

含有并行机器组的串行短生产线的性能分析

穆华灵, 汪 峥

(东南大学 自动化学院, 江苏 南京 210096)

摘要:文中主要研究含有并行机器组的串行短生产线的生产性能,此生产线含有一个并行机器组及其上下游缓冲区。由概率守恒原理推导出短生产线的概率平衡方程,求得短生产线的稳态概率,由此计算串行短生产线的性能指标:平均生产率和平均在制品数量。在 Matlab 平台下分析系统平均生产率与部分系统参数之间的关系。同时,建立短生产线的 Petri 网模型,采用事件调度法对短生产线进行仿真,将数值结果与仿真结果进行对比分析,说明文中以机器为中心的分析方法的有效性。

关键词:并行机器组;短生产线;稳态概率;生产性能;事件调度法

中图分类号:TP39

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2012)10-0194-04

Analysis of Short-serial Production Line with Multiple Parallel-machine Workstations

MU Hua-ling, WANG Zheng

(School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: It analyzes the performance of a short serial production line with a parallel-machine workstation and its upstream and downstream. Constructed its probability balance equation and evaluated its performances such as production rate and work-in-process by a numeric method. Analyze the relation between average production rate and particle system parameters under Matlab platform. Meanwhile, establish the Petri model for this short serial production line and the short line is simulated by event scheduling. Comparing the numerical result and simulation result shows that the proposed method is feasible.

Key words: parallel-machine workstation; short line; steady-state probability; production performance; event scheduling

0 引言

在生产制造系统中,生产能力以及平均在制品数量的分析对于生产线的设计、管理都起着至关重要的作用^[1]。对生产性能的分析可分为对可靠机器和不可靠机器、有限缓冲区和无限缓冲区的分析。常见的生产线类型有串行生产线、并行生产线、可重入生产线、装配生产线、环形生产线^[2]。

目前,已经解决了对于只含有两个机器一个缓冲区的串行生产线的性能精确分析^[3,4]。对于多机器串行生产线的分析目前大多采用分解/聚合方法来近似分析,聚合算法主要是基于 Meerkov 的聚合方法^[5],分解算法主要是基于 Gershwin 分解方法^[6]。聚合方法的主要思想是将一个两机器的生产线用一个等效机来代替,这个等效机的生产能力和两机器的生产能力

相同。分解算法的一般步骤为:先将一个长度为 N 的长生产线分解成 $N - 1$ 个两机器的生产线;然后推导出每个短生产线的方程,这些方程中含有短生产线的参数,如故障率、修复率、生产率等,并计算这些参数。总体来说,这些近似的分析方法都以两机器单缓冲区的分析为基础。但在实际的生产制造系统中,一个工作站中通常包含多个机器(文中称其为并行机器组),在以往的分析中,将每一个并行机器组等效成为一个机器^[7],这样等效之后的分析方法就与传统的串行生产线的分析方法相同。然而这种简化的分析方法,在全状态的状态转移图中近似忽略了正常工作状态之间的状态转移,这样对于缓冲区容量比小的系统,带来的近似误差比较大。

为了提高分析的精度,对于含有并行机器组的串行生产线性能的分析,同样采取分解方法,并且考虑到并行机器组对生产性能的影响,将一个含有并行机器组的串行生产线分解为含有两个缓冲区一个机器组的短生产线,如图 1 所示。文中对于这样的生产单元即两个缓冲区一个机器组的短生产线的性能进行精确

收稿日期:2012-02-19;修回日期:2012-05-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60974096)

作者简介:穆华灵(1990-),女,硕士研究生,研究方向为计算机集成制造;汪 峥,副教授,研究方向为离散事件动态系统、计算机集成制造、制造系统分析与控制、产品开发过程分析与规划。

分析,并建立2个缓冲区1个工作站的Petri网模型,进行仿真。

1 短串行生产线的分析

根据概率平衡方程建立方程组并由此计算分解后的短生产线中各个机器的参数,从而计算平均生产率以及平均在制品数量WIP。

为分析问题简便,先给出以下定义:

