

# 基于加窗插值 FFT 和 APFFT 的谐波检测算法

黄凯华,王德明,朱志宇,魏海峰,吴 将

(江苏科技大学 电子信息学院,江苏 镇江 212003)

**摘 要:**研究加窗插值傅里叶变换(加窗插值 FFT)和全相位傅里叶变换(APFFT)在电网谐波分析中的应用。详细分析了频谱泄漏效应对测量精度的影响。通过数值模拟,发现加窗插值 FFT 对信号的幅值和频率的检测精度很高,但对相位的检测还存在着比较大的误差,而 APFFT 具有相位不变性的特征,能精确地提取相位信号。将加窗插值 FFT 用于幅值、频率的检测,将 APFFT 用于相位的检测,通过试验仿真运行表明,以上的分析结果,电网谐波的频率、幅度、相位精度都很高,达到了国家标准。

**关键词:**加窗插值傅里叶变换;全相位傅里叶变换;谐波分析;频谱泄露

**中图分类号:**TP301.6

**文献标识码:**A

**文章编号:**1673-629X(2011)05-0223-04

## Power System Harmonic Detection Algorithm Based on Cosin-Window and Interpolated FFT and APFFT

HUANG Kai-hua, WANG De-ming, ZHU Zhi-yu, WEI Hai-feng, WU Jiang

(Institute of Electronic Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

**Abstract:** Application of the cosin-window and interpolated FFT and APFFT to harmonic analysis of power system is studied, the effect of spectrum leakage to the accuracy of the measurement is discussed. To the numerical analysis, there has high accuracy in the signal amplitude and frequency by using interpolated FFT window, but large error in phase. APFFT has the feature of phase invariance, so APFFT can get the phase exactly. As this reason, using cosin-window and interpolated FFT to detect amplitude and frequency of the signal and using APFFT to detect the phase. Simulation result demonstrates that by using the results above the estimation, accuracy of harmonic frequencies, amplitudes and phases reaches the national standards.

**Key words:** cosin-window and interpolated FFT ; APFFT; harmonic analysis; spectral leakage

## 0 引 言

现如今,大量非线性、强耦合负荷特别是电弧炉等设备在电力系统中广泛应用,电网谐波污染严重恶化,已经影响到用电设备、变电站设备和电力系统载波通讯等设备的正常使用,谐波问题已经与电磁干扰、功率因数降低并列为电力系统中的三大公害。

谐波测量是谐波抑制的主要依据,目前广泛采用 FFT 进行谐波检测,然而 FFT 存在“频谱混叠”和“频谱泄露”现象,算出来的信号参数不准,尤其是相位误差很大,无法满足准确的谐波测量要求。对此国内外

的专家学者提出了很多改良方法。V. K. Jain 等<sup>[1]</sup>提出了插值算法可以消除栅栏效应引起的误差。安徽工业大学的李绍铭<sup>[2]</sup>提出加适合的窗函数能够有效地减少长程谱泄漏效应对谐波分析的影响,通常对窗函数的要求是主瓣窄、旁瓣低、旁瓣跌落速度快。王兆安教授<sup>[3,4]</sup>则提出 APFFT 具有优良的抑制谱泄露的能力,并且具有“相位不变性”,因此能够有效地提取相位信号,得到的相位精度很高。

为进一步提高窗函数的性能,文中主要讨论用加窗插值 FFT 检测信号的幅值和频率以及用 APFFT 检测信号的相位,并以仿真试验加以验证。

## 1 加窗函数

常用的窗函数有矩形窗、三角窗、海宁窗、汉明窗、布莱克曼窗、布莱克曼哈里斯窗,如图 1 所示,不同窗函数的主瓣半宽和旁瓣泄漏的特性比较,Blackman-Harris 窗的旁瓣峰值只有-92dB,截断引起的谱间干扰最小<sup>[5-7]</sup>,在具有相同的时域宽度的各种窗函数中,它

