

A Fast Fractal Encoding Algorithm with Relative Error-ordered

ZHANG Ai-hua, YANG Pei, SHENG Fei, CHANG Kang-kang

(College of Science, Nanjing University of Post and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: Fractal image encoding algorithm is a promising lossy compression technique, but it has long encoding time and high computational complexity. A fast fractal image encoding algorithm based on relative error-ordered is thus proposed in this paper. In the proposed algorithm, after the codebook blocks are sorted according to their relative error intensities, then use binary search method to find out the best matched codebook blocks regarding to relative error of a given range block. And then, the proposed algorithm uses an inequality linking the root-mean-square (RMS) and relative error to convert the range-domain block matching problem to the nearest neighbors search problem in the sense of RMS. By comparing the baseline fractal algorithm with the full search, the simulation result shows that the proposed algorithm not only can guarantee the image's quality, but also can achieve the speed-up.

Key words: fractal; image compression; fractal image encoding; relative error

0 引言

分形理论是近年来非线性科学研究中十分活跃的一个领域,它的研究对象是自然界和非线性系统中出现的不光滑和不规则的几何形体,这些几何形体有个共同的特征即自相似性,而现实图像是自然界某一部分的真实再现,它们具有不同尺度下的局部自相似性。1988年 Barnsley 首先利用图像的整体与局部的自相似性,提出了一种应用迭代函数系统 (Iterated Function System, IFS) 理论实现分形图像的压缩,并获得了很高的压缩比,但是这种方法编码时间长,需要人机交互,对操作的要求较高,不具有通用性。1990年 Jacquin 创造性地利用图像块之间的相似性,提出了一种

可由计算机完全自动实现的分形图像编码算法,推动了分形编码的迅速发展。但是这种研究方法依然具有编码时间太长、计算复杂性高等显著缺点,限制了其实用性。近年来许多专家和学者致力研究和改进分形图像编码时间和解码图像质量,目前主要采用的是局部搜索码匹配的方法,这样虽然会牺牲一定的图像质量,但大大缩短了编码时间^[1,2]。文中也是基于这种思想提出一种有损快速编码方法,它是利用子块相对误差意义下的最近索,来减少需要搜索的码块范围,从而可减少编码时间,实验结果显示在主观质量略有下降的条件下,本算法编码过程显著快于基本分形算法。

1 基本分形算法

基本分形编码算法描述如下^[3~10]: 假设图像 μ_{org} 是一幅待编码的 $N \times N$ 灰度图像,被划分为两类子块: Range 块 (记为 R) 和 Domain 块 (记为 D)。Range 由一系列互不重叠且覆盖整幅图像的大小为 $B \times B$ 的像

收稿日期:2012-03-24;修回日期:2012-06-25

基金项目:国家自然科学基金(61070234);南京邮电大学校科研基金(NY210018)

作者简介:张爱华(1969-),女,山西广灵人,副教授,研究方向为非线性分析及拓扑动力系统。

素子块 $R_i (i = 1, 2, \dots, N_r)$ 构成, 其中 $N_r = \frac{N^2}{B^2}$; Domain

由一系列以水平步长 δ 或者铅垂步长 δ 滑动生成的可以重叠且不必覆盖整幅图像的大小为 $2B \times 2B$ 的像素块 $\{D_j\}_{j=1}^{N_d}$ 构成。对每个 D 块 $D_j (j = 1, 2, \dots, N_d)$, 进行空域收缩变换, 采用四邻域像素平均值得到 $B \times B$ 像素块 \hat{D}_j , 这种收缩子块的全体就构成“虚拟码本”, 记为 Ω , 即 $\Omega = \{\hat{D}_j = 1, 2, \dots, N_d\}$ 。为了改进图像质量, 空域收缩后的 D 块 \hat{D}_j , 要进行 8 个等距变换 (即垂直方向、水平方向、主次对角线方向对称反射和 4 个 90° 倍数旋转)。

