

几种溃坝问题的 SPH 方法数值模拟

汪继文, 林 昊

(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039;
安徽大学 计算科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

摘 要:光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)法是近二十年来发展起来的一种纯的拉格朗日无网格粒子方法。由于它计算空间导数时不需要使用网格并且具有自适应性质,从而避免了高维拉氏网格法中的网格缠结和扭曲的麻烦,被广泛地应用到了各种领域。通过介绍 SPH 方法并结合浅水波方程,引入处理边界问题常用的虚粒子方法。利用 SPH 方法结合虚粒子的方式讨论了对于溃坝问题中常见的漂浮物和障碍物的模拟,并通过数值实验的方式证明了此方法在模拟复杂流体运动上的可行性,为 SPH 方法的进一步发展和广泛应用奠定了基础。

关键词:光滑粒子流体动力学法(SPH);浅水波方程;虚粒子法

中图分类号:TP391.9

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2011)05-0128-03

The Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Solving Some Dam Break Problems

WANG Ji-wen, LIN Hao

(Ministry of Edu. Key Lab. of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui Univ., Hefei 230039, China;
School of Computer Sci. and Techn., Anhui Univ., Hefei 230039, China)

Abstract: Smoothed Particle Hydrodynamics method is a meshfree, Lagrangian, particle method which develops in the past twenty years. It is to actually evaluate spatial gradients without the use of any grid and has the adaptive nature, thus it doesn't suffer from the problems associated with mesh tangling and distortion. Therefore it has been extensively applied to various areas. Applies the SPH method to the shallow-water equation, and then simulates obstacles, floating objects in dam-break problem through using the method of combining virtual particles. And through the numerical experiment proves the feasibility of this method in simulation of complex fluid motion. It laid the foundation for the further development and wider application of SPH method.

Key words: smoothed particle hydrodynamics method; shallow water equation; virtual particle method

0 引言

随着海洋开发、灾害预防、环境保护等方面发展的需要,浅水波方程的数值求解越来越受到人们的重视,已成为国内外计算数学、计算流体力学的热门课题。因而自然景物中水流运动的模拟成为了一个很有意义的课题。

最早处理自由表面问题的有效方法,是网格类方法,通过追踪网格中布置的标记点来指示流体运动方位,然后定出粒子位置。依据这一原理,为了能够较为准确地计算自由表面位置,标记点的设置除了接近均匀外,每个网格内标记点的密度也不能太小,这样做的结果是使时间复杂度大大增加,计算对硬件要求很高。

近年来,为了改善网格类方法的性能,无网格法得到了迅速发展,受到了国际计算力学界的高度重视,光滑流体动力学方法(SPH)是目前最为流行的一种无网格粒子法。笔者就是利用光滑流体动力学方法对浅水波方程进行数值求解,对水流溃坝这一经典的水流现象进行模拟。

迄今为止,已有不少文献使用 SPH 法通过 Navier-Stokers 方程模拟自由表面问题^[1-3]。文中主要讨论的是溃坝问题中水面漂浮物和障碍物的模拟,将 SPH 法直接应用于 N-S 方程的变形——浅水波方程,模拟了二维溃坝问题,同时引入虚粒子法处理了边界问题,并利用虚粒子的方法来模拟水面漂浮物和障碍物,通过算例证明此方法的可行性。

1 SPH 方法的基本公式和边界处理

1.1 SPH 方法的基本公式

SPH 法的核心思想是将问题域离散化为一系列不

收稿日期:2010-11-13;修回日期:2011-02-28

基金项目:安徽省自然科学基金(090412045)

作者简介:汪继文(1958-),男,安徽宿松人,教授,博士后,博士生导师,研究方向为计算机模拟与仿真;林 昊,硕士研究生,研究方向为计算机模拟与仿真。

需要预定义网格来提供节点连接的粒子集,通过使用光滑函数引进积分表示式。对于场函数 $f(x)$, 其核近似式如下:

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x-x', h) dx' \quad (1)$$

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x-x', h) dx' \quad (2)$$

其中 h 是光滑长度, $W(x-x', h)$ 称为光滑核函数, 或光滑函数。

在 SPH 方法中, 整个系统是由具有独立特性(如质量, 速度, 体积等)的有限粒子表示的。将(1)式写成如下离散化的粒子近似式^[4]:

$$\langle f(x) \rangle = - \sum_{j=1}^N f(x_j) W(x-x_j, h) \Delta V_j \quad (3)$$

