

基于多尺度稀疏 LSSVM 的时间序列预测

肖 强

(国核电力规划设计研究院, 北京 100094)

摘 要:最小二乘支持向量机在提高了支持向量机的运算速度的同时,失去了解的稀疏性。构造的多尺度稀疏最小二乘支持向量机,首先通过小波包分解对于数据进行多尺度描述,同时采用最小二乘支持向量机的学习算法获得数据之间的尺度相关性,可以实现解的稀疏性和可解释性,从而实现了系统的多尺度分解、子系统建模与合成的一体化。通过在时间序列预测上的应用可以发现,此模型在获得稀疏解的同时,极大地提高了系统的性能。而且,可以获得输出结果在不同尺度上的贡献度,增加了系统的可解释性。

关键词:多尺度稀疏最小二乘支持向量机;小波包分解;最小二乘支持向量机;金融时间序列;时间序列预测

中图分类号:TP31

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2011)03-0117-04

Multi-Scale Least Squares Support Vector Machine for Time Series Forecasting

XIAO Qiang

(State Nuclear Electric Power Planning Design & Research Institute, Beijing 100094, China)

Abstract: Least squares support vector machine achieves faster speed at the cost of losing the sparseness. A new method, called multi-scale sparse least squares support vector machine, was proposed to obtain the sparseness and interpretability. It was the very core of this method that the multi-scale decomposition, modeling for the sub-systems and the integration is achieved adaptively. The multi-scale decomposition for the original data was obtained by wavelet packet and the correlations among these scales are obtained by the way of learning using multi-scale sparse least square support vector machine. Experiments in time series prediction demonstrate that multi-scale sparse least squares support vector machine can achieve excellent performance and sparseness at one time. In addition, the effect of different scales for the output can be achieved. It improves the interpretability and gives another way for model evaluation.

Key words: multi-scale least squares support vector machine; wavelet package decomposition; least squares support vector machine; financial time series; time series prediction

1 概 述

最小二乘支持向量机^[1]是标准支持向量机^[2]的一种改进形式。最小二乘支持向量机(Least squares support vector machine, LSSVM)选择平方损失函数取代支持向量机(Support vector machines, SVM)采用的不敏感损失函数,从而可以使用等式约束取代 SVM 所需求解的优化问题中采用的不等式约束条件,这使得 LSSVM 的优化等价于求解线性方程组,从而极大地改善了 SVM 运算速度慢这一瓶颈。这同时使得 LSSVM 具有运算简单、收敛速度快、精度高的突出特点,特别是在大数据量的情况下具有很大的优势。但是, LSSVM 这一优势的获得是以失去了 SVM 所具有的解的

稀疏性这一优良特征为代价的。对于机器学习方法而言,其推广性能的高低与容量密切相关,容量控制是改善学习机器性能的有效途径。对于 SVM 而言,最小化构成决策超平面的基函数的数目,是其有效地克服维数灾难、提高推广性能的关键因素。如何使得 LSSVM 的决策函数能够采用稀疏解描述近来吸引很多学者进行了大量的研究。Pruting 方法^[3]通过删除对于预测结果影响较小的样本,也就是将低于某一阈值的拉格朗日系数置零,从而实现结果的稀疏性。另一种方法^[4]通过定义的指标删除核矩阵的一些列,实现稀疏解。文献[5]提出一种新的稀疏复合分类器,基于修正的最近邻规则缩减剩余子集的方法识别支持向量。这些研究成果大多以提高 LSSVM 的运算速度为出发点,在获得稀疏解的同时,都丢失了大量的信息,从而不同程度地损害了方法的性能,又增加了方法的复杂程度。

机器学习的对象是大量的数据。数据的描述方式

收稿日期:2010-08-16;修回日期:2010-11-20

基金项目:国核院科研业务专项基金项目(#100-KY2010-FZ-E001)

作者简介:肖 强(1980-),男,山东济南人,研究生,工程师,研究方向为人工智能、工程概预算经济分析。

对于 SVM 等机器学习方法的性能具有重要的影响。研究结果显示,现实世界的大量系统具有非周期的多尺度耦合特性^[6-8],这也是目前常用的方法难以有效的把握这类复杂系统的动力学特征的根本原因。文中提出的多尺度稀疏最小二乘支持向量机方法(以下简称:多尺度稀疏 LSSVM)采用小波包分解对于数据进行多尺度描述,进行系统的解耦,降低问题的复杂程度,采用改进的 LSSVM 进行建模,以提高机器学习的性能,同时获得稀疏和可解释的结果。