(1) 工作站中机器的数量为固定的 X ,每个机器都是不可靠的,工件的平均加工时间 $1/\mu$,机器单位时间的故障率 p ,单位时间的维修率 r ,工件平均到达时间 $1/\lambda$,需求间隔时间 $1/d$ 均服从负指数分布;

(2) 在短生产线中,只加工一种类型的工件;

(3) 机器只在加工工件时才会发生故障,机器相互独立的;

(4) 上下缓冲区大小分别为 N_U, N_D ;

(5) 系统的状态: (n_U, n_D, x) ,其中 $n_U = 0, 1, \dots, N_U, n_D = 0, 1, \dots, N_D, x = 0, 1, \dots, X, n_U$ 表示上游缓冲区中工件的数目, n_D 下游缓冲区中工件的数目, x 表示能够工作的机器数目;

(6) 缓冲区在存储和传递工件的过程中是完全可靠的,不会出现故障。

由于有多台机器,因此每个机器组的生产率与等待加工的零件数及机器数有关,即: $\mu_n = \mu \min\{n_U, x\}$ 。图1为含有并行机器组的短串行生产线。

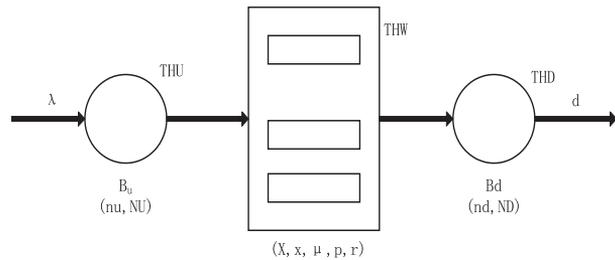


图1 含有并行机器组的短串行生产线

1.1 稳态概率平衡方程

定义 $P(n_U, n_D, x)$ 为系统状态 (n_U, n_D, x) 的稳态概率。

● 以下事件的发生会使系统离开 (n_U, n_D, x) 这个状态:

(1) 当有一个工件到达 B_U ,即 $(n_U, n_D, x) \rightarrow (n_U + 1, n_D, x)$;

(2) 当有一个工件离开 B_D ,即 $(n_U, n_D, x) \rightarrow (n_U, n_D - 1, x)$;

(3) 当有一个正在工作的机器发生故障,即 $(n_U, n_D, x) \rightarrow (n_U, n_D, x - 1)$;

(4) 当有一个故障的机器恢复正常,即 $(n_U, n_D, x) \rightarrow (n_U, n_D, x + 1)$;

(5) 当一个工件从 B_U 进入机器组被加工,同时有一个工件加工好后进入 B_D ,即 $(n_U, n_D, x) \rightarrow (n_U - 1, n_D + 1, x)$ 。

但这些事件的发生会受系统本来状态的限制,比如当 $n_D = 0$ 时,事件(2)不会发生,所以每个事件的发生都有一定的约束条件,对应于上面五个事件的约束条件分别为:

(1) $n_U = N_U$,上游缓冲区中工件达到缓冲区最大值时,工件无法再进入缓冲区;

(2) $n_D = 0$,下游缓冲区中工件为0时,无法从中取得工件;

(3) $x = 0$ 或 $n_U = 0$ 或 $n_D = N_D$,能够正常工作的机器数量为0或机器处于被饥饿/阻塞时,机器不可能发生故障;

(4) $x = X$,所有机器都可正常工作时,没有机器可被修复;

(5) $n_U = 0$ 或 $n_D = N_D$,上游缓冲区为空或者下游缓冲区为满时,机器组处于饥饿或阻塞状态,不能正常工作。

● 以下事件的发生会使系统进入 (n_U, n_D, x) 这个状态(同时考虑到约束条件):

(1) $(n_U + 1, n_D - 1, x) \rightarrow (n_U, n_D, x)$,系统中有一个工件从上游缓冲区被加工的同时有一个加工好的工件放到下游缓冲区,且当 $n_U = N_U$ 或 $n_D = 0$ 时,不存在状态 $(n_U + 1, n_D - 1, x)$;

