

# 基于四元数的局部傅里叶变换

何 鹏,薛之昕,江顺亮

(南昌大学 信息工程学院 计算机系,江西 南昌 330031)

**摘 要:**为了分析二维四元数函数表示的彩色图像,文中利用了把空间、频率同时作为参数的基于四元数的局部S变换,该变换同时决定了彩色图像的局部频谱。文中给出了QS变换的精确定义,其定义使用了一个二维高斯局部窗函数,窗宽度与频率成比例;并验证了QS变换的旋转不变性、可逆性。文中通过利用Hartley变换的简便QS变换计算方法,求得彩色图像的QS变换四元数生成式,并由生成式系数计算出彩色图像的能量谱。从实验结果可以得出:QS变换能量谱可以成为分析彩色图像纹理与样式的有力工具。

**关键词:**四元数;彩色纹理;傅里叶变换;QS变换;Hartley变换

**中图分类号:**TP31

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2012)01-0053-06

## Local Quaternion Fourier Transform

HE Peng, XUE Zhi-xin, JIANG Shun-liang

(Dept. of Computer, Institute of Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** In order to analyse quaternion images, a joint space-wavenumber localized quaternion S transform (QS) is presented in this study because color images can be treated as two-dimensional quaternion functions, it determines the local color image spectra. The QS transform uses a two-dimensional Gaussian localizing window and window width scales with wavenumbers. Rotation invariance, invertibility and computational aspects of the QS transform are discussed. In this paper, use Hartley transform to simply QS transform and obtained power map of the QS transform of colour image. Experiment results show that the power map of the QS transform is presented here as a powerful tool in color image texture and pattern analysis.

**Key words:** quaternion; color texture; fourier transform; QS transform; Hartley transform

## 0 引 言

傅里叶变换广泛的使用于不同应用中的灰度图像分析<sup>[1]</sup>。许多空间与频率的结合变换能够决定灰度图像中任意点的局部光谱特性,这些变换包括Gabor变换(局部空间的傅里叶变换)、小波变换<sup>[2]</sup>和最新的S变换<sup>[3]</sup>。但是这些变换在用于整体分析彩色图像的多个分量<sup>[4]</sup>的应用中,其作用就显得十分有限。为了对彩色图像进行分析,往往需要把彩色图像分离成三个标量(例如R、G、B三个分量)图像并且每个分量单独的使用上述变换进行分析。然而,这样对彩色图像每个分量单独的进行分析,也将无法获得彩色图像多个分量结合的整体光谱信息。

近些年提出了把彩色图像作为一个整体计算傅里叶变换的想法,该想法通过使用基于四元数的傅里叶变换得以实现并且能够有效的整体的分析彩色图

像<sup>[5]</sup>。由于四元数表示法允许把一个彩色图像在一个向量域下进行分析,使得四元数广泛的应用于彩色图像的分析、四元数滤波<sup>[6]</sup>、彩色图像向量相关、彩色图像边缘检测<sup>[7]</sup>,通过这些具体的应用可以看出使用四元数分析彩色图像是十分有效的。

接下来将对基于四元数的Gabor变换,小波变换和S变换进行比较。Gabor滤波<sup>[8]</sup>可以用于对局部图像结构进行分类,Gabor变换的一个主要缺点是使用了一个固定宽度的局部窗函数,从而得到了一个固定的分辨率。而小波变换则提供了更积极的分辨率表示,之后又提出了基于四元数的小波变换,但是小波变换也有两个主要的缺陷。首先,小波变换提供的信息十分稀少;第二,应用中受到光谱重叠(spectral overlaps)的困扰。S变换在小波变换的基础上进实现了十分有用的扩展,相对于小波变换随意的选择频率,S变换则是根据积极的分辨率有效的进行频率选择。另外S变换的核心没有变化的局部窗函数,这意味着S变换不单单局部化能量谱而且还保持了绝对的相位信息;而小波变换仅仅局部化能量谱并没有绝对的定位。此外,S变换与自然傅里叶变换也有着简单和直接的

收稿日期:2011-05-26;修回日期:2011-09-04

基金项目:国家自然科学基金(50863003)