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla W(x-x_j, h) \quad (4)$$

其中 $\nabla W(x-x_j, h) = \frac{\partial W(x-x_j, h)}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dx}$, 而

$$\frac{dr}{dx} = \frac{d(|x|/h)}{dx} = \frac{x}{h|x|}, \quad r \text{ 是粒子间的相对距离。此处}$$

$\nabla_i W_{ij}$ 是与粒子 i 相关的, 故在式(4)中存在的负号应取掉。式(3)和(4)说明了粒子 i 处的任一函数值可通过应用光滑函数对其紧致域内所有粒子相对应的函数值进行加权平均近似, 函数的梯度值可通过应用光滑函数的梯度对粒子 i 的支持域内所有粒子函数的加权平均近似。

1.2 浅水波方程的 SPH 离散

水一般视为理想的不可压缩无粘性流体, 采用简化的二维 N-S 方程, 即二维浅水波方程来模拟水流现象。浅水波理论假定水的速度沿深度方向不变, 在假定自由面压力分布为常数, 并忽略表面风切应力、Coriolis 力和内部水平切应力时, 二维浅水波方程写成向量形式可表示为:

$$\frac{DH}{Dt} = -H(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (\text{动量守恒方程}) \quad (5)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -g\left(\frac{\partial H}{\partial x^\alpha}\right) - g(S_0 + S_f) \quad (\text{连续性方程}) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{v} = (u, v)^T$ 是在 \mathbf{X} 方向上的水平速度向量,

H 为水的深度, $\mathbf{X} = (x, y)^T$, $\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ 是速度散度,

$\frac{\partial H}{\partial x^\alpha} = \left(\frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}\right)^T$ 是水深偏导数向量, $(S_0 + S_f) = (S_{0x} + S_{fx}, S_{0y} + S_{fy})^T$ 是源项梯度, α 指代方向, 如 x 方向、 y 方向。

结合(3)、(4)可得到求解浅水波方程的 SPH 近似式:

$$H_i = \sum_{j=1}^N V_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (7)$$

$$(\nabla H)_i = \sum_{j=1}^N V_j \cdot \nabla_i W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (8)$$

$$\frac{Du_i}{Dt} = -g \sum_{j=1}^N V_j \cdot \nabla_i W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$$

$$+ \sum_{j=1}^N V_j \Pi_{ij} \nabla_i W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (9)$$

1.3 虚粒子方法

文中在边界的处理方法上使用的是 Liu 在 2001 年提出的虚粒子固定边界条件的方法^[3], 此方法引入了两种类型的虚粒子^[5-7]。第一种类型的虚粒子设置在固定边界上, 第二种类型的虚粒子分布在边界领域内, 第一类型虚粒子参与最近相邻粒子的搜索过程, 但是不参与函数及其导数粒子近似过程, 仅对靠近边界的实粒子施加反向作用力。这一特性决定了第一类型的虚粒子是一种不参与运算的粒子, 而水面的漂浮物是一种不参与水面流动的物体, 它只随着水面的波动而运动。所以可以利用这一特性将水面上的漂浮物设置成为第一类型的虚粒子, 并不产生对靠近边界的实粒子的反向作用力, 这样这种类型的虚粒子就不参与粒子运动的运算, 仅随着周围粒子的运动而运动。而水面的漂浮物本身就是一种自身随着水面运动而运动的物体, 因此可以通过这一特性来模拟水面的漂浮物。

第二类型虚粒子是一种边界外与邻近边界的实粒子对称处设置一个虚粒子。这种虚粒子具有与其相应的实粒子相同的材料属性, 但速度方向相反, 而且这种虚粒子不足以完全阻止实粒子穿透边界。由于它们是在每个计算步中由对应的实粒子对称产生的, 因此这种虚粒子没有固定的参数。这些虚粒子被引入到实粒子的核粒子近似法中, 但虚粒子的位置和物理变量在模拟过程中保持不变。这种方法守恒性好^[8,9], 能防止粒子非物理性穿透边界。所以结合第一类型虚粒子经常用来处理边界, 其实在水流模拟中, 也可以利用虚粒子的方式来处理障碍物。