(2) $(n_U - 1, n_D, x) \rightarrow (n_U, n_D, x)$,系统中有一个工件到达 B_U ,且当 $n_U = 0$ 时,不存在状态 $(n_U - 1, n_D, x)$;

(3) $(n_U, n_D + 1, x) \rightarrow (n_U, n_D, x)$,系统中有一个工件离开该系统,且当 $n_D = N_D$ 时,不存在状态 $(n_U, n_D + 1, x)$;

(4) $(n_U, n_D, x - 1) \rightarrow (n_U, n_D, x)$,有一个机器从故障状态下恢复正常工作,当 $x = 0$ 时不存在状态 $(n_U, n_D, x - 1)$;

(5) $(n_U, n_D, x + 1) \rightarrow (n_U, n_D, x)$,有一个机器发生故障,当 $x = X$ 时,不存在状态 $(n_U, n_D, x + 1)$,当 $n_U = 0$ 或 $n_D = N_D$ 时,机器被饥饿/阻塞,机器不能正常工作,也就不会发生故障。

根据概率平衡方程的构造原理^[8]:离开状态 (n_U, n_D, x) 的概率等于进入状态 (n_U, n_D, x) 的概率,所以得到以下稳态概率平衡方程:

$$P(n_U, n_D, x) [\lambda I(n_U = N_U) + dI(n_D = 0) + rI(x = X) + pI(x = 0 \cup n_U = 0 \cup n_D = N_D) + \mu \min(x, n_U) I(n_U = 0 \cup n_D = N_D)] = P(n_U + 1, n_D - 1, x) \mu \min(x, n_U + 1) \cdot I(n_U = N_U \cup n_D = 0) + P(n_U - 1, n_D, x) \lambda I(n_U = 0) + P(n_U, n_D + 1, x) dI(n_D = N_D) + P(n_U, n_D, x - 1) rI(x =$$

$$0) + P(n_U, n_D, x + 1) p I(x = X \cup n_U = 0 \cup n_D = N_D) \tag{1}$$

其中, $n_U = 0, 1, \dots, N_U, n_D = 0, 1, \dots, N_D, x = 0,$

$$1, \dots, X, I(\text{conditions}) = \begin{cases} 0, & \text{conditions 满足} \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$$

概率 $P(n_U, n_D, x)$ 满足如下的归一化条件:

$$\sum_{n_U=0}^{N_U} \sum_{n_D=0}^{N_D} \sum_{x=0}^X P(n_U, n_D, x) = 1 \tag{2}$$

由公式(1)和(2)组成的方程组可求出稳态概率 $P(n_U, n_D, x)$, 即可得到短串行生产线的平均生产率以及平均在制品数量 WIP 。

1.2 短生产线平均生产率及平均在制品数量 WIP

平均生产率分析:

从上游缓冲区的角度看, 短生产线的稳态生产率为:

$$TH_U = \lambda \sum_{n_U=0}^{N_U-1} \sum_{n_D=0}^{N_D} \sum_{x=0}^X P(n_U, n_D, x) \tag{3}$$

从机器的角度得到的短生产线稳态生产率为:

$$TH_W = \mu \sum_{n_U=1}^{N_U} \sum_{n_D=0}^{N_D-1} \sum_{x=0}^X \min(n_U, x) P(n_U, n_D, x) \tag{4}$$

从下游缓冲区的角度分析短生产线的稳态生产率为:

$$TH_D = \sum_{n_U=0}^{N_U} \sum_{n_D=1}^{N_D} \sum_{x=0}^X \min(n_D, d) P(n_U, n_D, x) \tag{5}$$

当生产线处于平衡状态时, 要满足 $TH_U = TH_W = TH_D$ 。

平均在制品数量 WIP 分析:

上游缓冲区的平均在制品数量:

$$WIP_U = \sum_{n_U=0}^{N_U} \sum_{n_D=0}^{N_D} \sum_{x=0}^X n_U P(n_U, n_D, x) \tag{6}$$