作者简介:何 鹏(1988-),男,江西南昌人,硕士研究生,主要从事计算机图形学研究;薛之昕,副教授,主要从事计算机图形学研究。

联系,这也是小波变换所没有具备的。然而 S 变换也有着自身的局限性,最主要的缺陷是没有旋转不变性。文中提出了一个基于普遍性与旋转不变性的四元数 S 变换,这使得 S 变换能有效的应用于彩色图像的纹理分析中。

量化并提取彩色图像纹理特性的不同方法在许多文献中都有提出,其中包括使用非四元数的方法对彩色纹理进行分类<sup>[9]</sup>与分割<sup>[10]</sup>。基于四元数的方法也可以利用于纹理特征提取,例如,四元数与主成分分析结合使用的彩色图像的纹理分割<sup>[11]</sup>,四元数也可用于彩色图像的边缘检测<sup>[7]</sup>。在这篇文章中我们提出的 QS 变换也可以作为彩色图像样式及纹理提取的有力工具。

## 1 四元数与四元数傅里叶变换

四元数  $q$  是由一个实部和三个虚部组成<sup>[12]</sup>。因此得出  $q = a + ib + jc + kd$ , 其中  $a, b, c$  和  $d$  是实数而  $i, j$  和  $k$  是正交复杂的运算符且满足:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1, ij = k, jk = i, ki = j, ji = -k, kj = -i, ik = -j$$

四元数域是 4D 的非交换的,其拥有 4 个覆盖于实数域  $R$  的系数与基本元素  $\{1, i, j, k\}$ 。

四元数的代数计算不同于实数与复数的代数计算,例如,在四元数空间下乘法的交换率是不成立的,接下来我们将回顾一些四元数的特性。

### 1.1 四元数的特性

(a) 可以把一个给定的四元数  $q = a + ib + jc + kd$  看作是实数部分与向量部分的和,即  $q = S(q) + V(q)$ , 其中  $S(q) = a$  是四元数的实数部分,  $V(q) = ib + jc + kd$  为向量部分。

(b) 任何四元数  $q = a + ib + jc + kd$  都能表示为极坐标的形式  $q = |q| e^{\mu\Phi}$ , 其中  $|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$  为振幅  $\mu = V(q)/|V(q)|$  为特征轴, 而  $\Phi = \arctan |V(q)|/S(q)$ ,  $0 \leq \Phi < \pi$  为特征角(相位角)。当  $|q| = 1$  时,  $q$  是一个单位四元数; 而  $a = 0$  时,  $q$  是一个纯四元数。欧拉与 De Moivre 公式在四元数空间下也成立, 例如, 对于一个纯单位四元数  $\mu$  有如下性质:

$$e^{\mu\Phi} = \cos(\Phi) + \mu\sin(\Phi)$$

$$(\cos(\theta) + \mu\sin(\theta))^n = e^{\mu n\theta} = \cos(n\theta) + \mu\sin(n\theta)$$

(c) 四元数的共轭值定义为:  $\bar{q} = a - ib - jc - kd$ 。

(d) 复数可以看作拥有一个实部和一个虚部的特殊四元数。

### 1.2 四元数傅里叶变换

四元数傅里叶变换(QFT)定义为类似于 2D 标准傅里叶变换的函数,四元数乘法的不可交换率使得能

够定义不同形式的 QFT。在文献中经常出现的形式在下面给出。

第一类 QFT 公式<sup>[13]</sup>:

$$Q(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2 \pi (ux + vy)} f(x, y) dx dy$$

其中  $x$  和  $y$  代表空间变量, 而  $u$  和  $v$  是在相应方向上的频率,  $f(x, y)$  为四元数函数。第一类 QFT 与其逆变换的不同仅仅在于两者指数的符号不同。

第二类 QFT 公式:

$$Q(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2 \pi (ux + vy)} f(x, y) dx dy \quad (1)$$