收稿日期:2010-10-10;修回日期:2011-01-11

基金项目:国家自然科学基金(61004025);2010 年江苏省大学生创新计划(120300418);江苏科技大学博士启动基金资助项目(35030909)

作者简介:黄凯华(1985-),男,江苏海门人,硕士研究生,主要研究方向为舰船电力系统;王德明,博士,教授,博士生导师,从事电气工程及其自动化领域的特种电机、电机控制、电力电子与电力传动等方面的研究。

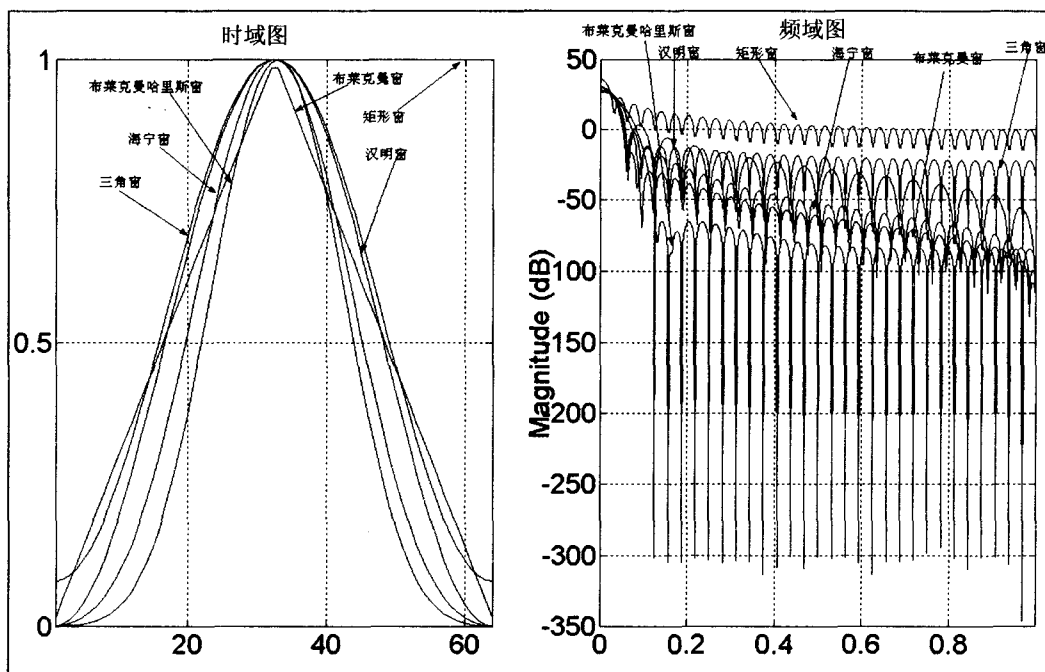


图 1 六种窗函数的特性比较

在整数频率附近的泄漏效应是最低的,具有很高的计算精度,故选取最适合电力系统谐波检测的组合余弦窗—4 项 Blackman-Harris 窗,在 150MHz 主频下,数据处理时间满足谐波实时测量的要求,完全达到了国家标准的规定。

Blackman-Harris 在窗时域表达式为:

$$W_{BH}(t) = (0.35875 - 0.48829\cos w_s + 0.14128\cos 2w_s - 0.01168\cos 3w_s)w(t) \quad (1)$$

其中  $w_s = \frac{2\pi}{T_s}$ ,  $T_s$  为采样窗宽。

$$w(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

四项 Blackman-Harris 窗的傅里叶变换可表示为<sup>[8]</sup>:

$$W(f) = \text{sinc}\left(\frac{4f}{f_0}\right) \left[ 1 + \sum_{l=1}^3 \frac{(-1)^l a_l \left(\frac{4f}{f_0}\right)^2}{\left(\frac{4f}{f_0}\right)^2 - l^2} \right] \quad (3)$$