在编码阶段, 对于每个 R 块 R_i , 在码本 Ω 中搜索其最佳匹配码本块 $D_{m(i)}$, 并且 $D_{m(i)}$ 的对比度和亮度的最优调整因子 s_i 和 o_i , 使 $E(R_i, D_{m(i)})$ 最小, 其中 $D_{m(i)} = s \cdot D_{m(i)} + o \cdot I$, 即对于每个 R 块 R_i , 需要求解下面的约束极小化问题:

$$E(R_i, D_{m(i)}) = \min_j \min_{s, o \in R, |s| < 1} \|R_i - (s \cdot D_j + o \cdot I)\| \quad (1)$$

I 为亮度均值为 1 的常值块, R 是实数集, $\|\cdot\|$ 是向量的 2 范数, 此外参数 s 要求满足 $|s| < 1$ 为了理论上保证解码迭代序列收敛。 m_i 是 R_i 的最佳匹配块 $D_{m(i)}$ 的序列号, s_i 和 o_i 是最佳匹配块的对比度和亮度的最优调整, 那三元组 $\{m_i, s_i, o_i\}$ 称为 R_i 的分形码, 全体 R_i 的分形码就构成原始图像 u_{org} 的分形码, 若考虑等距变换, 则 R_i 的分形码为四元组 $\{t_k, m_i, s_i, o_i\}$ 。 t_k 是等距变换的序号。

解码过程相对简单, 通过由分形码描述的压缩变换 W 迭代作用于任何初始图像来完成:

$$W^N \mu_0 \approx \lim_{n \rightarrow \infty} W^n \mu_0 = \mu$$

其中 μ_0 是与待编码图像同尺寸的任意初始图像, μ 是压缩变换 W 的不动点图像, N 是预设的迭代次数。Banach 不动点定理保证解码序列是收敛的, 拼贴定理则保证了其极限是待编码图像的一个近似。

2 改进的编码算法

分形编码的时间主要花费在一个海量码本中搜索每个输入 R 块的最佳匹配块。针对这个问题, 人们提出了很多解决办法, 例如尽可能排除不太可能匹配 R 块的码块或者变全搜索为局部搜索缩减码本块, 文中的算法也是基于这种思想。

2.1 算法理论分析

对于问题(1), 为了减少计算的复杂度通常的做法是转化为下面的问题来求解:

$$E(R, D) = \min_{s, o \in R} \|R - (s \cdot D + o \cdot I)\| \quad (2)$$

求解这个线性方程组, 用最小二乘法得到最小平方问题的解^[11]:

$$\begin{cases} s = \frac{\langle R - \bar{R} \cdot I, D - \bar{D} \cdot I \rangle}{\|D - \bar{D} \cdot I\|^2} \\ o = \bar{R} - s \cdot \bar{D} \end{cases} \quad (3)$$

$R, D \in R^{n \times n}$, \bar{R}, \bar{D} 表示 R, D 的亮度均值, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示欧式内积。

定义 对于子块 $X \in R^{n \times n}$, 定义 X 的相对误差为:

$$e_x = \sum_{i=1}^{n \times n} \left| \frac{X_i - \bar{X}}{\bar{X}} \right| \quad (4)$$

定理 设 $R, D \in R^{n \times n}$, 则有不等式

$$E(R, D) \geq \frac{|\bar{R}|e_r - |s| |\bar{D}|e_d}{n} \quad (5)$$

证明 根据(3), 得到

$$E(R, D) = \|R - (sD + oI)\| = \|R - [sD + (\bar{R} - s\bar{D}) \cdot I]\| = \|(R - \bar{R} \cdot I) - s(D - \bar{D} \cdot I)\| \quad (6)$$

对于(6)式, 先看一个简单的不等式, 由绝对值三角不等式和 Cauchy 不等式可有^[12]:

$$\left| \sum_{i=1}^{n \times n} (|r_i| - |d_i|) \right| \leq \sum_{i=1}^{n \times n} ||r_i| - |d_i|| \leq \sum_{i=1}^{n \times n} |r_i - d_i| \leq \left[\sum_{i=1}^{n \times n} |r_i - d_i|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n \times n} 1^2 \right]^{\frac{1}{2}} = n \|R - D\|$$