其中  $\mu$  是任意的纯单位四元数,  $\mu^2 = -1$ 。第二类 QFT 与其逆变换的不同仅仅在于两者指数的符号不同。傅里叶变换可以看作是 QFT(其中  $u = i$ ) 的特殊情况, 参数  $u$  是任意选取的。彩色图像  $f(x, y)$  为基于四元数表示的 RGB 颜色函数, 彩色图像的三个分量表示为一个四元数, 即  $f(x, y) = R(x, y)i + G(x, y)j + B(x, y)k$ , 通常令参数  $\mu = (i + j + k)/\sqrt{3}$ 。参数  $\mu$  这样取值保证了 RGB 空间的三个颜色分量的灰度值保持平衡。

## 2 局部四元数傅里叶变换

类似于 2D 傅里叶变换, QFT(1) 给出了整个彩色图像的频谱。但是 QFT 关于随着空间变化的局部频谱提供不了足够的信息, 这就需要局部空间的四元数傅里叶变换。

### 2.1 QS 变换

这里采用第二类 QFT 来定义局部变换, 这是由于在例如卷积的某些运算中, 使用第二类 QFT 比第一类 QFT 更加方便。文中仅仅针对 RGB 彩色图像进行变换分析, 这样的选择将不失普遍性, 推广至其他类型的彩色图像也并不困难。

令四元数 RGB 函数为  $f(x, y) = R(x, y)i + G(x, y)j + B(x, y)k$ 。类似于定义 2D S 变换<sup>[3]</sup>, QS 变换式中也包含一个可伸缩变换的高斯窗。2D S 变换定义如下:

$$S(X, Y, u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi(ux + vy)} \frac{|uv|}{2\pi} e^{-(X-x)^2/2} e^{-(Y-y)^2/2} f(x, y) dx dy$$

与使用固定宽度的局部窗的 Gabor 变换<sup>[7]</sup>所不同, S 变换允许窗宽度随着频率变化, 从而在复数空间中得到一个积极的分辨率, 这个做法被扩展至四元数空间(即 QS 变换中)。

2D 的高斯函数如下:

$$W(x, y, \sigma_x, \sigma_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-x^2/2\sigma_x^2} e^{-y^2/2\sigma_y^2}$$

在高斯窗函数中  $X$  方向的窗宽度( $\sigma_x$ ) 和  $Y$  方向的窗宽度( $\sigma_y$ ) 分别与对应方向的频率的倒数成比例, 即  $\sigma_x = K_1/|u|$  且  $\sigma_y = K_2/|v|$ ,  $K_1$  和  $K_2$  为正常量。高斯窗的所在位置由  $(X, Y)$  决定, 变化的  $K_1$  和  $K_2$  值改变了空间频率平面的分辨率。接下来给出 QS 变换的定义:

$$QS(X, Y, u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu 2\pi(ux+vy)} \times w(X-x, Y-y, \frac{k_1}{|u|}, \frac{k_2}{|v|}) f(x, y) dx dy \quad (2)$$

QS 变换能在空间和频率域上产生一个积极的分辨率, 尽管其与 2D S 变换定义在不同的空间, 但是其在形式上类似于 2D S 变换的定义。QS 变换的缺点和限制将会在下面讨论并且给出相应的解决方法。

一个图像的能量(振幅)与图像的方位无关, 且任何针对图像的变换都无法改变图像的能量, 这个性质叫做旋转不变性。令人遗憾的是, QS 变换(2)并不具备旋转不变性。以任何角度旋转图像, QS 变换的振幅都将发生改变, 这是由于高斯局部窗宽度在  $x, y$  方向独立的比例大小造成的。

高斯窗的宽度在  $x$  与  $y$  方向分别与频率  $u$  和  $v$  成比例, 因此 2D 高斯局部窗大体上是一个椭圆横截面。无论何时频率  $u, v$  其中一个接近于零则对应方向的窗宽度将会趋近于无穷, 所以具体的定义中需要限制  $u = 0$  (或  $v = 0$ ) 的情况发生。

假定  $\sigma_x \sim 1/|u|$  和  $\sigma_y \sim 1/|v|$ , 为了能够实现旋转不变性, 我们使用了圆形对称的高斯窗函数, 其宽度与频率的倒数成比例即  $\sigma = |r|/\sqrt{u^2 + v^2}$ , 其中  $r$  是恒量, QS 变换修改为

$$QS(X, Y, u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu 2\pi(ux+vy)} \frac{u^2 + v^2}{2\pi r^2} e^{-((X-x)^2 + (Y-y)^2)(u^2 + v^2)/2r^2} f(x, y) dx dy \quad (3)$$