2 LSSVM 的回归估计算法简介

给定一样本集 $G = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$, 其中, x_i 是输入向量, y_i 是期望输出值, n 是数据点总数。采用 LSSVM 的优化问题可以描述为:

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2}(w^T w) + \frac{1}{2}\gamma \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (1)$$

约束条件为:

$$y_i = w^T \varphi(x_i) + b + e_i, i = 1, \dots, n \quad (2)$$

上式中, $\varphi(x_i)$ 为输入空间到特征空间的非线性映射, w 为权向量, γ 为可调参数,称之为正则化因子。

根据以上优化函数,可以定义如下拉格朗日函数:

$$L(w, b, e, \alpha) = J(w, e) - \sum_{i=1}^n \alpha_i \{w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i\} \quad (3)$$

其中, α_i 为拉格朗日乘子。

将拉格朗日函数分别对各参数求偏微分导数并带入式(2)(具体推导见文献[1]),得到如下方程:

$$y_i = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \alpha_{j,k} k(x_{i,k}, x_{j,k}) + b + \sum_{k=1}^m \alpha_{j,k} / \gamma \quad (4)$$

综合方程, LSSVM 只需求解如下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & I_n^T \\ I_n & K + \frac{I}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (5)$$

上式中, $I_n = [1, \dots, 1]$, $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]$, $y = [y_1, \dots, y_n]$, $K(x_i, x_k) = \varphi(x_i)^T \varphi(x_k)$ 。

其中, K 称为核函数。SVM 通过非线性映射将 n 个线性不可分的样本向量从原空间映射到线性可分的高维空间,并在其中建立一个由支持向量确定的最优分类超平面。核函数的引入,代替了非线性映射 $\varphi(x)$ 间的复杂运算,使运算成为可能。

基于 LSSVM 的函数估计式为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i k(x_i, x) + b \quad (6)$$

3 数据的多尺度描述

多尺度分析的基本思想是对函数空间的正交剖

分。对于任意函数 $f(t)$, 可以将其正交分解为细节部分和大尺度逼近部分,在将大尺度逼近部分进一步分解,便可得到任意尺度上的逼近部分和细节部分。随着尺度的变化,可以在不同尺度上对目标进行不同精度的观察,这就是多尺度分析的思想。

将 $f(t)$ 进行 m 层的正交分解得到:

$$f(t) = f_0(t) + g_0(t) + \dots + g_{m-1}(t) \quad (7)$$

上式中, $f_0(t)$ 为函数 $f(t)$ 向尺度空间 V_m 投影后得到的 m 尺度下的概貌信号,则:

$$f_0(t) = \sum_k c_{m,k} \varphi_{m,k}(t), k \in Z \quad (8)$$

其中 $\varphi_{m,k}(t)$ 称为尺度函数, $c_{m,k} = \langle f(t), \varphi_{m,k}(t) \rangle$ 称为尺度系数。

若将函数 $f(t)$ 向不同尺度的小波空间 W_j 投影,则得到不同尺度下的细节信号:

$$g_j(t) = \sum_k d_{j,k} \varphi_{j,k}(t), k \in Z, j = 1, \dots, m-1 \quad (9)$$

其中, $\varphi_{m,k}(t)$ 称为小波函数, $d_{j,k} = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle$ 称为小波系数。

与之不同的是,小波包分解将多尺度逼近部分与细节部分同时进行分解,故其可以看作是多尺度分析的扩展。关于小波理论及其应用研究参见文献[7~9],在此不再详述。

采用小波进行数据描述,不妨设 x 代表尺度系数和小波系数, F 代表相应的尺度函数和小波函数, u 为输入变量,则有以下式成立:

$$x_{i,k} = F_k \circ u_i, i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m \quad (10)$$