即

$$n \|R - D\| \geq \left| \sum_{i=1}^{n \times n} |r_i| - \sum_{i=1}^{n \times n} |d_i| \right| \quad (7)$$

故由(6)和(7)记向量 $(R - \bar{R} \cdot I) = A$, 第 i 个分量为 $A_i = r_i - \bar{R}$, 同理 $s(D - \bar{D} \cdot I) = B$, 且第 j 个分量为: $B_j = s(d_j - \bar{D})$, 则有:

$$\begin{aligned} E(R, D) &= \|(R - \bar{R} \cdot I) - s(D - \bar{D} \cdot I)\| \\ &= \|A - B\| \geq \frac{1}{n} \left| \sum_{i=1}^{n \times n} |A_i| - \sum_{j=1}^{n \times n} |B_j| \right| \\ &\geq \frac{1}{n} \left| \sum_{i=1}^{n \times n} |r_i - \bar{R}| - |s| \sum_{i=1}^{n \times n} |d_i - \bar{D}| \right| \\ &= \frac{1}{n} \left| \bar{R} \sum_{i=1}^{n \times n} \left| \frac{r_i - \bar{R}}{\bar{R}} \right| - |s| \bar{D} \sum_{i=1}^{n \times n} \left| \frac{d_i - \bar{D}}{\bar{D}} \right| \right| \\ &= \frac{|\bar{R}|e_r - |s| |\bar{D}|e_d}{n} \end{aligned}$$

$$\text{故 } E(R, D) \geq \frac{|\bar{R}|e_r - |s| |\bar{D}|e_d}{n}$$

由式(5)可知, 如果 D 是 R 的匹配块即 $E(R, D)$

小,则 R 、 D 的相对误差也小,等价地,如果 R 、 D 相对误差相差很大,则 $E(R, D)$ 也大。因此 R 块的最佳匹配块是 D 则 D 一定是 R 在相对误差下的近邻,因此文中在编码过程中, R 块只搜索与相对误差近邻的码本块,从而加快编码速度,提高效率。

2.2 算法描述

基于上面的分析,文中的算法描述如下:

(1) 设定 R 块和 D 块的相对误差的邻域 k 。

(2) 将待编码的图像分割成 $B \times B$ 大小的 R 块,并在原图像中以 δ 为步长从左到右、从上到下滑动一个 $2B \times 2B$ 大小的 D 块池。对所有的 D 块采用 4-邻域像素平均值得到 $B \times B$ 块,构成码本池 Ω 。

(3) 计算每个 R 和 $D \in \Omega$ 的相对误差,并根据相对误差 e_d 的大小对码本池进行升序排列。

(4) 在编码过程中,对于每个 R 块的 R_i 在赋序的码本池中用折半查找法搜索相对误差意义下的最佳匹配块 D_i ,在搜索过程中对 s 取不同的值并做截断处理,使 $|\bar{R}|e_r - |s|\bar{D}|e_d|$ 最小,在以 D_i 为中心的 k 邻域对 D_i 进行 8 种等距变换,并计算 o 的值,选择与 R 块有最小 $E(R, D)$ 的 D_i 和等距变换序号 L ,得到当前块 R 的分形码 (j, L, s, o) 。

(5) 对其它的 R 块重复上述步骤,直至 R 被编码为止。

本算法可以通过选取较小的邻域 k 获得较高的编码速度。下面给出部分不同邻域下的 k 取值的解码图像,显然在实时性要求高,而质量次之的应用场合,本算法有很好的应用前景。

表1 算法对比表

	邻域 k 的大小					基本算法
	1	10	100	300	600	
(dB)	46.96	47.33	49.55	51.30	52.21	52.21
PSNR 下降(dB)	5.25	4.88	2.66	0.91	0	—
编码时间(s)	2.07	9.50	74.03	211.9	415.78	685.97
提高倍数	331.38	72.20	9.26	3.23	1.64	—