在这个公式中, 高斯窗函数的宽度由参数  $r$  决定, 通过改变  $r$  的值能够根据需要改变空间-频率平面的分辨率。

定理 1. QS 变换是旋转不变的。

证明. 由于高斯窗的修改, 新的 QS 变换(3)是旋转不变的, 原始图像  $f(x, y)$  旋转角度  $\theta$  如下:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos(\theta) + y \sin(\theta), y' = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \\ u' &= u \cos(\theta) + v \sin(\theta), v' = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \\ X' &= X \cos(\theta) + Y \sin(\theta), Y' = -X \sin(\theta) + Y \cos(\theta) \end{aligned}$$

然后下述式子成立:

$$\begin{aligned} u^2 + v^2 &= u'^2 + v'^2 \\ (X' - x')^2 + (Y' - y')^2 &= (X - x)^2 + (Y - y)^2 \\ u'x' + v'y' &= ux + vy \end{aligned}$$

因此下面我们能得出

$$\cos(2\pi u'x' + 2\pi v'y') = \cos(2\pi ux + 2\pi vy)$$

$$\sin(2\pi u'x' + 2\pi v'y') = \sin(2\pi ux + 2\pi vy)$$

此外, 有  $dx'dy' = |\frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)}| dx dy$ , 且

$$|\frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)}| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} = 1$$

因此可得  $dx'dy' = dx dy$ , 综上可知 QS 变换是旋转不变的。

定理 2. QS 变换是可逆的。

证明. 由于 QS 变换在变量  $X, Y$  上的二维积分等同 2-D QFT 频谱函数

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} QS(X, Y, u, v) dXdY = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu 2\pi(ux-vy)} f(x, y) dx dy$$

$$\text{即 } \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} QS(X, Y, u, v) dXdY = Q(u, v) \quad (4)$$

对式子(4)的两边进行 QFT 逆变换, 可以获得最初的四元数图像函数。即

$$\begin{aligned} f(x, y) &= R(x, y)i + G(x, y)j + B(x, y)k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mu 2\pi(ux+vy)} \times QS(X, Y, u, v) dXdY du dv \end{aligned}$$

## 2.2 计算 QS 变换

QS 变换(3)可以看作是  $f(x, y)$  与 QFT 核心  $e^{-\mu 2\pi(ux+vy)}$  的乘积和一个圆形对称高斯窗  $w(x, y)$  的卷积。由于高斯窗是一个实数值域的偶函数, 其在四元数空间的卷积类似于在标准复数傅里叶空间的卷积。

快速 QFT 算法在很多文献中都有讨论(分别针对第一类 QFT 与第二类 QFT)。所有基于标准快速傅里叶变换的设计都需要把 QFT 分解为多个复数傅里叶变换。文中使用 2D Hartley 变换<sup>[14]</sup>代替原分解方法, 通过对 QFT 变换的每个分量应用 Hartley 卷积避免了对 QFT 的分解。

使用下述的简化变量用于重写 QS 变换的实数与虚数部分。令  $\theta = 2\pi(ux + vy)$ , 图像函数使用四元数函数  $f(x, y) = iR(x, y) + jG(x, y) + kB(x, y)$ , 另外  $\mu = (i + j + k)/\sqrt{3}$ 。然后得  $e^{-\mu\theta}f(x, y) = e^{-((i+j+k)/\sqrt{3})\theta}(iR(x, y) + jG(x, y) + kB(x, y))$ 。

由于四元数  $\mu$  为纯单位四元数即满足  $e^{-\mu\theta} = \cos(\theta) - \mu \sin(\theta)$ , 由此可得:

$$\begin{aligned} e^{-\mu\theta}f(x, y) &= \left( \cos(\theta) - \frac{i+j+k}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \right) (iR(x, y) + jG(x, y) + kB(x, y)) \\ &= q_0(x, y) + iq_1(x, y) + jq_2(x, y) + kq_3(x, y) \end{aligned}$$