其中  $a_0 = 1, a_1 = 1.361019, a_2 = 0.393812, a_3 = 0.032725$ 。

## 2 双峰谱线插值算法

设有单一频率信号  $x(t)$ , 频率为  $f_0$ , 幅值为  $A$ , 初相位为  $\theta$ , 经过频率为  $f_s$  的 AD 采样后表达式为<sup>[9]</sup>:

$$f_s \geq 2f_0$$

$$x_n = A \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + \theta\right) \quad (4)$$

则在加窗  $w(n)$  后,信号的傅里叶变换为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned} X(f) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)w(n) \exp(j2\pi fn) \\ &= 0.5j \{ e^{j\theta} w[2\pi(f - f_0)/f_s] - e^{-j\theta} w[2\pi(f + f_0)/f_s] \} \end{aligned} \quad (5)$$

以正频信号为例分析,正频点  $f_0$  附近的连续频谱表达式为:

$$\overline{X(f)} = (A/2j) e^{j\theta} w[2\pi(f - f_0)/f_s] \quad (6)$$

对其进行离散抽样之后,离散傅里叶变换表达式为:

$$\overline{X(k\Delta f)} = (A/2j) e^{j\theta} w[2\pi(k\Delta f - f_0)/f_s] \quad (7)$$

式中  $\Delta f = \frac{1}{NT}$ ,  $N$  为数据的截断长度。

理论上在  $f_0 = k_0\Delta f$  处应该是峰值,但是由于采样很难达到同步,因此  $k_0$  一般不为整数。设  $k_0$  左右两侧的谱线分别为第  $k_1$  和  $k_2$  条谱线,意味着取的这两条谱线应该就是峰值点  $k_0$  附近最大幅值和次最大幅值的谱线<sup>[11-13]</sup>,存在着  $k_1 \leq k_0 \leq k_2$  ( $k_2 = k_1 + 1$ ),令这两条谱线幅值分别是  $\gamma_1 = |X(k_1\Delta f)|, \gamma_2 = |X(k_2\Delta f)|$ 。由于  $0 \leq k_0 - k_1 \leq 1$ ,可以引入一个辅助参数  $a = k_0 - k_1 - 0.5 a \in [-0.5, 0.5]$ , 这样:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} &= \\ \frac{\left| w\left[2\pi \frac{(-a + 0.5)}{N}\right] \right| - \left| w\left[2\pi \frac{(-a - 0.5)}{N}\right] \right|}{\left| w\left[2\pi \frac{(-a + 0.5)}{N}\right] \right| + \left| w\left[2\pi \frac{(-a - 0.5)}{N}\right] \right|} \end{aligned} \quad (8)$$

令  $b = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1}$ , 则(8)式是一个以  $a$  为自变量,  $b$  为

因变量的函数,记为  $b = f(a)$ , 其反函数记为  $a = f^{-1}(b)$ , 采用多项式逼近方法就可以计算出 Blackman-Harris 窗修正频率和幅值的表达式为:

$$f = (k_1(i) - 1 + a + 0.5) * \frac{f_s}{N} \quad (9)$$

$$A = N^{-1}(y_1 + y_2)(3.06539676 + 0.965559979a^2 + 0.163556a^4 + 0.01985a^6) \quad (10)$$

### 3 APFFT 算法

电力系统谐波检测很难实现同步采样和采样数据的整数倍截断。传统 FFT 谱分析直接对采样数据进行截断,会导致严重的频谱泄露效应以及栅栏效应,使检测出来的参数不准。这需要通过选择适当的窗函数来抑制频谱泄露,同时还可以通过插值修正来消除栅栏效应引起的误差,在一定程度上弥补了短范围泄漏造成的误差。

APFFT 谱分析是用长为  $(2N - 1)$  的卷积窗  $w_c$  对中心采样点  $x(0)$  前后的  $(2N - 1)$  个数据进行加权,将间隔为  $N$  的数据两两进行重叠相加,再对重叠相加后的数据进行 FFT<sup>[14]</sup>。具体步骤如下:

- (1) 列出所有包含  $x(0)$  的长度为  $N$  的子数据向量;
- (2) 对所有子数据向量在截断原位置进行周期延拓;
- (3) 在截断的主区间内进行求和,即得 APFFT 处理后的长为  $N$  的数据,全相位输入数据。

以  $N = 4$  为例,等效过程如图 2 所示。

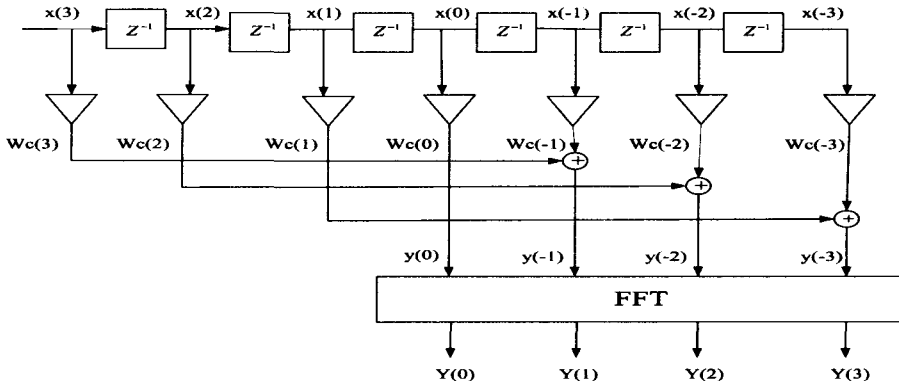


图 2 APFFT 谱分析基本框图 ( $N = 4$ )

图 2 只是全相位 FFT 的一个等效过程,全相位 FFT 是从考虑包含某样点所有循环移位后的数据分段的 FFT 谱而衍生的。对于时间序列中的一点  $x(0)$ ,有且只有  $N$  个包含该点的  $N$  维向量:

$$\begin{aligned} x_0 &= [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T \\ x_1 &= [x(-1), x(0), \dots, x(N-2)]^T \\ &\dots \\ x_{N-1} &= [x(-N+1), x(-N+2), \dots, x(0)]^T \end{aligned} \quad (11)$$

将每个分量进行循环移位,将样本点  $x(0)$  移到首位,则可得到另外的  $N$  个  $N$  维向量:

$$\begin{aligned} x'_0 &= [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T \\ x'_1 &= [x(0), x(1), \dots, x(-1)]^T \\ &\dots \end{aligned} \quad (12)$$

$$x'_{N-1} = [x(0), x(-N+1), \dots, x(-1)]^T$$

将(12)式相加并取平均值,则可得到全相位数据向量:

$$x_{ap} = \frac{1}{N} [Nx(0), (N-1)x(1) + x(-N+1), \dots, x(N-1) + (N-1)x(-1)]^T \quad (13)$$

根据 DFT 移位性质,式(12)的  $x'_i(n)$  的离散傅里叶变换  $X'_i(K)$  和式(11)的  $x_i(n)$  的离散傅里叶变换  $X_i(k)$  之间的关系为:

$$X'_i(k) = X_i(K) e^{j\pi k i} \quad i, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (14)$$

对(14)式进行求和平均即为全相位 FFT 的输出:

$$\begin{aligned} X_{ap}(k) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X'_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i(k) e^{j\pi k i} \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\pi k i} e^{j\frac{2\pi(n-i)\beta}{N}} e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} e^{j\frac{2\pi ki}{N}} \\ &= \frac{e^{j\pi k \beta}}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi(\beta-k)i}{N}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi(\beta-k)n}{N}} \\ &= \frac{e^{j\pi k \beta}}{N^2} \cdot \frac{(e^{j\pi(\beta-k)} - e^{-j\pi(\beta-k)})}{(e^{j\pi(\beta-k)/N} - e^{-j\pi(\beta-k)/N})} \cdot \frac{(e^{-j\pi(\beta-k)} - e^{-j\pi(\beta-k)})}{(e^{-j\pi(\beta-k)/N} - e^{j\pi(\beta-k)/N})} \\ &= \frac{e^{j\pi k \beta}}{N^2} \cdot \frac{\sin^2[\frac{\pi(\beta-k)}{2}]}{\sin^2[\frac{\pi(\beta-k)}{N}]} \end{aligned} \quad (15)$$