2 实验结果

2.1 没有漂浮物的二维溃坝数值模拟

二维溃坝的模拟如下所述:

一个水平的有摩擦的水流, 河床底部摩擦项 $s_f = u^2/C_0^2 R$, $C_0 = 40 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ 在一个 200×200 的矩形区域内, 上游水深 30 米, 下游水深 10 米, 在 $t = 0.0 \text{ s}$ 时, 大坝崩溃, 在历时 60 秒时的模拟结果如图 1 所示。

开始上流发生溃坝, 水流向下倾斜, 并形成了明显的水波, 如图 1 所示, 之后水波开始运动, 同时上流水位发生下降, 下流水位上升, 接着水流碰壁反弹, 由于引入了 Liu 提出的虚粒子方法, 可以明显看到水流反弹的效果, 然后反弹水流已经流回上游, 此时的水面由于河床底部摩擦力的影响已经趋于平静, 同时水深 h

也维持在了 20m 的高度,这和初始的设置相吻合^[10]。

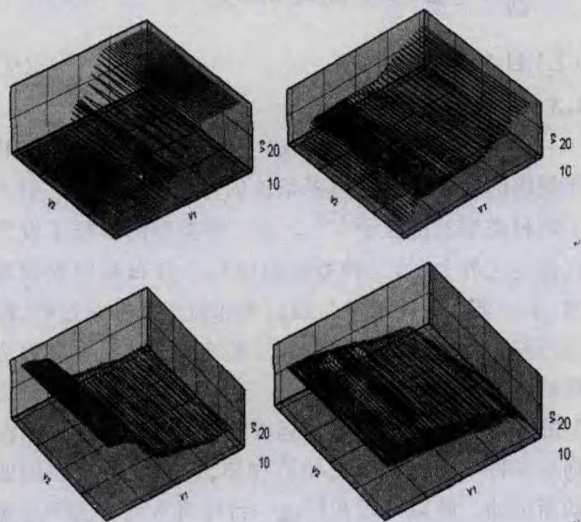


图 1 没有漂浮物的二维溃坝

通过此实验可以看出,利用 SPH 方法结合浅水波方程可以很好地模拟出溃坝实验中的碰撞反射模型。

2.2 通过加入第一类型虚粒子来模拟漂浮物

如下算例所示:一个水平的有摩擦的水流河床底部摩擦项 $s_f = u^2/C_0^2 R$, $C_0 = 40m^{1/2}/s$ 在一个 200×200 的矩形区域内,上游水深 30 米,下游水深 10 米,将下游的区域 (140,90) 到 (140,110), 和 (160,90) 到 (160,110) 上所有粒子设置为第一类型的虚粒子,这种类型的虚粒子不参与核函数及其导函数与周围粒子的运算,为了让观察明显,将水深设置为 50 米,产生类似于漂浮物的效果,实验结果如图 2 所示。

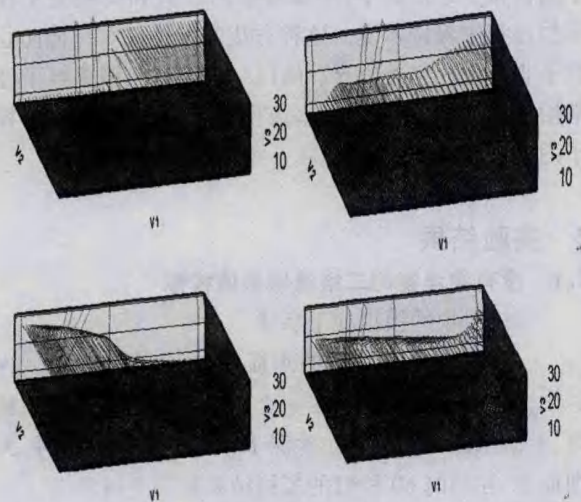


图 2 有漂浮物的二维溃坝

通过上述实验,当水波碰壁反弹,这时漂浮物随着水波运动,并不会因为其他漂浮物的相对位置较高而使粒子参与计算。接着随着时间推移,下游水位下降,同时可以看出,漂浮物也随着水位的下降而下降。最后水面运动趋于平缓,漂浮物依然处于原来初始的位