其中各个分量如下:

$$\begin{aligned} q_0(x, y) &= \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{3}}(R(x, y) + G(x, y) + B(x, y)) \\ q_1(x, y) &= R(x, y)\cos(\theta) + (G(x, y) - B(x, y)) \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{3}} \\ q_2(x, y) &= G(x, y)\cos(\theta) + (B(x, y) - R(x, y)) \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{3}} \\ q_3(x, y) &= B(x, y)\cos(\theta) + (R(x, y) - G(x, y)) \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

使用上述式子, QS 可以推导出下面的类型:

$$QS(X, Y, u, v) = \frac{u^2 + v^2}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (q_0(x, y) + iq_1(x, y) + jq_2(x, y) + kq_3(x, y)) e^{-((X-x)^2 + (Y-y)^2)(u^2 + v^2)/2r^2} dx dy \quad (5)$$

上述 QS 变换(5)的每个分量能够表示为在 Hartley 空间下的两个函数的卷积, 2D Hartley 定义如下:

$$H(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \text{cas}(2\pi ux + 2\pi vy) dx dy,$$

而后逆变换也被给出:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u, v) \text{cas}(2\pi ux + 2\pi vy) du dv,$$

其中  $\text{cas}(x) = \cos(x) + \sin(x)$ 。

在 Hartley 空间的卷积公式定义如下:

$$\begin{aligned} C(u, v) &= \\ \frac{H_1(u, v)H_2(u, v) + H_1(u, v)H_2(-u, -v)}{2} + \\ \frac{H_1(-u, -v)H_2(u, v) + H_1(-u, -v)H_2(-u, -v)}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $H_1$  和  $H_2$  分别是图像函数  $h_1$  和  $h_2$  的 Hartley 变换,  $C$  则代表 Hartley 变换空间下的卷积。例如, QS 变换的实数部分( $QS_0$ )能够被写成下述的一个卷积:

$$QS_0(X, Y, u, v) = q_0(x, y) * d(x, y) \quad (7)$$

其中  $d(x, y) = ((u^2 + v^2)/2\pi r^2) e^{-((x^2 + y^2)(u^2 + v^2)/2r^2)}$ ,  $q_0$  在上面已经定义, 可以对上述等式(7)左右两边同时求 Hartley 变换。2D Hartley 变换下的卷积(6)可以化简为  $H_1(u, v)H_2(u, v)$  (与傅里叶卷积类似), 其中  $q_0$  的 Hartley 变换是  $H_1$  并且  $d$  的 Hartley 变换是  $H_2$  (从  $x, y$  转变至  $\alpha, \beta$ ), 如下给出  $H_2$  的式子:

$$H_2(u, v, \alpha, \beta) = e^{-2\pi^2 r^2 (\alpha^2 + \beta^2) / (u^2 + v^2)}$$

最后可以求出  $QS_0$  仅仅需要通过  $H_1(u, v)H_2(u, v)$  的 Hartley 逆变换。

$$QS_0(X, Y, u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_1(\alpha, \beta, u, v)$$

$$v) e^{-2\pi^2 r^2 (\alpha^2 + \beta^2) / (u^2 + v^2)} \times \text{cas}(2\pi\alpha X + 2\pi\beta Y) d\alpha d\beta$$

类似的 QS 变换的三个虚数部分也可以这样简便的进行计算。这样进行计算的复杂度相对于四元数空间的卷积计算量十分的小。

2D 复数傅里叶变换不能够直接用于计算, 这是由于傅里叶自身的复杂性和在四元数空间下的不同解释。然而 2D Hartley 变换是实数值的并且能直接应用 OS 变换的每个分量。此外, Hartley 的正变换与逆变换使用同样的变换核心, 这使得该变换在应用中更加方便。

### 2.3 QS 变换的能量谱

一个彩色图像的 QS 变换的能量(振幅的平方)谱  $P$  可以通过如下式子计算得出:

$$P(X, Y, u, v) = QS_0^2 + QS_1^2 + QS_2^2 + QS_3^2, \text{ 其中 } QS_0^2, QS_1^2, QS_2^2 \text{ 和 } QS_3^2 \text{ 是 QS 变换生成式的实数与虚数的系数部分。每个象素点的合成能量 } RP \text{ 是由该点所有频率的能量求和而成, 由此可得 } RP(X, Y) = \sum_u \sum_v P(X, Y, u, v)。$$