下游缓冲区的平均在制品数量:

$$WIP_D = \sum_{n_U=0}^{N_U} \sum_{n_D=0}^{N_D} \sum_{x=0}^X n_D P(n_U, n_D, x) \tag{7}$$

短生产线的平均在制品数量:

$$WIP = \sum_{n_U=0}^{N_U} \sum_{n_D=0}^{N_D} \sum_{x=0}^X (n_U + n_D) P(n_U, n_D, x) \tag{8}$$

2 仿真实验

Petri 网作为一种图形化的数学建模方法, 其直观性和严谨性可以描述系统和过程活动间复杂的逻辑关系, 所以成为离散事件动态系统有效的分析和建模工具^[9]。随机 Petri 网(Stochastic Petri Nets)由 Molly 首先提出的, 他研究的是有界随机 Petri 网, 随机变量服从负指数分布, 同时证明了 Petri 网状态可达图同构于一个马氏链, 借助马氏理论便可得到系统的相关性能指标; Choi 等人推广了 Molly 的工作, 采用了一种广义随机 Petri 网(Generalized Stochastic Petri Nets)模型, 此

模型包括某些变迁为立即变迁的情形^[10]。

文中采用随机 Petri 网建模, 具有一个并行机器组和上下游缓冲区的短生产线 Petri 网模型如图 2 所示。其中各符号的定义如表 1 所示。

由文中第二部分的假设可知, 工作站中机器是否可正常工作受上游缓冲 B_U 与下游缓冲区 B_D 的制约, 这一假设条件可以通过将抑制弧连接到机器的 t_i 来表示。 P_i 表示库所, t_i 表示变迁。

从仿真模型中可以看出, 单工件单品种类型短生产线的离散事件仿真中包含六种事件类型, 分别是: 上游工件到达事件、机器开始加工事件、机器完成加工事件、机器故障事件、机器修复完成事件、工件离开下游缓冲区事件。

文中采用事件调度法对系统进行仿真, 即用事件的观点来分析真实系统, 通过定义事件及每个事件发生引起系统状态的变化, 按时间顺序确定并执行每个事件发生时有关的逻辑关系^[11]。所有事件均放在事件表中。事件调度法算法主要包括: 初始化操作、事件表操作、推进仿真时钟操作^[12]。事件的选择与处理不断地进行, 直到仿真终止的条件产生为止。下一事件发生的时间总是保存在事件表中, 当从事件表中取出最先发生时间的事件, 此时将仿真钟推进到该事件发生时间, 转向该事件的处理子程序执行。

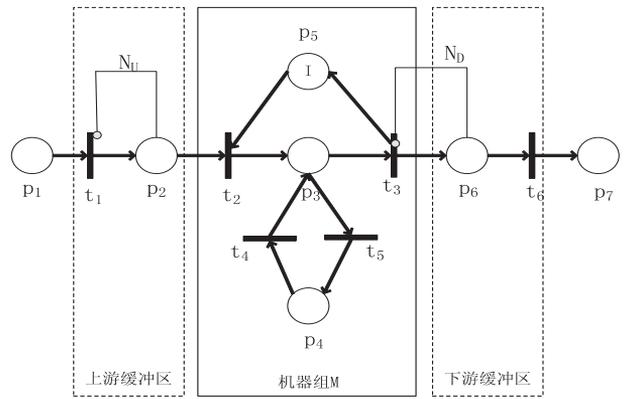


图 2 短生产线的 Petri 网模型

事件中的对象实体有两种, 分别是: 机器和工件。每个事件的要素有: 事件的发生时间、事件的主体以及事件类型。

图 2 中各个符号的意义如下:

- p_1 : 上游缓冲区的输入库所(假设一直提供原料);
- p_2 : 上游缓冲区容量为 N_U ; p_3 : 机器组工作;
- p_4 : 机器组中有 I 个机器空闲;
- p_5 : 下游缓冲区容量为 N_D ;
- p_6 : 下游缓冲区的输出库所(假设容量为无限大);
- p_7 : 下游缓冲区的输出库所(假设容量为无限大);
- t_1 : 新工件到达生产系统; t_4 : 机器故障修复;
- t_2 : 机器开始加工; t_5 : 机器发生故障;
- t_3 : 工件加工完毕; t_6 : 工件离开系统。

