

基于 MPS 方法的三维水滴模拟

尹金,汪继文

(安徽大学 计算机科学与技术学院,安徽 合肥 230039)

摘要:文中详细介绍了移动粒子半隐式法(MPS)的理论模型,该方法是一种基于 Lagrange 观点的数值方法。流体是由有限数量的移动粒子表示,控制方程是在粒子间相互作用模型所表示的梯度、拉普拉斯和自由表面的基础上离散而得的,不需要建立网格,因此,不受网格扭曲的影响,适合模拟带有大变形的水力学问题。同时该方法通过引入粒子数密度的概念和半隐式算法,有效地保持了流体的不可压缩性。由于该方法属于完全 Lagrange 描述,所以不存在因对流而形成的数值扩散。运用该方法模拟了单水滴的三维可视化效果,模拟结果真实感较强。

关键词:MPS;无网格;不可压缩;三维

中图分类号:TP31

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2011)08-0082-03

Simulation of 3D Droplet Based on MPS Method

YIN Jin, WANG Ji-wen

(Computer Science and Technology College, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: It introduces the moving particle semi-implicit (MPS) method and it's a theoretical model. It's a numerical method based on Lagrange point. The fluids are represented by a finite number of moving particles, governing equations are discretized based on particle interaction models representing gradient, Laplacian and free surface, do not need to establish the grid. Therefore, do not suffer grid distortion effect, suitable for the simulation on large deformation of hydraulics problems. And at the same time introduce the concept of particle number density and the semi-implicit algorithm, effectively maintain the incompressible of the fluids. The numerical diffusion derived from the convection terms does not arise because of fully Lagrangian description. With this method an example of single droplets of 3d visual effect is simulated, the simulation results are very realistic.

Key words: MPS; meshfree; incompressible; three-dimensional

0 引言

计算流体力学是用计算机和离散化的数值方法对流体力学问题进行数值模拟和分析的一门新兴学科,在工程及科学领域中已得到广泛应用^[1,2]。在连续、均匀介质的范畴下,描述牛顿流体的基本力学方程是 Navier-Stokes 方程,简称 N-S 方程。求解该方程的数值方法可分为网格方法和无网格方法。网格方法求解 N-S 方程的思想是将连续的空间划分为离散的网格,并在网格点上离散控制方程,从而寻求控制方程的数值解;无网格方法则通过追踪质点(运动流体的基本单元)运动性质的变化过程来获得流体的运动情况。

尽管近年来,网格方法在水动力学研究中已取得明显进展,但网格方法存在着两个主要问题:网格纠缠和由高度不规则网格而致的数值不准确性。在这种情

况下,无网格数值方法的优势将更为明显。无网格方法^[3,4]也称为粒子法,其基本思想是将研究的重点放在运动流体的基本单元—质点上,流体的数值计算过程即为追踪质点的性质变化的过程。各质点之间的相互作用通过核函数来实现。为了实现控制方程的离散,还建立了物理量的光滑模型、压力梯度模型和扩散模型。由于对流项不直接出现在控制方程中,也就有效地避免了数值耗散问题。同时,无网格法不需要建立各粒子之间的拓扑关系,所以非常适合带有自由表面的运动流体的数值求解。

文中主要介绍无网格方法中的一种——移动粒子半隐式法(MPS)^[5,6]。它是一种基于 Lagrange 观点的无网格数值模型,流体是由有限数量的移动粒子表示。用于计算不可压缩黏性流体运动。在该方法中,粒子之间的相互作用通过核函数来实现。在无网格条件下,N-S 方程中的压力梯度项、扩散项、不可压缩性和自由表面边界条件都是通过核函数来表达的。该方法即使在流体发生破碎的情况下,也能得到很好的模拟效果^[7-9]。

收稿日期:2011-01-10;修回日期:2011-04-20

基金项目:安徽省自然科学基金(090412045)

作者简介:尹金(1986-),女,安徽蚌埠人,硕士,研究方向为科学计算与可视化;汪继文,教授,研究方向为计算机数值模拟技术。

1 数值方法

1.1 控制方程

流体在不可压缩、粘性的假设下, MPS 方法的控制方程包括质量守恒和动量守恒^[10]:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + F \quad (2)$$

式(1)为质量守恒方程,式(2)为动量守恒方程,式中 u 为速度矢量, p 为压力, ν 为水流粘滞系数, F 为质量力, $\frac{D}{Dt} (\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} + \omega \frac{\partial}{\partial z})$ 为物质导数。

1.2 核函数

由于连续的流体是由离散的粒子组成,这些粒子的运动情况可以表征流体的运动。每个粒子都携带自身的物理属性,包括位置、速度、压力等。每个粒子的运动对其周围粒子都会产生影响。粒子间的相互影响通过核函数 $w(r)$ 来实现,文中所选用的核函数为:

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1 & (0 < r < r_c) \\ 0 & (r_c \leq r) \end{cases} \quad (3)$$

其中 r 为粒子间距离, r_c 为粒子作用半径(粒子的作用范围认为是以 r_c 为半径的圆)。核函数 $w(r)$ 的值的大小代表粒子之间相互作用的强弱,粒子间距离越近,核函数 $w(r)$ 的值越大,粒子间相互作用越大;反之,粒子间距离越远,核函数 $w(r)$ 的值越小,粒子间相互作用也就越小,当两粒子间距离超过粒子的作用半径 r_c 时,核函数 $w(r)$ 的值为零。

1.3 粒子数密度

对于不可压缩流体,通过引入粒子数密度 n_i 来保持流体的不可压缩性:

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|r_i - r_j|) \quad (4)$$

式中 r_i 和 r_j 是粒子的坐标矢量。初始化时粒子数密度为 n^0 ,由于粒子数密度 n_i 与流体密度成正比,计算时,在每一时间步通过对粒子数密度的动态调整,来保持粒子数密度为 n^0 不变,就保持了粒子的不可压缩性。

1.4 梯度模型和 Laplace 模型

$$\langle \nabla f \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{f_j - f_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (5)$$

$$\langle \nabla^2 f \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} (f_j - f_i) w(|r_j - r_i|) \quad (6)$$

式中 d 为求解的空间维数, n^0 为初始粒子数密

$$\text{度}, \lambda = \frac{\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) |r_j - r_i|^2}{\sum_{j \neq i} w(r_j - r_i)}$$

1.5 自由表面

由于自由表面外没有粒子,其粒子数密度小于流体内部粒子数密度,因此,凡粒子的粒子数密度满足条件

$$n_i^* < \beta n^0 \quad (7)$$

时,该粒子就被认为是自由表面粒子, β 是一个介于 0.8 与 1 之间的参数,这里取 0.97。

1.6 数值计算过程

MPS 方法采用时间步积分的方法,通过求解运动粒子的每一时间步的物理属性来表征运动流体,其过程为:

首先,对所有粒子初始化,得初始粒子数密度 n^0 ,速度 u_i^0 ,位置 r_i^0 ;

其次,计算在重力和粘滞力作用下的速度估算值 u_i^* 和位移估算值 r_i^* ;求解压力泊松方程得压力值;

再次,计算压力梯度项,并以此对速度和位置进行修正,得下一时间步的速度值 u_i^{n+1} 和位置 r_i^{n+1} 。

2 算例

水滴现象是日常生活中最普遍的物理现象,也一直是验证数值模拟效果的经典算例,文中选取单水滴落入平静水面后,水面波动情况的三维可视化效果的模拟,来验证 MPS 方法的实用性和模拟效果的逼真性。

模拟场景为:平静水面表示为长、宽各 200 个水粒子,共 40000 个实粒子,水滴由水面中间正上方下落至水面,与水面接触后,形成水波并逐渐向外扩散,假设水面无限大,水滴下落方向垂直于水面。

本算例在 VC++6.0 环境下,用 C++ 语言编程计算水粒子每一时间步的运动情况,得水粒子运动过程中各物理量的数据文件,然后将所得的数据文件导入 Tecplot9.0 生成 avi 录像,实现可视化效果。图 1 是模拟效果的几帧截图。

3 结束语

该方法由于是完全 Lagrange 描述,不存在因对流项而形成的数值扩散;同时,采用半隐式的算法,使该方法适用于模拟不可压缩粘性多相流,如:气泡上升和沸腾^[11]、液滴破碎现象^[12]、喷射现象等。

文中主要运用原始的 MPS 方法,通过单水滴落入平静水面后,水面波动情况的三维效果的模拟,旨在将该方法运用于三维效果图的模拟中。由上图实验效果可以看出使用 MPS 方法模拟水动力学问题时,能够得