### 4 仿真试验分析

为了验证加窗插值算法的可行性以及用 APFFT 检测相位以后的精确性,对如下信号进行谐波分析的仿真。

$$\begin{aligned} x(n) &= 220 \cos(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + 60) + 0.6 \cos(2\pi \frac{2f_0}{f_s} n + 45) + 25 \cos(2\pi \frac{3f_0}{f_s} n + 80) + 0.5 \cos(2\pi \frac{4f_0}{f_s} n + 42) \\ &+ 7 \cos(2\pi \frac{5f_0}{f_s} n + 65) + 0.4 \cos(2\pi \frac{6f_0}{f_s} n + 35) + 4 \cos(2\pi \frac{7f_0}{f_s} n + 120) + 0.3 \cos(2\pi \frac{8f_0}{f_s} n + 134) \\ &+ 2 \cos(2\pi \frac{9f_0}{f_s} n + 62) \end{aligned} \quad (16)$$

上式实验仿真中取基波频率 $f_0$ 为 50.5Hz,采样数据长度  $N$  取 1024 点,根据奈奎斯特采样定律,采样频率必须高于最高频率的 2 倍,则取采样频率  $f_s = 6400\text{Hz}$ ,将实验信号加 Blackman-Harris 窗双峰谱线插值,对于谐波成分的分析选用比较法,首先找出谱线最大的幅值作为第  $i$  次谐波的幅值,然后用逼近公式计算其参数。也就是说,在 35Hz ~ 65Hz 的频率范围内比较幅值,直到找到幅值最大的谱线,然后在已经确定了的最大幅值谱线两边比较出两条次最大的谱线,据此确定  $k_1$  和  $k_2$  及其对应的幅值谱线  $y_1$  和  $y_2$ ,在计算基波和谐波幅值时选择距离频点最近的左右两根谱线,按照(9)、(10)给出的修正公式就可以计算出修正后的幅值和频率。

APFFT 测相位避开了频率估计和频谱校正措施,无需任何附加校正措施,测相精度不受频率估计的影响。两种方法的仿真试验结果由表 1 ~ 表 3 给出。

仿真实验结果表明,在进行谐波分析的时候,加窗

双峰谱线插值算法得到的幅值、频率值误差要比 APFFT 小,而 APFFT 得出的相位精度较高,将这两种算法结合可以有以下两个方面的优势:一是相位的计算,比单纯的加窗插值 FFT 提高了一个数量级的精度,充分体现了 APFFT 的“相位不变性”,检测出来的相位可以作为谐波分析计算的切实根据。二是能够有效地减少频谱泄露以及栅栏效应,即使对于幅值较小的偶次谐波,也能够用这种方法准确地得出其各项参数。

5 结束语

文中在传统的 FFT 算法上做出了改进,针对幅值与频率的精度问题用加窗函数和双峰谱线插值进行修正,针对谐波相位测量误差大的问题,再以 APFFT 来修正相位,有效地提高了相位检测的精度,测量误差在 0.1% 以内,满足国家谐波测量的标准。