3 数值结果与仿真结果

3.1 Matlab 计算出的数值结果

(1) $N_U = 4, N_D = 3, X = 2, \mu = 1, p = 0.01, r = 0.1, d = 1, \lambda \in \{1, 2, \dots, 10\}$, 步长是 1。机器端的生产率 TH_W , 上游缓冲区的生产率 TH_U , 下游机器端的生产率 TH_D 见图 3, 横坐标代表 λ , 纵坐标分别代表 TH_W, TH_U, TH_D 。

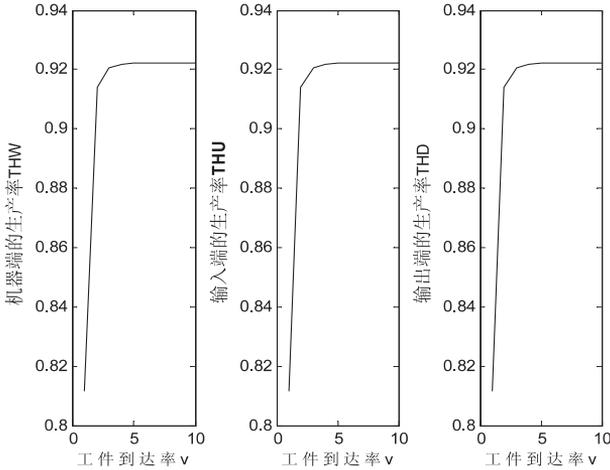


图 3 $\lambda \in \{1, 2, \dots, 10\}$, 步长为 1, 对应的 TH_W, TH_U, TH_D

(2) $N_D = 3, X = 2, \mu = 1, p = 0.01, r = 0.1, d = 1, \lambda = 10, N_U \in \{1, 2, \dots, 10\}$, 步长为 1, 机器端的生产率 TH_W , 上游缓冲区的生产率 TH_U , 下游机器端的生产率 TH_D 见图 4, 横坐标代表 N_U , 纵坐标分别代表 TH_W, TH_U, TH_D 。

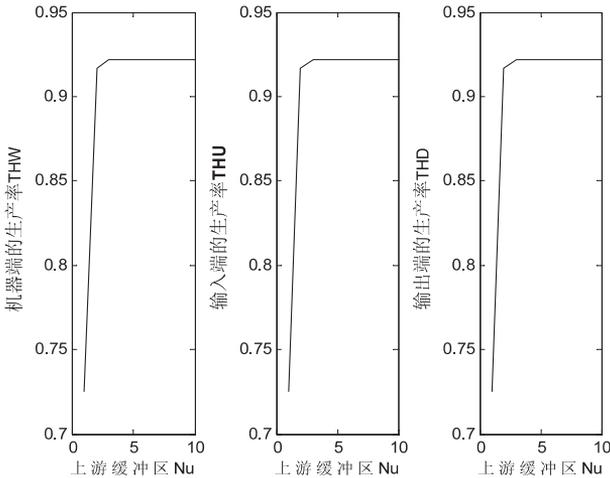


图 4 $N_U \in \{1, 2, \dots, 10\}$, 步长为 1 对应的 TH_W, TH_U, TH_D

由图 3 和图 4 可知, $TH_U = TH_W = TH_D$ 。与分析的结果一致。且系统的平均生产率是关于参数 λ, N_U 的单调递增有限函数。

3.2 数值结果与仿真结果的对比

系统平均生产率的仿真结果记为 $TH_S(i)$, 数值结果记为 $TH_T(i)$, 平均误差记为 e_{TH} ; 系统的平均

在制品数量的仿真结果记为 $WIP_S(i)$, 数值结果记为 $WIP_T(i)$, 平均在制品数量的平均误差记为 e_{WIP} 。

(1) $N_U = 4, N_D = 3, X = 2, u = 1, p = 0.01, r = 0.1, d = 1, \lambda \in \{1, 2, \dots, 10\}$, 数值分析结果与仿真实验结果对比见表 1。平均生产率与平均在制品数量的平均误差分别为:

$$e_{TH} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (TH_S(i) - TH_T(i)) / TH_T(i)}{10} \times 100\% = 1.04\%$$

$$e_{WIP} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (WIP_S(i) - WIP_T(i)) / WIP_T(i)}{10} \times 100\% = -2.05\%$$