出较逼真的模拟效果:水面随着时间步的推移,水波保

持圆圈形向外扩散,且波幅逐渐衰减。

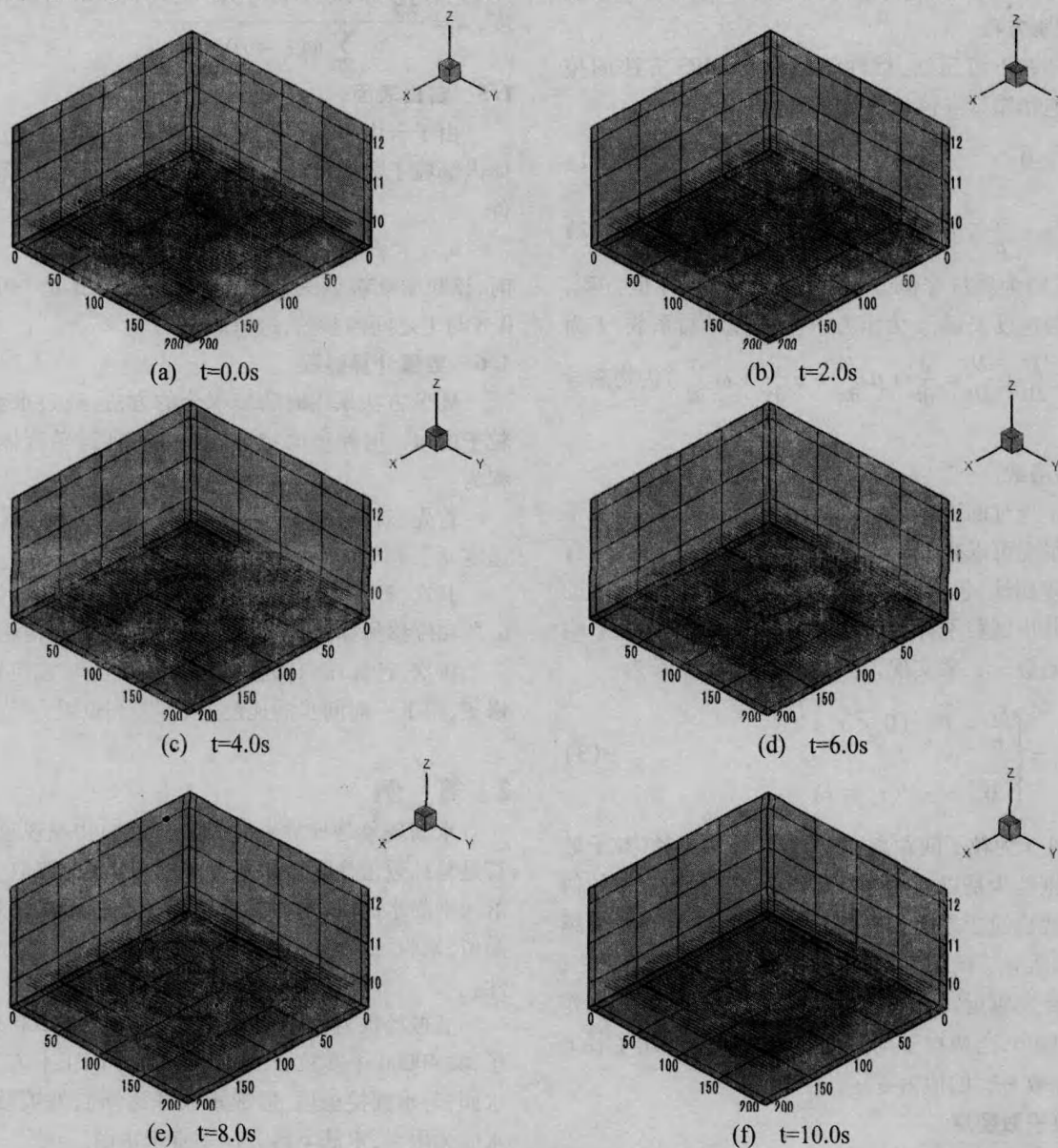


图1 三维单水滴模拟效果图

参考文献:

- [1] 吴子牛. 计算流体力学基本原理[M]. 北京:科学出版社, 2001.
- [2] 任安禄. 不可压缩粘性流场计算方法[M]. 北京:国防工业出版社, 2003.
- [3] 张雄, 刘岩. 无网格法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
- [4] 张妹慧, 汪继文. 求解浅水方程的光滑粒子流体动力学法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2007, 30(7): 888-891.
- [5] 孙中国, 席光, 项利峰. 基于无网格法的水中气泡上升运动数值模拟[J]. 工程热物理论, 2007, 28(5): 772-774.
- [6] 李绍武, 尹振军. 无网格数值方法在结构物水动力研究中的应用[J]. 水科学进展, 2004, 15: 729-744.
- [7] Liu Jie, Koshizuka S, Oka Y. A hybrid particle-mesh method for viscous, incompressible, multiphase flows[J]. Journal of Computational Physics, 2005, 202(1): 65-93.
- [8] Li Shaowu, Yu Zhian, Xiong Zan. Numerical simulation of solitary wave propagation based on MPS method[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2007, 26(3): 121-128.
- [9] Chen J K, Beraun J E. A generalized smoothed particle hydrodynamics method for nonlinear dynamic problems[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2000, 190(1-2): 225-239.
- [10] Lucy L B. Numerical approach to testing the fission hypothesis[J]. Astronomical Journal, 1977, 82: 1013-1024.
- [11] Yoon H Y, Koshizuka S, Oka Y. Direct calculation of bubble growth, departure, and rise in nucleate pool boiling[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2001, 27(2): 277-298.
- [12] Koshizuka S, Oka Y. Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid[J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123(3): 421-434.