表 1 谐波幅值测试数据误差计算结果

	谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
APFFT	测量值	219.8	0.59983	24.979	0.49968	6.9944	0.3997	3.9968	0.29973	1.9983
	相对误差	-0.09%	-0.02%	-0.084%	-0.064%	-0.08%	-0.075%	-0.08%	-0.09%	-0.085%
Blackman harris 窗双峰谱线插值 FFT	测量值	220.0035	0.6000	25.0007	0.5000	7.0003	0.4000	4.0002	0.3000	2.00004
	相对误差	0.0015%	0%	0.0028%	0%	0.0042%	0%	0.005%	0%	0.002%

表 2 谐波频率测试数据误差计算结果

	谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
APFFT	测量值	50.505	100.98	151.5	202	252.5	303	353.5	403.99	454.5
	相对误差	0.01%	0.019%	0	0	0	0	0	0.02%	0
Blackman harris 窗双峰谱线插值 FFT	测量值	50.5	100.997	151.5	202	202.5	303	353.5	404	454.5
	相对误差	0	0.0029%	0	0	0	0	0	0	0

表 3 谐波相位测试数据误差计算结果

	谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
APFFT	测量值	60.0000	45.0004	80.0000	42.0006	65.0000	35.0005	120.0000	143.004	62.0000
	相对误差	0%	0.0008%	0%	0.000142%	0%	0.00142%	0%	0.0029%	0%
Blackman harris 窗双峰谱线插值 FFT	测量值	60.14	45.18	80.42	42.176	65.28	35.142	120.4	134.55	62.125
	相对误差	0.2%	0.4%	0.52%	0.41%	0.43%	0.4%	0.33%	0.4%	0.2%

参考文献:

[1] Jain V K, Collins W L, Davis D C. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT[J]. IEEE Trans. IM, 1979, 28(6):113-122.

[2] 李绍铭,纪 萍,彭玉龙.基于加窗插值 FFT 和动态频率的谐波检测算法[J].自动化与仪器仪表,2009(3):93-95.

[3] 王兆华,黄翔东.基于全相位谱分析的相位测量原理及其应用[J].数据采集与处理,2009,24(6):777-782.

[4] 王兆华,黄翔东,杨 尉.全相位 FFT 相位测量法[J].世界

科技研究与发展,2007,29(4):28-32.

[5] 温 和,滕召胜,卿柏元. Hanning 自卷积窗及其在谐波分析中的应用[J].电工技术学报,2009,24(2):164-169.

[6] 李红伟,王洪诚.基于 TMS320F2812 的电力系统谐波分析装置[J].电力自动化设备,2006(8):89-91.

[7] 祁才君,陈隆道,王小海.应用插值 FFT 算法精确估计电网谐波参数[J].浙江大学学报(工学版),2003,37(1):114-118.

选择具体的路口进行工程检测,通过 1 周的运行,系统的抓拍有效率为 82%,很好地达到了设计目的。实验中采用的硬件平台构成见表 1。

表 1 实验用硬件构成

硬件	型号	硬件	型号
工具	Quartus II	外部 FLASH	16M
芯片	EP1C20F400C	A/D	SAA7113
外部 SRAM	三片 256 * 16bit	D/A	SAA7129
外部 SDRAM	64M	串口	RS232

图 5 是抓拍效果展示图,效果图采用三个,分别抓拍的为车头进入线圈、车头出线圈以及车尾出线圈时的图片,图片很好地抓拍出了整个车辆的运动过程,因此具有很好的检测抓拍效果。