图1 原图像



图2 解码图像对比

3 仿真结果

选择标准的测试图像:512×512 的 lena 图像进行仿真(见图1),并把基本分形算法和文中的改进算法进行对比(见图2)。实验平台为 Windows XP 的 Intel Core i3(2.40GH CPU/2G 内存),程序用 matlab 编写。测试性能的参数是编码时间(S)和峰值信噪比(Peak signal noise ratio, PSNR)(dB)。在实验中,选取 R 块大小为 4×4 , D 块为 8×8 ,步长 $\delta = 4$ 。

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{(1/N^2) \sum_{i,j} (x_{i,j} - x_{i,j}')^2} \right) \text{ (dB)}$$

其中 $x_{i,j}$ 和 $x_{i,j}'$ 分别是原始图像和解码图像的像素值。

在本算法中根据邻域 k 的不同取值来进行搜索,在表1中给出了基本算法和文中算法的比较。表中数据显示,当 $k = 1$ 时,比基本算法的编码速度加快了331倍左右,而 PSNR 的值只下降了5.25。而当 PSNR 和基本分形算法接近时,其编码速度也是基本分形算法的1.64倍。在 $k \geq 90$ 时,虽然 PSNR 有所下降但对于解码图像从主观质量上来看未必有明显变化。显然

4 结束语

文中基于一个联系相对误差和均方根的不等式,提出了一种有损快速分形编码算法,通过搜索与 R 块相对误差相近的码本块,缩小了搜索范围,加快了编码时间。实验表明,在保证图像质量没有明显下降情况下,文中算法的编码速度较之基本分形图像压缩算法加快了编码速度。大量实验证明,分形图像编码中,相对误差可以作为子块匹配的一个很好的参考量。

参考文献:

- [1] 吴晓燕,刘希玉,徐 庆.基于子块特征快速分形图像压缩算法[J].计算机系统应用,2010,19(1):176-179.
- [2] 李高平.分形图像压缩编码[M].成都:西南交通大学出版社,2010.
- [3] Jacquin A E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(1):18-30.
- [4] 陈守吉.分形与图像压缩[M].上海:上海科技教育出版社,2010.

(下转第111页)

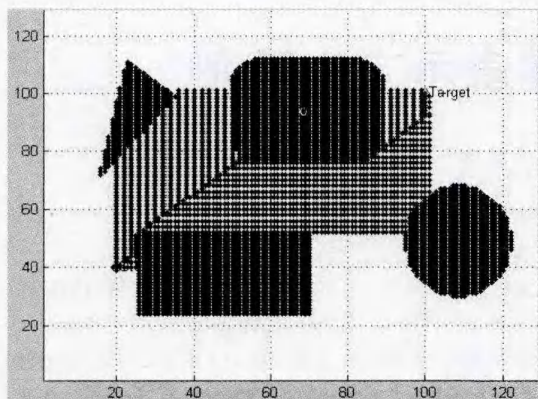


图3 改进前算法扩散图

通过分析表2的数据可以发现,改进后的A*算法在速度上要快于原A*算法,扩展节点个数少于原A*算法。通过比较图3和图4发现,改进后的算法的扩散区域较改进前明显减少,结合核心算法的速度来看,改进后算法的效率更高。当区域环境越复杂,改进后算法的性能更加优越。

6 结束语

文中提出一种基于头尾双向搜索的改进A*算法进行智能机器人的路径规划控制。采取曼哈顿估值函数,从两个方面对改进的A*算法进行性能评估。通过对同一张模拟图进行多次仿真的试验结果分析表明,基于改进后的A*算法路径规划系统运行稳定,生成路径速度加快,搜索区域明显减少,各性能指标均优于普通A*算法。

参考文献:

- [1] Stentz A. A real-time resolution optimal re-planning for globally constraint problem[C]//The 18th National Conf on Artificial Intelligence. Cambridge, MA: MIT Press, 2002: 1088-1096.
- [2] Likhachev M. Search-based Planning for Large Dynamic Environments[D]. Pennsylvania: CMU, 2004.
- [3] Tovey C, Greenberg S, Koenig S. Improved analysis of A* [C]//Proceedings of the International Conference on Robot-

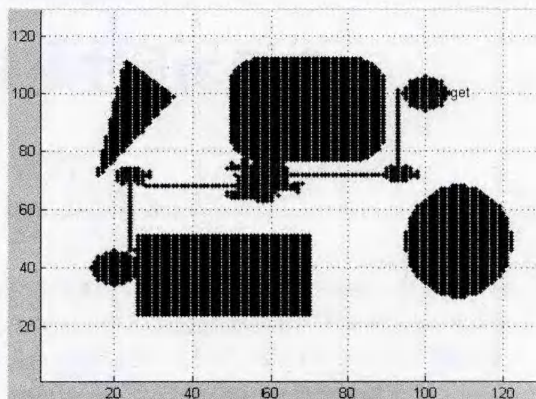


图4 改进后算法扩散图

- ics & Automation. Taiwan: [s. n.], 2003: 14-19.
 - [4] Koenig S, Likhachev M. A* Lite [C]//Proceedings of the AAAI Conference of Artificial Intelligence. [s. l.]: [s. n.], 2002: 476-483.
 - [5] Whangbo Taeg-Keun. Efficient Modified Bidirectional A* Algorithm for Optimal Route-finding [C]//IEA/AIE 2007. [s. l.]: [s. n.], 2007: 344-353.
 - [6] Koenig S, Likhachev M, Furcy D. Lifelong planning A* [J]. Artificial Intelligence Journal, 2004, 155(1-2): 93-146.
 - [7] van den Berg J, Overmars M. Roadmap-based Motion Planning in Dynamic Environments [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(5): 885-897.
 - [8] Gelperin D. On the Optimality of A* Artificial Intelligence [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2000, 8(1): 60-90.
 - [9] Han K H, Park K H, Lee C H, et al. Parallel quantum-inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem [C]//Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation. USA: IEEE Press, 2001: 1422-1429.
 - [10] 戴博, 肖晓明, 蔡自兴. 移动机器人路径规划技术的研究现状与展望 [J]. 控制工程, 2005, 12(3): 198-202.
 - [11] 马雪英, 何臻峰, 林兰芬. 人工智能技术在机器人运动规划中的应用 [J]. 计算机应用研究, 2004(4): 56-61.
 - [12] Han Kuk-Hyun, Kim Jong-Hwan. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem [C]//IEEE Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. San Diego, USA: IEEE Press, 2000: 1354-1360.
-
- (上接第107页)
 - 社, 1998.
 - [5] Barnsley M F, Sloan A D. A Better Way to Compress Images [J]. BYTE, 1988, 13(1): 215-223.
 - [6] Jacobs E W, Fisher Y, Boss R D. Image compression: a study of the iterated transform method [J]. Signal Processing, 1992, 29(3): 251-263.
 - [7] 何传江, 杨静. 基于形态特征的快速分形图像编码 [J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(4): 410-414.
 - [8] Fisher Y. Fractal image compress: theory and application of fractals [M]. [s. l.]: [s. n.], 1995: 49-51.
 - [9] Jacquin A E. A Novel Fractal Block-coding Technique for Digital Image [C]//Proceedings of ICASSP. [s. l.]: [s. n.], 1990: 2225-2228.
 - [10] 陈衍仪. 图像压缩的分形理论和方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.
 - [11] 何传江, 刘维胜, 申小娜. 基于行列式的快速分形图像编码算法 [J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(3): 435-439.
 - [12] 何传江, 蒋海军, 黄席樾. 基于平均偏差排序的快速分形图像编码 [J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(9): 1130-1134.