设 SVM 采用高斯核函数,则:

$$K(u_i, u_j) = \exp(-\|u_i - u_j\|^2 / \sigma^2) \quad (11)$$

显然,采用数据描述后的 SVM 方法相当于未采用该描述方式时采用如下的核函数:

$$\begin{aligned} K(x_i, x_j) &= \exp(-\|u_i - u_j\|^2 / \sigma^2) \\ &= \exp(-\|F \circ x_i - F \circ x_j\|^2 / \sigma^2) \end{aligned} \quad (12)$$

SVM 方法将数据描述的不同尺度信息在二范数计算中进行了平均,削弱了小波包分解方法的优势。

4 多尺度稀疏最小二乘支持向量机

给定一个采用多尺度数据描述的样本集 $G = \{(x_{i,k}, y_i)\}_{i=1}^n$, 其中, $x_{i,k}$ 是原始输入的多尺度描述, y_i 是期望输出值, n 是数据点总数。文中构造的基于基描述的 LSSVM 模型的回归估计形式可以描述为如下的正则化形式:

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2}(w^T w) + \frac{1}{2}\gamma \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (13)$$

引入如下的 mn 个约束条件 $y_i = w^T(k) \varphi(x_{i,k}) + b + e_i, i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m$

根据以上优化函数,则可以定义如下拉格朗日函

数:

$$L(w, b, e, \alpha) = J(w, e) - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \alpha_{i,k} \{w^T(k) \varphi(x_{i,k}) + b + e_i - y_i\} \quad (15)$$

其中,系数 $\alpha_{i,k}$ 为在尺度 k 下样本 i 的拉格朗日系数。将拉格朗日函数分别对各参数求偏导数,得:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \Rightarrow w = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \alpha_{i,k} \varphi(x_{i,k}) \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \alpha_{i,k} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_k} = 0 \Rightarrow e_i = \sum_{k=1}^m \alpha_{i,k} / \gamma \quad (18)$$

将式(16)、(18)代入式(14),得:

$$y_i = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \alpha_{j,k} k(x_{i,k}, x_{j,k}) + b + \sum_{k=1}^m \alpha_{j,k} / \gamma \quad (19)$$

从上式可以发现,初始的 mn 个约束条件在对偶形式下只剩下 n 个。上式也可以写作线性方程组的形式:

$$\begin{bmatrix} 0 & I_n^T & \cdots & I_n^T \\ I_n & K_1 & \cdots & K_m \end{bmatrix}_{(n+1) \times (mn+1)} \begin{bmatrix} b \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{bmatrix}_{(mn+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

上式中, $I_n = [1, \cdots, 1]$, $\alpha_d = [\alpha_{1,d}, \cdots, \alpha_{n,d}]$, $d = 1, \cdots, m$

$$K_d = \begin{bmatrix} k(x_{1,d}, x_{1,d}) + \frac{1}{\gamma_1} & \cdots & k(x_{1,d}, x_{n,d}) \\ \vdots & & \vdots \\ k(x_{n,d}, x_{1,d}) & \cdots & k(x_{n,d}, x_{n,d}) + \frac{1}{\gamma_n} \end{bmatrix}$$

将式(20)与标准 LSSVM 的优化形式(5)进行比较不难发现,多尺度最小二乘支持向量机中,核矩阵为 $n \times (mn)$ 维形式,求解该非满秩方程组可以得到不多于 n 个的非零解。该方程组的解不唯一,正是由于约束条件的冗余,导致数据描述信息的冗余,使得对于输出的描述可以有多种不同的方式,从而增加了模型对于问题描述方式的自由度。显然可以取最多零解作为该优化问题的稀疏解。另一种较为简便的求解方式是采用 basis pursuit 方法^[10],其相当于求解一个线性规划问题。

相应的多尺度 LSSVM 的估计式可以整理成输出函数在不同尺度下的线性组合的形式:

$$f(x) = \sum_{k=1}^m f_k(x) + b = \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^{n_0} \alpha_{i,k} k(x_{i,k}, x_k) \right) + b \quad (21)$$

该表达式进一步揭示了多尺度稀疏 LSSVM 的实质,也就是对于信号在不同尺度上分解与综合的有机

统一。通过计算 $f_k(x)$ 可以得到不同尺度对于输出结果的贡献程度,使得 LSSVM 不再是仅能给出结果的‘黑箱’机器,使得应用者能够从输入变量的贡献程度这一角度对于所研究的问题有进一步的理解,并且通过对于 $f_k(x)$ 的可视化描述,可以克服常用的指标描述方式的缺陷,根据由于需要评价模型的优劣,选择分解的层次。分类问题可以类推,此处省略。