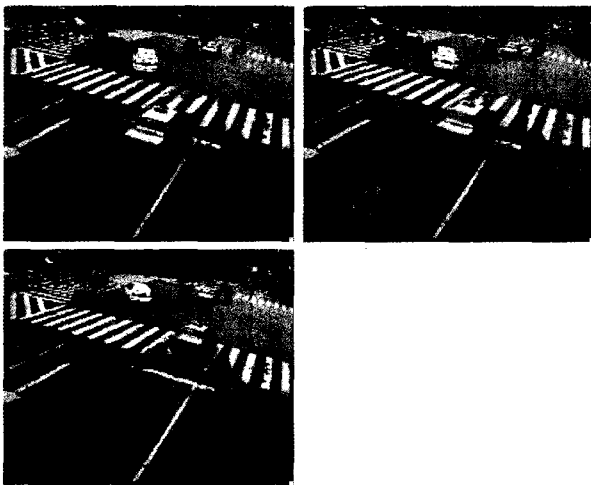


图 5 检测抓拍图

## 6 结束语

实际应用中视频检测技术的问题,如检测算法繁杂,检测硬件平台不能脱离 PC 平台等,结合 SOPC 的优点,提出并实现了一种新的基于 SOPC 视频检测技术,该技术在一个嵌入式硬件实现了通常需要在 PC 平台上完成的功能,因此无论从硬件成本上,还是在性能稳定上面,都有极大的进步。

文中检测算法实现简单,符合实际的工程应用,从现场实验的结果来看,本算法可以很好地实现车辆的检测。

## 参考文献:

- [1] 国家智能交通系统工程研究中心[EB/OL]. 2010-10-06. <http://www.itsc.com.cn>,2.
- [2] Hall T S, Hamblen J O. Using an FPGA processor core and embedded linux for senior design projects[C]// 2007 IEEE international conference on microelectronic systems education. [s. l.]:[s. n.],2007:33-34.
- [3] Altera[EB/OL]. 2010-10-06. <http://www.altera.com>.
- [4] 袁海林. 基于 NIOS II 的高速图像采集系统的设计[J]. 电子器件,2007,30(4):1329-1336.
- [5] 潘松,黄继业,曾毓. SOPC 技术实用教程[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
- [6] 周博,邱卫东,陈燕,等. 挑战 SOC——基于 NIOS 的 SOPC 设计与实践[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [7] Hamblen J O. Using second generation socp boards for student design projects[C]// Proceeding of the 2005 IEEE international conference on microelectronic systems education. [s. l.]:[s. n.],2005:69-70.
- [8] 于慧敏,尤育赛. 基于水平集的多运动目标检测和分割[J]. 浙江大学学报(工学版),2007,41(3):412-417.
- [9] Kumar A P, Kamakoti V, Das S. System-on-programmable-chip implementation for on-line face recognition[J]. Pattern Recognition Letters,2007,28:342-349.
- [10] 丁晓贵,刘桂江. 基于 SOPC 的远程数据采集系统设计[J]. 计算机技术与发展,2010,20(1):229-231.
- [11] 李攀,田泽,蔡叶芳,等. 基于 SOPC 的 PCI 通信接口设计与实现[J]. 计算机技术与发展,2009,19(9):211-214.
- [12] 蔡叶芳,田泽,杨海波,等. 基于 SOPC 的 FC-2 设计与实现[J]. 计算机技术与发展,2009,19(8):224-227.
- [13] 张维旭,贺占庄. 基于 FPGA 的异步 FIFO 设计[J]. 计算机技术与发展,2006,16(7):168-169.

(上接第 226 页)

- [8] 祁才君. 数字信号处理技术的算法分析与应用[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- [9] 刘敏,王克英. 基于加窗双峰谱线插值的高精度 FFT 谐波分析[J]. 电测与仪表,2006,43(3):20-23.
- [10] 张介秋,陈砚圃,梁昌洪. 基于卷积窗的电力系统谐波误差估计与数值模拟[J]. 中国电机工程学报,2004,24(12):34-37.
- [11] 庞浩,李东霞. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(6):50-54.
- [12] 张介秋,梁昌洪,陈砚圃. 基于卷积窗的电力系统谐波理论分析与算法[J]. 中国电机工程学报,2004,24(11):48-52.
- [13] 许珉,刘凌波. 基于三次样条函数的加 Blackman-harris 窗插值 FFT 算法[J]. 电力自动化设备,2009,29(2):59-63.
- [14] 王兆华,黄翔东. 数字信号全相位谱分析与滤波技术[M]. 北京:电子工业出版社,2009.