QS 变换的能量谱具体定义为利用能量最大值求出的标准化  $RP$  对数, 即  $\frac{\log(1 + RP(X, Y))}{\log(1 + \max\{RP(X, Y)\})}$

对于一个  $N \times M$  四元数图像, 离散 QS 变换生成矩阵的大小为  $4(N \times M)^2$  而它的能量谱是一个  $N \times M$  的实数矩阵。在实际应用中, 振幅谱可以由不同频谱求得的 QS 变换分量系数平方和算出, 而不是需要计算整个 4D QS 变换矩阵。能量谱表示对应点有效的局部能量, 所有的象素点存在相同或不同的有效能量, 我们把局部能量的类似与不同归结为图像的纹理或样式的异同。因此我们这里提出的能量谱, 可以做为提取彩色图像纹理和样式的有效工具。

### 3 实 例

图 1 展示了一个合成彩色图像, 图 2 则展示了该彩色图像使用 QS 变换计算出的振幅谱。这个彩色图像是使用一个 Matlab 程序创建的。在每个颜色带上仅仅在  $X$  方向上存在频率变化。第一颜色分量( $R$ )是一个不断增加的脉冲信号且仅在  $X$  区间的前半部分出现, 第二颜色分量( $G$ )在整个  $X$  区间都是保持一个很低的频率, 第三颜色分量( $B$ )仅在  $X$  区间后半部分显示为一个中等的频率。4D 四元数 QS 变换生成矩阵通过计算得出, 图 2 绘制的是对应于  $V=0$  且  $Y=0$  的振幅谱切片。QS 变换振幅谱在全部的颜色带上获取了所有的频率。通过 QS 变换算取频谱的方法对于单频的分析每个颜色分量的方法来说, 拥有 2 个主要的优势。一个优势是整体的(RGB)频谱信息是可见的, 第二个



优势是计算上的。通过使用在先前部分所提及的在 Hartley 空间下的卷积,我们仅仅需要 4 个 4D 的实数矩阵来存储 QS 变换值,相比较下我们需要 6 个 4D 的实数矩阵存储每个单频颜色分量的复数傅里叶变换值。这样处理大尺寸的图像就能节省相当可观的存储空间。

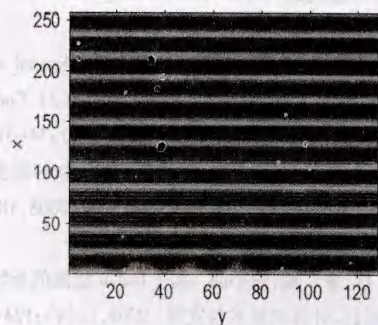
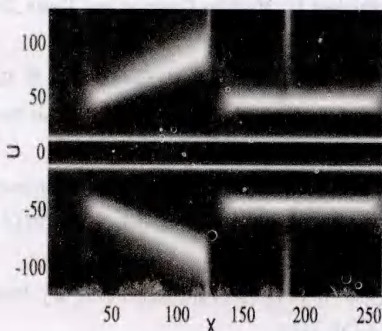


图1 合成彩色图

图2  $V=0$ 、 $Y=0$  的振幅谱

接下来的例子展示的是利用 QS 变换的能量谱提取图像纹理。QS 变换在诸如图像自动分割和纹理分类的进一步分析过程中是一个必不可缺的关键点。第一个例子的彩色图像在图 3 中展示,对应的能量谱在图 4 显示。最初的彩色纹理包含了 4 个不同方位的区域纹理,其中右上和左下区域拥有相似的颜色,计算出的能量谱正确的收集了所有区域的信息。另一个例子和其能量谱分别在图 5 和图 6 分别展示。在这个实例中左上和右下拥有相同的颜色,但是在灰度结构上不同,而左下和右上拥有相同的灰度结构,但是颜色却不相同。