5 基于多尺度稀疏 LSSVM 时间序列预测

本实验采用如下指标:方向对称性指标(DS),绝对均值误差指标(MAE),均值平方误差指标(MSE)。其中,DS 指标表示对于信号趋势的预测正确率,MSE 和 MAE 则表示预测值与实际值的误差。以上指标定义如下:

$$DS = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (22)$$

其中, $R_i =$

$$\begin{cases} 0, (Y(i) - A(i)) * (Y(i-1) - A(i-1)) < 0 \\ 1, (Y(i) - A(i)) * (Y(i-1) - A(i-1)) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |A(i) - Y(i)| \times 100\% \\ e_{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A(i) - Y(i))^2 \times 100\% \end{cases} \quad (23)$$

其中, $A(i)$ 表示收盘价真实值, $Y(i)$ 表示系统预测值, n 为样本数。

另外,SV 表示支持向量在整个样本中所占的比例。

由于多尺度稀疏 LSSVM 采用小波包分解对原始数据进行多层分解,小波基函数的选择是一个重要的问题,文中采用 Harr 小波作为小波基函数。面向时间序列的小波分解方法的细节参见文献[11]。

5.1 HENON 混沌时间序列

Henon 混沌时间序列由下式产生:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - 1.4x_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = 0.3x_n \end{cases} \quad (24)$$

选择 226 个样本数据,其中前 116 个数据作为训练样本,后 110 个数据作为测试样本,并将输入数据进行归一化处理。

表 1 与表 2 显示了分别采用 LSSVM 和多尺度稀疏 LSSVM 进行多步预测的各项指标的情况。可见,多尺度稀疏 LSSVM 在获得稀疏结果的同时,极大地提高了预测的精度,其结果明显优于文献[12]采用支持向量机进行预测的结果。同时,多尺度稀疏 LSSVM 可以通过增加输入维度,不断提高预测结果,而标准 LSSVM 则容易陷入维数灾难。该性能使得诸如时间序列

中长期预测等成为可能。

表 1 采用 LSSVM 进行多步预测的实验结果

步长	MAE	MSE	DS (%)
1 步	0.0583	0.0072	1
3 步	0.1364	0.0281	90.83
6 步	0.3338	0.1508	86.24

表 2 采用多尺度稀疏 LSSVM 进行多步预测的实验结果

步长	MAE	MSE	DS (%)	SV (%)
1 步	1.5042×10^{-7}	3.4678×10^{-13}	1	16.37
3 步	2.0408×10^{-6}	1.4709×10^{-11}	1	24.13
6 步	0.2097	0.1053	97.75	34.48

5.2 金融时间序列

选择上海期货交易所 (www.shfe.com.cn) 的三月铜期货 2003 年 1 月起 226 个交易日的每日收盘价。其中前 116 个数据作为训练样本,后 110 个数据作为测试样本,并将输入数据进行归一化处理。

随着尺度的增加,多尺度稀疏 LSSVM 的复杂度同时增大,是否会出现对于学习样本的过度拟和,而降低系统的推广性成为首要问题。文献[2]通过实验结果分析,显示了标准 SVM 的回归算法中参数可以有效地控制数据逼近程度与逼近函数复杂性之间的折中。LSSVM 以平方误差损失函数取代了 ε 不敏感损失函数,使得其对于数据逼近程度与逼近函数复杂性之间的折中的控制能力下降,只有正则化参数 γ 在一定程度上可以起到调节作用。表 3 和表 5 分别为采用 4 层小波包分解,输入维数为 16 时 LSSVM 和多尺度稀疏 LSSVM 进行一步预测的实验结果。表 4 和表 6 分别为两种方法在正则化因子 γ 变化时测试样本的预测结果。

表 3 输入维数为 16 时 LSSVM 预测结果

预测结果	MAE	MSE	DS (%)
训练样本	7.37×10^{-12}	8.9849×10^{-23}	93.91
测试样本	0.10468	150.74	64.22