置。

这个实验可以很好地说明将一个区域内的粒子设置成为第一类型虚粒子并不产生对靠近边界的实粒子的反向作用力,这样这种类型的虚粒子就不参与粒子运动的运算,仅随着周围粒子的运动而运动,从而使得这个区域的粒子产生像漂浮物的效果。

2.3 通过加入第一和第二类型虚粒子的方式模拟障碍物

Liu 提出的虚粒子固定边界条件的方法^[11]其实是一种对边界处理的很好方法,可以利用这种方法来模拟障碍物,模拟实验如下所示:

对于文中 2.1 中建立的模型,在中间 $x = 100m$ 处,建立障碍物,使得流体只从中间部分流到下游,其中上游粒子数为 5000,下游粒子数为 2450,在 (100,0) 到 (100,80) 和 (100,120) 到 (100,200) 的地方先设置好第一类型的虚粒子,由于粒子是由上游向下游运动,所以在障碍物的左边粒子的右边设置了一些镜像粒子 (即第二类型虚粒子),这种方法可以很好防止粒子非物理性穿透边界,从而达到障碍物的效果。而这些虚粒子都不参与最后数据的显示,实验结果如图 3 所示。

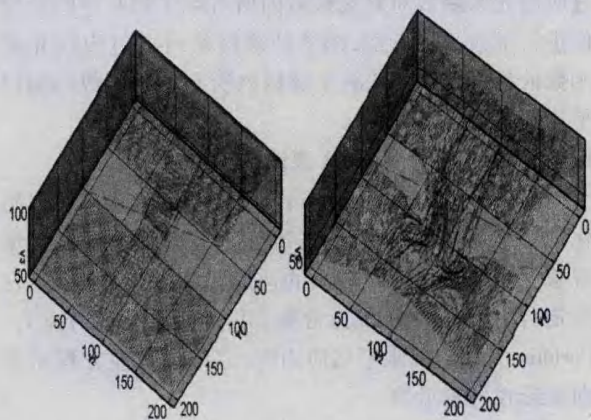


图 3 有障碍物的溃坝模拟

通过图 3 可以看出,水流在缺口处流动,上游水位开始下降,同时受到了壁面障碍物的影响,下游开始形成涡流,下游的水位也开始上升,然后下游的漩涡已经变的更加明显,但是由于虚粒子的原因,障碍物的形状保存的依然很好,通过这个实验可以比较明显看出通过虚粒子可以有效防止粒子非物理性穿透边界^[12],从而起到了模拟障碍物的作用。

3 结束语

通过 SPH 方法结合浅水波,对经典的溃坝问题进行了模拟实验,全面考虑了初始条件、壁面边界和自由表面条件的设置。同时,引入 Liu 提出的虚粒子方法,结合第一类型虚粒子的方式对水面漂浮物进行模拟,

(下转第 138 页)

很容易做成硬件,如 RC4 就有硬件的实现^[12];认证用的 Hash 函数,就更容易做成硬件了。认证用的 MAC 段是与程序数据段和代码段构造的一种映射关系的附加段,并没有打乱原有的应用程序的结构。所以,文中提到的 CPU 私化是在不改变原有的体系结构的基础上,在其中加入加密解密认证模块来实现的,是可行的。

当然这样的设计也不能解决所有的安全问题,这跟 CPU 私化的目的有关,CPU 私化的目的就是在计算机内部构件一个硬件或软件的安全模型,保证计算机内部的安全,而非与外界隔离。计算机内部的所有合法程序都认为是可信的,外来程序都是非法的,都不能获得 CPU 的执行。这就决定了,如果内部程序设计缺陷同样可能招致一些攻击(如溢出攻击等)。而在计算机对外部提供服务时,也同样不能阻止来自外部的 DOS 攻击。此外,内存模型中增加 MAC 段,同样造成了一定程度的内存消耗,但换来的是数据的安全性,是值得的。

5 结束语

提出使用流加密来实现 CPU 的私化,在计算机内部构建一个安全可信的机制,为 CPU 提供一个私有的可信的运行环境。这样的 CPU 私化能防范恶意的逆向工程,病毒程序的恶意攻击;同时,通过 Hash 认证来阻止攻击者对应用程序的恶意修改,保证了数据的完整性。随着计算机对安全性的要求越来越高,特别是在嵌入式在一些关键领域的大量运用,CPU 的私化必将有更长远的发展。