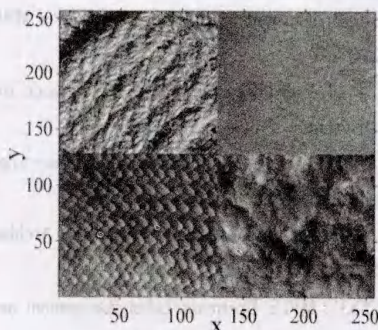


图3 彩色纹理

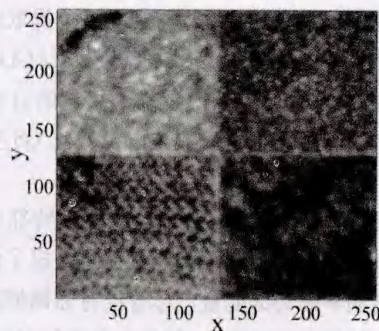


图4 能量谱

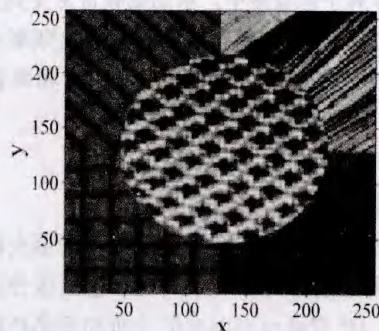


图5 彩色原图

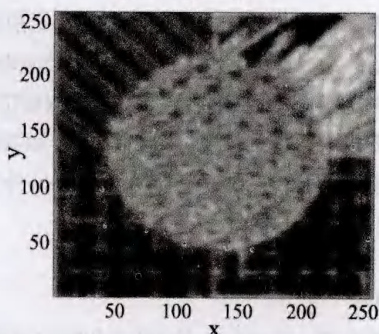


图6 能量谱

#### 4 未来需要关注的问题

在纹理提取运算中仅仅使用了 QS 变换四元数生成式中的系数(用于求取振幅),然而在第二节中还定义了四元数极坐标形式的另外 2 个属性,其中的特征角是一个实数而特征轴通常上是一个四元数。进一步的挖掘 QS 变换需要利用特征角(相位角)和特征轴这两个属性,一些学者把四元数的相位角定义为一个拥有 3 个分量的向量,每个分量都拥有不同的意义,并将这个概念应用于局部图像结构的分类。此外, QS 变换作为复数 S 变换到四元数空间的扩展,如能保持绝对的相位信息则在许多应用中将起到重要作用。

QS 变换不仅仅可以用于彩色图像的绝大多数分析应用中,例如,图像滤波、边界检测、图像分割,其还存在许多潜在的应用。QS 变换可以用来提取二阶统计纹理特征。已经得出通过能量谱可以提取彩色图像的主要纹理特征,可以把上述结论与其他统计学的方

法结合并用于提取二阶纹理特征。一个提取纹理特征的方法是通过能量谱的灰度共存矩阵<sup>[15]</sup> (GLCM) 来实现,求出的纹理特征可以用于基于纹理的自动分割与分类。文中的研究正是为上述以及其它 QS 变换的应用铺路。

在使用 QS 变换能量谱来提取纹理特征应用中仍然有许多未解决的问题。该能量谱是合成了包括该局部所有的频率的局部能量。尽管没有强调何种频率应该包括在能量谱的计算中,但是在此次研究中,所有的频率被计算于能量谱中。然而低频常常受到边缘效果的影响,高频又存在噪音。因此适中的频率在纹理特征提取中更有效率。这就要求我们对频率设置门槛值。

## 5 结束语

总的来说,这篇文章介绍了一个局部空间四元数 S 变换,并通过实例证明了其在彩色图像分析中的积极作用。QS 变换允许同时的分析局部彩色图像的所有颜色分量,而其它非四元数变换只能单独分析彩色图像的各个颜色分量。文章给出的 QS 变换是可逆和旋转不变的,并且又提出了一个通过在 Hartley 空间下的卷积实现的 QS 变换简便计算,之后构建的 QS 变换的能量谱被用于提取彩色纹理特征。今后需要把更多的研究投入于 QS 变换四元数生成式的另外 2 个属性上(特征角和特征轴)。

### 参考文献:

- [1] 王端秀,徐磊,张仁杰. 数字图像中傅里叶变换的研究分析与仿真[J]. 光学仪器,2009,31(1):48-51.
- [2] 杨亚,王铮,张素兰. 基于小波变换的多聚焦图像融合[J]. 计算机技术与发展,2010,20(3):56-58.
- [3] Mansinha L, Stockwell R G, Lowe R P. Pattern analysis with

two-dimensional spectral localization: applications of two-dimensional S transforms [J]. Physica, 1997, 239(1):286-295.