表 4 正则化因子 γ 变化时 LSSVM 的预测结果

γ	MAE	MSE	DS (%)
2	0.14845	161.35	56.52
2^{10}	0.10915	162.79	60.81
2^{100}	0.10884	161.35	64.35

表 5 输入维数为 16 时多尺度稀疏 LSSVM 预测结果

预测结果	MAE	MSE	DS (%)
训练样本	0.3427×10^{-4}	0.2294×10^{-4}	93.04
测试样本	5.038×10^{-3}	0.3947	96.33

表 6 正则化因子 γ 变化时多尺度稀疏 LSSVM 的预测结果

γ	MAE	MSE	DS (%)
2	0.22741	563.37	60.55
2^{10}	63.1068×10^{-4}	0.57874	96.33
2^{100}	69.8701×10^{-4}	1.1264	95.41

由上述各表可以明显看到 LSSVM 出现了过拟和现象,多尺度稀疏 LSSVM 显示出良好的推广性能,并且参数 γ 对于数据逼近程度与逼近函数复杂性控制能力明显优于前者。

6 结束语

文中通过小波变换对于数据进行多尺度描述,采用 LSSVM 进行尺度相关性的自适应寻优,构造了具有稀疏解形式和可以在不同尺度下对于输出结果进行解释的 LSSVM 形式,称之为多尺度稀疏最小二乘支持向量机。文中采用了期货收盘价时间序列、混沌时间序列进行检验可以发现,多尺度稀疏 LSSVM 有效地实现了系统的多尺度分解与合成,极大地提高了系统的性能。同时,该方法在高维输入的情况下能够有效地控制模型复杂度和推广性能的关系,在模型复杂程度不断增加的情况下,能够不断提高系统的推广性能,而标准 LSSVM 则难以实现。该性能更加有效地利用系统先验信息,通过增加分解层次进一步提高系统的性能成为可能。

下一步工作包括采用分形和混沌理论对于模型的机理和评价方式的研究、模型的可解释性研究以及采用该方法进行时间序列的中长期预测以及系统辨识的应用研究。

参考文献:

[1] Suykens J A K, Wandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural Processing Letter, 1999 (9): 293-300.

[2] Vapnik V. The nature of statistic learning theory [M]. New York: Springer, 1995: 121-132.

[3] Suykens J A K, Lukas L, Wandewalle J. Sparse approximation using least squares support vector machines [C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2000). [s. l.]: [s. n.], 2000: 757-760.

[4] Jozsef V, Gabor H. A sparse least squares support vector machine classifier [C]//Proceedings of IEEE International Joint Conference on Neural Networks. [s. l.]: [s. n.], 2004: 543-548.

[5] de Carvalho B P R, Lacerda W S, Braga A P. RRS+LS-SVM:

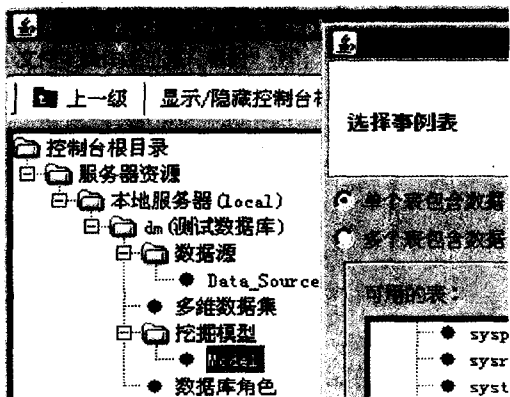


图 4 配置数据源和挖掘模型

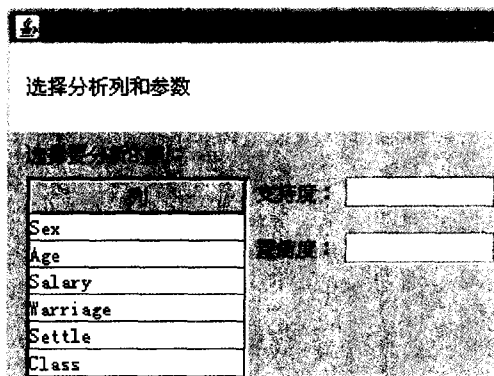


图 5 设置数据挖掘算法参数

(3) 数据挖掘操作的执行结果如图 6 所示, 此例中程序输出分析得出关联规则挖掘结果, 由于篇幅有限, 决策树和线性回归分析结果此处不再罗列。

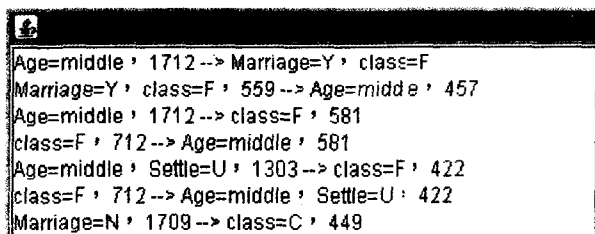


图 6 挖掘过程执行结果

3 结束语

文中提出了一种具有平台无关性和应用推广性的数据挖掘算法包的原型系统解决方案, 以期满足目前

国内中小企业迫切需求的数据挖掘工具的应用需求。它采用目前通用的 JAVA 语言开发环境, 融合标准的数据库文件模式, 以开源并且插件化的方式来构建企业信息管理与决策所需的数据挖掘工具, 其目的是希望能够促进目前国内各类中小企业用户快速便捷地构建符合其业务信息处理需求特点的数据挖掘应用模块/子系统。然而鉴于该原型系统在数据挖掘过程的可视化方面的研究与应用仍处于起步阶段, 因此在中小企业中发挥其实际效用还需将工作进一步深化。

参考文献:

- [1] 许燕. OLE DB for DM 规范与 DMX 语言分析及应用[J]. 电脑知识与技术, 2009, 5(17): 4368-4370.
- [2] Rygielski C, Wang J C, Yen D C. Data Mining Techniques for Customer Relationship Management[J]. Technology in Society, 2002(24): 483-502.
- [3] 王洪立, 吴继娟. 基于 SQL Server 2000 下数据挖掘算法的研究[J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(3): 759-761.
- [4] 汪加才, 江效尧, 朱艺华. 新一代数据挖掘语言分析及应用[J]. 计算机应用研究, 2004(9): 102-106.
- [5] TANG Zhao-hui, MacLennan J. Data Mining with SQL Server 2005[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [6] 叶加青. Spring 框架技术的应用[J]. 计算机时代, 2009(10): 54-55.
- [7] 薄奇, 许林英. Spring 框架中 IoC 的实现[J]. 微处理机, 2008, 29(1): 147-149.
- [8] 刘华婷, 郭仁祥, 姜浩. 关联规则挖掘 Apriori 算法的研究与改进[J]. 计算机应用与软件, 2009, 26(1): 146-149.
- [9] ZHANG Min-cong, YAN Cun-liang, ZHU Kai-yu. A New Hybrid Algorithm for Association Rule Mining[J]. Journal of Donghua University, 2007, 24(5): 598-603.
- [10] 刘佳, 王新伟. 一种改进的 C4.5 算法及实验分析[J]. 计算机应用与软件, 2008, 25(12): 260-262.
- [11] Fang Yong, Qi FeiHu. A new decision tree learning algorithm[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2005, 12(6): 684-689.
- [12] 华德宏, 刘刚, 兰家隆. 一种改进的一元线性回归算法[J]. 现代电子技术, 2006, 29(7): 63-65.

(上接第 120 页)

- a new strategy for a priori sample selection[J]. Neural Computing and Applications, 2007, 16(3): 227-234.
- [6] 张中华, 丁华福. 基于混沌神经网络的股票分析及其预测[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(3): 185-188.
- [7] 汤洋, 唐典章. 计算机基于时间序列的股价形态分析研究[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(10): 1-5.
- [8] 何建敏, 朱林, 常松. 中国股票市场价格波动的尺度特征[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 1-5.
- [9] 张松艳. 小波变换和小波识别的应用[J]. 宁波大学学报, 2004(1): 66-69.
- [10] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Review, 2001, 43: 129-159.
- [11] Murtagh F, Starck J L, Renaud O. On neuro-wavelet modeling[J]. Decision Support System, 2004, 37: 475-484.
- [12] 孙德山, 吴今培, 侯振挺. 单参数支持向量回归算法[J]. 系统工程, 2005, 20(1): 109-112.