表 1 到达率变化系统的数值值与仿真结果

λ	平均生产率		WIP	
	数值值	仿真值	数值值	仿真值
1	0.8115	0.9027	3.7428	3.2995
2	0.9142	0.9147	5.4397	5.8311
3	0.9207	0.9190	5.7963	5.9096
4	0.9217	0.9255	5.9320	5.8684
5	0.9220	0.9111	6.0025	5.9271
6	0.9221	0.9284	6.0456	5.9129
7	0.9221	0.9159	6.0747	5.8559
8	0.9221	0.9216	6.0956	5.9185
9	0.9222	0.9298	6.1114	5.9051
10	0.9222	0.9153	6.1237	5.9180

(2) $N_d = 3, X = 2, u = 1, p = 0.01, r = 0.1, d = 1, \lambda = 10, N_U \in \{1, 2, \dots, 10\}$ 。理论分析结果与仿真实验结果对比见表 2。平均生产率与平均在制品数量的平均误差分别为:

$$e_{TH} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (TH_S(i) - TH_T(i)) / TH_T(i)}{10} \times 100\% = 0.006\%$$

$$e_{WIP} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (WIP_S(i) - WIP_T(i)) / WIP_T(i)}{10} \times 100\% = 0.33\%$$

4 结束语

文中主要对含有一并行机器组及上下游缓冲区的短串行生产线的性能进行数值分析与仿真, 构建这种短串行生产线的稳态概率平衡方程, 及其 Petri 网模型, 根据 Petri 网模型进行离散事件仿真。由表 1 和表 2 数据计算得到仿真结果的误差在允许误差范围之内, 由此验证了文中分析方法的可行性。

(下转第 201 页)

况进行监督施工,或者先行开挖保护,或者不允许开发,总之依据情况必须事先征求文物行政部门的意见。

2) 对大块地下文物埋藏的地区,国家政府可以组织考古文物部门主动考察勘探,整批出土保护。

3) 苏州城市规划部门作古城规划的时候需要考虑地下文物保护区的范围,有地下古文物需要保护的地块给予保护性规划,比如古城区南端以及北端的靠近护城河附近区域。

3 结束语

GIS 技术运用于各类土地评价研究是一种趋势,先进的空间信息处理、统计、分析、归纳、决策技术给土地评价以更具科学化、技术化,全面化的发展,为各项土地决策管理做出重要的参考性指导性服务^[12,13]。本研究通过 GIS 技术,建立时空模型,进行土地利用评价,在土地评价的研究方式上作了部分研究应用。

参考文献:

[1] 杨国清. 土地评价的哲学思考[J]. 广东工业大学学报(社会科学版), 2005, 5(3): 92-95.
 [2] Pan J J, Zhang T L, Zhao Q G. Dynamics of soil erosion in Xingguo county, China, determined using remote sensing and GIS[J]. *Pedosphere*, 2005, 15(3): 356-362.
 [3] 陈 华, 孙丹峰. 基于 GIS 技术的土地评价研究进展[J].