- [4] 林开颜,吴军辉,徐立鸿. 彩色图像分割方法综述[J]. 中国图象图形学报,2005,10(1):1-10.
- [5] Ell T A, Sangwine S G. Hypercomplex Fourier transforms of color images[J]. IEEE Trans on Image Proc, 2007, 16(1):22-35.
- [6] Denis P, Carre P, Fernandez-Maloigne C. Spatial and spectral quaternionic approaches for colour images[J]. Comput Vision and Image Understanding, 2007, 107(1-2):74-87.
- [7] 黄伟,周鸣争,李小牛. 一种基于四元数的彩色图像边缘检测改进算法[J]. 计算机技术与发展, 2008, 18(3):121-124.
- [8] 陈静,罗斌,詹小四. 基于 Gabor 滤波的指纹图像增强算法[J]. 计算机技术与发展, 2008, 18(4):124-126.
- [9] Palm C, Lehmann T M. Classification of color textures by Gabor filtering[J]. Machine Graphics and Vision, 2002, 11(2/3):195-219.
- [10] Hoang M A, Geusebroek G M, Smeulders A W M. Color texture measurement and segmentation[J]. Signal Process, 2005, 85(5):265-275.
- [11] Shi L, Funt B. Quaternion color texture segmentation[J]. Comput Vision and Image Understanding, 2007, 107(1-2):88-96.
- [12] Hamilton W R. Lectures on Quaternions[M]. Dublin: Hodges and Smith, 1853.
- [13] Hitzler E M S. Quaternion Fourier transform on quaternion fields and generalizations[J]. Adv. Appl. Clifford Alg, 2007, 17(3):497-517.
- [14] Bracewell R N. Assessing the Hartley transform[J]. IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process, 1990, 38(12):2174-2176.
- [15] 苑丽红,付丽,杨勇. 灰度共生矩阵提取纹理特征实验结果分析[J]. 计算机应用, 2009, 29(4):1018-1021.

(上接第 52 页)

### 参考文献:

- [1] 袁嘉. 基于 MPLS 的 PWE3 实现研究[J]. 现代有线传输, 2005(6):51-56.
- [2] 李缓,安宁. MPLS VPN 的关键技术及其应用[J]. 科技信息, 2008(35):497-498.
- [3] 胡国辉,崔可升. MPLS VPN 原理及组网应用[J]. 电信技术, 2005(12):124-126.
- [4] 奚小获,张蓉. PWE3 技术概述和参考模型[J]. 飞行器测控学报, 2005(3):69-74.
- [5] RFC5036. LDP Specification[S]. IETF, 2007.
- [6] Osborne E, Sinha A. 基于 MPLS 的流量工程[M]. 北京:人民邮电出版社, 2003.
- [7] 陈业芳. MPLS 技术及发展前景分析[C]//海南省通信学会学术年会论文集. 海南:出版者不详, 2006.
- [8] 沈鑫刺,伍红兵,俞海英. 基于 MPLS 第二层 VPN[J]. 中国数据通信, 2002(5):159-161.
- [9] RFC4096. Transport of Layer 2 Frames Over MPLS[S]. IETF, 2007.
- [10] RFC 4447. Pseudowire Setup and Maintenance Using the Label Distribution Protocol[S]. 2006.
- [11] RFC3985. Pseudo Wire Emulation Edge-to-Edge (PWE3) Architecture[S]. IETF, 2005.
- [12] RFC3031. Multiprotocol Label Switching Architecture[S]. IETF, 2001.
- [13] RFC5331. MPLS Upstream Label Assignment and Context-Specific Label Space[S]. IETF, 2008.