(上接第 130 页)

并利用虚粒子对障碍物进行模拟。然而实际中的水流运动是很复杂的,特别是存在障碍物的情况。如何使复杂水流动画的模拟更加逼真,是未来研究的主要方向。

参考文献:

- [1] 洪永松,杨明浩,刘文兆,等. 基于 SPH 的中国水墨画风格烟气动画系统[J]. 系统仿真学报,2009,21(18):5770-5774.
- [2] 李大鸣,陈海舟,张建伟,等. 基于 SPH 法的二维矩形液舱晃荡研究[J]. 计算力学学报,2010,37(2):369-374.
- [3] 李同飞,刘瑛琦,张晨明,等. 基于光滑质点流体动力学方法数值波浪水槽研究[J]. 海洋工程,2009,127(11):96-100.
- [4] 张锁春. 光滑质点流体动力学(SPH)方法(综述)[J]. 计算物理,1996,13(4):385-397.
- [5] Liu G R, Liu M B. Smoothed Particle Hydrodynamic a mesh-

参考文献:

- [1] Best R M. Preventing Software Privacy with Crypto-Microprocessors[C] // IEEE Spring COMPCON 80. San Francisco, California: [s. n.], 1980:466-469.
- [2] Takahashi, Heer D N. Secure memory management unit for microprocessor[P]. U. S. Patent. US5825878, 1998.
- [3] Kuhn M G. Cipher Instruction Search Attack on the Bus-Encryption Security Microcontroller DS5002FP[J]. IEEE Transaction on Computer, 1998, 47:1153-1157.
- [4] Lie D, Thekkath C, Mitchell M, et al. Architectural support for copy and tamper resistant software [C] // International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems. [s. l.]: [s. n.], 2000:168-177.
- [5] 夏冰,白永红,郑秋生. 一种基于嵌入式系统的安全处理器研究与实现[J]. 中原工学院学报,2009(4):20-22.
- [6] 韩林,韩军,曾晓洋. 一种专用指令集安全处理器的架构设计与实现[J]. 小型微型计算机系统,2009(4):746-751.
- [7] 段云所,魏仕民,唐礼勇. 信息安全概论[M]. 北京:高等教育出版社,2003.
- [8] 邢书宝,李刚,薛惠锋. 一次一密加密系统设计与实现[J]. 计算机技术与发展,2007,17(3):150-152.
- [9] Schneier B. 应用密码学[M]. 吴世忠,等译. 北京:机械工业出版社,2000.
- [10] 肖皇培,张国基. 基于 Hash 函数的报文鉴别方法[J]. 计算机工程,2007(6):101-103.
- [11] 俞甲子,石凡,潘爱民. 程序员的自我修养:链接、装载与库[M]. 北京:电子工业出版社,2009.
- [12] 杨梅,张耀文. RC4 流密码原理与硬件实现[J]. 信息通信,2009(6):40-43.

free particle method[M]. [s. l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003.

- [6] Liu M B, Liu G R, Lam K Y. Numerical simulation of incompressible flows by SPH[C] // International Conference on Scientific & Engineering Computing. Beijing: [s. n.], 2001.
- [7] Liu M B, Liu G R, Lam K Y. Investigations into water mitigations using a meshless Particle method [J]. Shock Waves, 2002, 12(3):181-195.
- [8] 陈前华,邓建松,陈发来. 滴水涟漪的计算机动画模拟[J]. 计算机研究与发展,2001,38(5):524-528.
- [9] 李付鹏,汪继文. 一种复合型数值方法的改进与算法实现[J]. 微机发展,2003,13(12):122-124.
- [10] 张姝慧,汪继文. 求解浅水波方程的光滑粒子流体动力学法[D]. 合肥:安徽大学计算机科学与技术学院,2007.
- [11] Liu G R, Liu M B. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 韩旭,杨刚,强洪夫译. 长沙:湖南大学出版社,2005.
- [12] 张飞,汪继文. 一维溃坝问题的间断 Galerkin 方法[J]. 安徽大学学报(自然科学版),2005,29(2):5-8.