国土资源遥感, 2008(3): 10-14.
 [4] Zhang J, Goodchild M F. *Uncertainty in Geographic Information* [M]. New York: Taylor & Francis, 2002.
 [5] 涂 超. GIS 在历史文化资源保护中的应用研究[J]. 计算机技术与发展, 2006, 16(7): 165-167.
 [6] 李瑞俊, 孙希华, 李 平. 基于遥感和 GIS 的青岛市土地利用动态变化分析[J]. 山东师范大学学报(自然科学版), 2004, 19(4): 50-52.
 [7] 石常蕴, 周慧珍. GIS 技术在土地质量评价中的应用—以苏州市水田为例[J]. 土壤学报, 2001, 38(3): 248-254.
 [8] 闫保银, 孙在宏. 地理信息系统技术在土地评价中的应用—结合城镇土地定级估价信息系统[J]. 农机化研究, 2005(2): 192-194.
 [9] 李永香, 赵俊三, 李洪玉, 等. GIS 空间分析在土地定级中的应用[J]. 矿山测量, 2006(2): 10-12.
 [10] 王红扬. 80 年代以来苏州地区城镇土地演化特征与机制[J]. 地理科学, 1999, 19(2): 128-134.
 [11] 乔伟峰, 孙在宏. GIS 辅助下的城市土地集约利用潜力评价方法研究—以江苏省苏州市为例[J]. 国土资源科技管理, 2004(1): 34-37.
 [12] 黄小芳. GIS 在城市土地利用生态适宜性评价中的应用—以上海市浦东新区为例[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(31): 7841-7846.
 [13] Yang H D, Hu Y M, Deng F Q, et al. Application of immune algorithm to evaluation of soil resource quality [J]. *Pedosphere*, 2005, 15(5): 660-668.

(上接第 197 页)

表 2 Nu 变化系统的数值结果与仿真结果

λ	生产率		WIP	
	数值值	仿真值	数值值	仿真值
1	0.7252	0.7201	2.3273	2.9560
2	0.9164	0.8958	4.0878	3.9113
3	0.9219	0.9267	5.1219	4.8720
4	0.9222	0.9272	6.1237	5.8883
5	0.9222	0.9164	7.1238	6.9050
6	0.9222	0.9198	8.1238	7.9110
7	0.9222	0.9063	9.1238	8.9059
8	0.9222	0.9273	10.1238	9.9149
9	0.9222	0.9288	11.1238	10.9027
10	0.9222	0.9212	12.1238	11.9085

参考文献:

[1] 郑 力, 陈 昱, 张伯鹏. 制造系统[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 77-120.
 [2] Li Jingshan, Blumenfeld E, Alden M, et al. Throughput analysis of production systems: recent advances and future topics [J]. *International Journal of Production Research*, 2009, 47(14): 3823-3851.
 [3] Dallery Y, Gershwin S B. Manufacturing flow line systems: a

review of models and analytical results [J]. *Queueing Systems*, 1992, 12(1): 3-34.
 [4] Li J, Blumenfeld D E, Alden J M. Comparisons of two-machine line models in throughput analysis [J]. *International Journal of Production Research*, 2006, 44(7): 1375-1398.
 [5] Meerkov S M, Zhang L. Transient behavior of serial production lines [J]. *IIE Transactions*, 2008, 44(3): 297-312.
 [6] Gershwin S B. *Manufacturing systems engineering* [M]. Englewood Cliffs, NJ: PTR Prentice Hall, 1994: 59-172.
 [7] Burman M H. *New results in flow line analysis* [D]. Massachusetts: MIT, 1995.
 [8] 梁之舜, 邓集贤. 概率论及数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1988.
 [9] 江志斌. Petri 网及其在制造系统建模与控制中的应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 97-117.
 [10] 孟宪刚, 严洪森. 基于自学习模糊 Petri 网的知识化制造系统采购预测 [J]. *控制与决策*, 2009, 24(3): 371-376.
 [11] 郑大钟, 赵千川. 离散事件动态系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
 [12] 刘 勇, 王德才, 冯正超. 离散事件系统仿真建模与仿真策略 [J]. *西南师范大学学报*, 2005, 30(6): 1019-1025.

含有并行机器组的串行短生产线的性能分析

作者: [穆华灵](#), [汪峥](#)
作者单位: [东南大学 自动化学院, 江苏 南京210096](#)
刊名: [计算机技术与发展](#)
英文刊名: [Computer Technology and Development](#)
年, 卷(期): 2012(10)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_wjz201210051.aspx